

# 變壓器와 結合된 單相브리지 整流回路的 脈動電流計算法

左 宗 根

## A Method for Calculation of Pulsating Current of Single-phase Bridge Rectifier Circuit Combined with Transformer

Chong-keun Jwa

### Summary

Using equivalent circuit, a calculating method of ripple current of single phase rectifier combined with transformer was studied. The validity of the equivalent circuit method developed in this study was examined by comparing its results with those obtained from Irie's method. In order to develop the model, some circuit conditions were considered, and the results obtained are as follows.

- 1) Employing this method, ripple current could be easily calculated according to the object and required accuracy.
- 2) In emf load, the error is almost not affected by  $X_d$  while greater  $E_{D0}/E_d$  makes greater error.
- 3) In resistance load, error decreases with the increasing  $R_d$  while increases with increment of  $X_d$ .
- 4) In resistance-emf load, error changes from - to + according to  $E_{D0}/E_d$  range within the error of  $\pm 10\%$  is becoming narrower with the increase of  $X_d$  value.

### 序 論

整流回路에서 直流側의 인덕턴스가 有限하면 電流가 脈動하게 되고 이것은 機器等に 影響(Yanase, 1981)을 미치게 되므로 脈動電流의 計算은 重要하다.

現在까지 報告된 脈動率의 計算法으로는 Nakamae (1966)에 의한 整流回路的 導通狀態에서 微分方程式을 써서 구하는 方法, Schaefer(1963)에 의한 直流電壓의 瞬時値와 平均値와의 差의 時間積分으로 구하는 方法, Sakui(1982) 등에 의한 等價回路에서 구하는 方法 등이 있다.

한편 單相브리지 回路에 대한 것으로는 Irie(1967) 등에 의한 電流連續領域에서의 計算, 그리고 Kawamura(1979) 등에 의한 모-드法에 의한 計算을 다루고

있으나 이들은 모두 逆起電力負荷에 대한 것으로 計算이 매우 複雜한 分더러 整流回路 定數와의 關係를 明確히 把握할 수 없다.

이에 따라 本研究에서는 위의 缺點을 解決하는 方法으로서 Sakui(1982) 등이 報告한 等價回路法을 變壓器와 結合된 單相브리지 整流回路에 適用하고 從來의 方法과 比較하여 그 妥當性을 確認하였다. 또 回路條件으로서 變壓器側의 임피던스는 리액턴스만 考慮하였고, 直流側은 逆起電力負荷 뿐만 아니라 抵抗-인덕턴스負荷에 대해서도 檢討하였다.

### 回路構成과 脈動率

#### 1. 回路構成

回路條件을 考慮한 單相브리지 整流回路는 <그림 1>

※ 本 論文은 1982年度 文敎部 學術研究 助成費에 의하여 研究되었음

과 같다. 그림에 있어서  $X_a$ 는 電源側 全리액턴스를  $X_d(R_d)$ 는 直流側 全리액턴스(抵抗)를  $E_d$ 는 驅動電動機의 起電力과 整流裝置의 順方向電壓降下에 의한 等價電壓을 나타낸다.

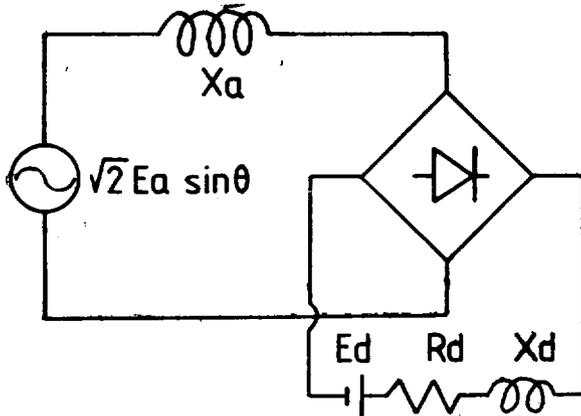


Fig 1. Schematic diagram of single phase bridge rectifier circuit combined with transformer

2. 脈動率

直流電流脈動的 程度를 表示하는 一般의인 方法으로서는 實効值脈動率과 波高值脈動率이 있으나 여기서는 平均值에 대한 最大值와 最小值의 差(最大變動分)의 比로 表示한다.

脈動電流의 計算

1. Irie의 方法

數式計算方法으로서 Irie의 方法에 의하여 脈動電流를 計算하는데 式에서 電流를  $i$ , 電壓을  $e$ 로 表示하고, 交流側의 값에는  $a$ , 直流側의 값에는  $d$ 인 添字를 붙인다. 또 小文字는 瞬時值, 大文字는 實効值, 平均値等을 表示하고 電流重複開始角과 終了角에 對應하는 값에는 각각  $0, 1$ 인 添字를 붙인다.

<그림2>는 <그림1>에 대한 一般의인 電流重複, 整流期間中の 電壓, 電流波形이고, 여기서  $u$ 는 電流重複角,  $E_a$ 는 電源電壓 實効值이다.

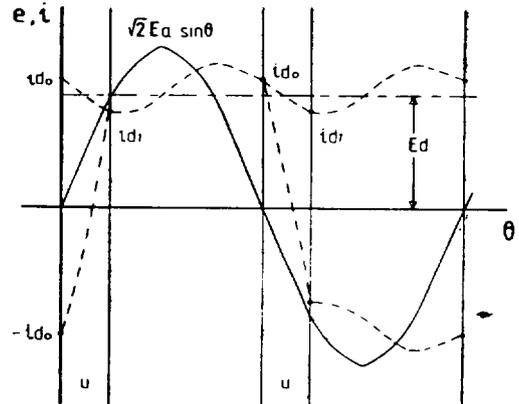


Fig 2. Voltage and current wave form in single phase rectifier circuit.

1) 重複期間( $\theta=0 \sim u$ )에서 電壓平衡式은

直流側에서

$$E_d + R_d i_d + X_d \frac{di_d}{d\theta} = 0 \tag{1}$$

交流側에서

$$\sqrt{2} E_a \sin\theta - X_a \frac{di_a}{d\theta} = 0 \tag{2}$$

이다.

境界條件은

$$\left. \begin{aligned} \theta = 0 ; i_d = i_{d0}, \quad i_a = -i_{d0} \\ \theta = u ; i_d = i_a = i_d^1 \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

이고, (1), (3)式에서

$$i_d = -\frac{E_d}{R_d} + \left(i_{d0} + \frac{E_d}{R_d}\right) \exp\left(-\frac{R_d}{X_d} \theta\right) \tag{4}$$

(2), (3)式에서

$$i_a = -i_{d0} + \frac{\sqrt{2} E_a}{X_a} (1 - \cos\theta) \tag{5}$$

(3), (4)式에서

$$i_{d1} = -\frac{E_d}{R_d} + (i_{d0} + \frac{E_d}{R_d}) \exp(-\frac{R_d}{X_d} u) \quad (6)$$

(3), (5)式에서

$$i_{d1} = -i_{d0} + \frac{\sqrt{2} E_a}{X_a} (1 - \cos u) \quad (7)$$

(6), (7)式에서

$$\left. \begin{aligned} i_{d0} &= \left[ \frac{E_d}{R_d} (1 - \exp(-\frac{R_d}{X_d} u)) + \frac{\sqrt{2} E_a}{X_a} (1 - \cos u) \right] \left[ 1 + \exp(-\frac{R_d}{X_d} u) \right]^{-1} \\ i_{d1} &= \left[ -\frac{E_d}{R_d} (1 - \exp(-\frac{R_d}{X_d} u)) + \frac{\sqrt{2} E_a}{X_a} (1 - \cos u) \right] \exp(-\frac{R_d}{X_d} u) \left[ 1 + \exp(-\frac{R_d}{X_d} u) \right]^{-1} \end{aligned} \right\} (8)$$

이 구해진다.

2) 整流期間 ( $\theta = u \sim \pi$ )에서  $i_a = i_{d0}$ 이고 電壓平衡式은

$$\sqrt{2} E_a \sin \theta = E_d + R_d i_d + (X_a + X_d) \frac{di_d}{d\theta} \quad (9)$$

이다.

境界條件은

$$\left. \begin{aligned} \theta = u; i_d = i_{d1} \\ \theta = \pi; i_d = i_{d0} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

이고, (9), (10)式에서

$$i_d = \frac{\sqrt{2} E_a}{\sqrt{R_d^2 + (X_a + X_d)^2}} \sin(\theta - \varphi) - \frac{E_d}{R_d} + \kappa \exp(-\frac{R_d}{X_a + X_d} \theta) \quad (11)$$

가 구해지고, 여기서

$$\begin{aligned} \kappa &= \left[ i_{d1} - \frac{\sqrt{2} E_a}{\sqrt{R_d^2 + (X_a + X_d)^2}} \sin(u - \varphi) + \frac{E_d}{R_d} \right] \exp(\frac{R_d}{X_a + X_d} u) \\ \varphi &= \tan^{-1} \frac{X_a + X_d}{R_d} \end{aligned}$$

이다.

直流電流의 最大變動分을  $\Delta I$ 라 하면

$$\Delta I = i_{dmax} - i_{dmin} \quad (12)$$

이므로 (11)式에서 最大值를 (4), (11)式에서 最小值를 구하여 計算한다.

## 2. 等價回路에 의한 方法

### 1) 平均値計算

普通 直流脈動電流의 平均値는 直流側입피던스의 影響을 거의 받지 않으므로  $X_d = \infty$ 라고 생각한다.

交流側입피던스가 零인 경우 直流平均電壓  $E_{d0}$ 는

$$E_{d0} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} E_a \quad (13)$$

이 된다. 交流側의 리액턴스  $X_a$ 에 의한 電壓降下  $E_x$ 는 直流電流의 平均値를  $I_d$ 라 하면

$$E_x = \frac{1}{\pi} X_a I_d \quad (14)$$

가 된다.

따라서 整流回路의 直流側에서의 電壓平衡式은

$$E_{d0} = (\frac{1}{\pi} X_a + R_d) I_d + E_d \quad (15)$$

가 되어 이 경우 (그림1)回路는 (그림3)에 보인 等價回路로 變換할 수 있고 (15)式에서  $I_d$ 를 구한다.

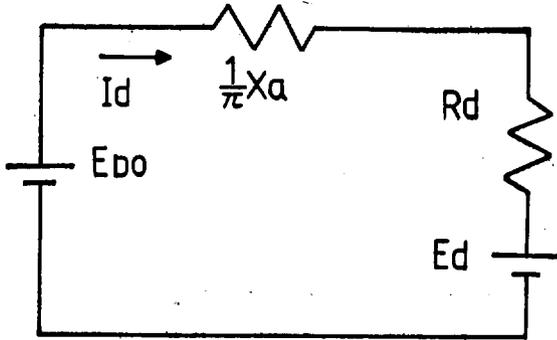


Fig 3. Equivalent circuit for calculating the average value of DC current.

2) 最大變動分計算

電流의 最大變動分을 구하기 위해 從來 一般으로 사용해진 直流電壓의 瞬時值와 平均値와 差의 時間積分을 이용하는 方法은  $X_a \ll X_d$ 와  $R_d \ll X_d$ 인 負荷를 대상으로 한 것이므로 위의 條件이외의 負荷에 適用할 수 있는 方法에 대해서 記述한다.

直流電壓波形은 直流電流의 平均値가 一定하여도 直流側의 인덕턴스의 크기나 負荷의 性質에 의해 變化하나 보통 直流電壓의 瞬時值와 平均値와 差의 時間積分은 이들의 影響을 거의 받지 않는다고 假定할 수 있기 때문에 時間積分을 구할 때는 直流電壓의 瞬時式이 간단하게 表示될 수 있는  $X_d = \infty$ 의 경우에서 생각한다.

直流電壓의 瞬時值를  $e_a$ , 平均値를  $E_D$ 라하면 半波에 있어서  $e_a$ 와  $E_D$ 와의 差의 電壓時間積分  $S$ 는 時間을 電氣角  $\theta = \omega t$ 로 表示하여 다음 式으로 주어진다.

$$S = \left| \int_1 (e_a - E_D) d\theta \right| \quad (16)$$

단, 1은  $e_a - E_D \geq 0$ 인  $\theta$ 의 範圍를 表示한다.

電流重複期間中の 電壓降下의 平均値  $\Delta I$ 를 考慮하여

$e_a$ 와  $E_D$ 를 구하면 다음과 같다.

$$e_a = \sqrt{2} E_a \left\{ \sin \theta - \frac{1}{\pi} (1 - \cos u) \right\} \quad (17)$$

$$E_D = \frac{\sqrt{2}}{\pi} E_a (1 + \cos u) \quad (18)$$

여기서 電源電壓이 正弦波인 單相브리지 整流回路이므로 半波에 대해서 電壓時間積分  $S$ 와 같은 값을 갖고 周波數가 電源周波數의 2倍인 正弦波電壓  $e_a$ 를 생각하면  $e_a$ 는 다음 式으로 表示할 수 있다.

$$\begin{aligned} e_a &= S \sin(2\theta - \phi) \\ &= \sqrt{2} E_s \sin(2\theta - \phi) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 位相角  $\phi$ 는 任意의 값이다.

또한 直流電流의 脈動分은 負荷는 물론 交流側에도 흐르기 때문에 最大變動分은 近似的으로 이 正弦波電壓源  $e_a$ 를 <그림4>에 보인 回路에 印加할 때 흐르는 正弦波電流 最大値의 2倍과 같다고 생각할 수 있다. 따라서 이를  $\Delta I$ 로 表示하면 <그림4>에서

$$\Delta I = \frac{2\sqrt{2}E_s}{\sqrt{R_d^2 + [2(X_a + X_d)]^2}} \quad (20)$$

이 된다. 또 脈動率  $\mu$ 는 이  $\Delta I$ 와 (15)式에서 구한  $I_d$ 를 써서 다음 式으로 주어진다.

$$\mu = \frac{\Delta I}{I_d} \quad (21)$$

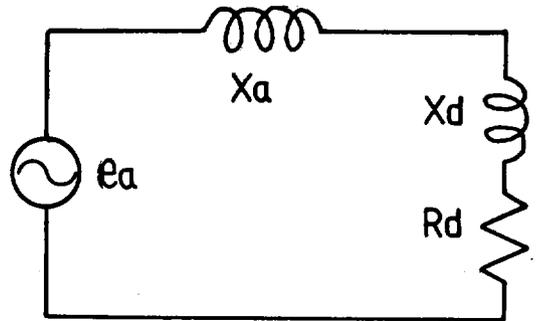


Fig 4. Equivalent circuit for calculating the difference between the maximum and minimum values of DC current.

適用事例 및 檢討

<그림1>의 回路에서 逆起電力, 抵抗 및 抵抗-逆起電力負荷의 경우에 대하여 <表1>과 같은 回路定數 範圍內에서 Irie의 方法(method A)과 本 研究에 의한

Table 1. Analysis case

Case	$\sqrt{2}E_a=1.0(\text{PU}), X_a=0.1(\text{PU})$		
	$X_d(\text{PU})$	$R_d(\text{PU})$	$E_{D0}/E_d$
EMF load	0.2~2.0	0	0.76~0.98
Resistance load	0.6, 1.0, 1.5	1.6~4.0	0
Resistance-EMF load	0.2, 0.6, 1.0, 1.5	0.2	0.76~0.98

方法(method B)에 의하여 計算한 結果 <그림5~9>와 같다.

計算時 直流電流의 平均値는  $X_d$ 가  $\infty$ 일 때의 값을 擇하여 計算하였으므로 脈動率에 대한 그림들은 그대로 脈動電流에 대한 것으로 볼 수 있다.

<그림5, 6>은 逆起電力負荷에 대한 것으로서 그림에서 보는 바와 같이  $E_{D0}/E_d$ 의 값이 커질수록 誤差(method A의 값을 참값으로 함)가 작아지고  $X_d$ 의 값에는 거의 影響이 없고 약 0.96보다 큰 값일 때 誤差가

10%以內임을 알 수 있다.

<그림7>은 抵抗負荷에 대한 것으로  $R_d$ 가 클수록 誤差는 작아지고  $X_d$ 가 클수록 커진다.

<그림 8, 9>는 抵抗-逆起電力負荷에 대한 것으로 誤差는  $E_{D0}/E_d$ 의 값에 따라 -에서 +로 變하고 있음을 알 수 있으며 誤差가  $\pm 10\%$ 以內인  $E_{D0}/E_d$ 의 範圍는  $X_d$ 가 클수록 좁아지고 있음을 알 수 있다.

以上의 一般의 檢討에서 본 바와같이 各負荷狀態에서의 計算結果가 部分的으로 잘 一致하고 있다.

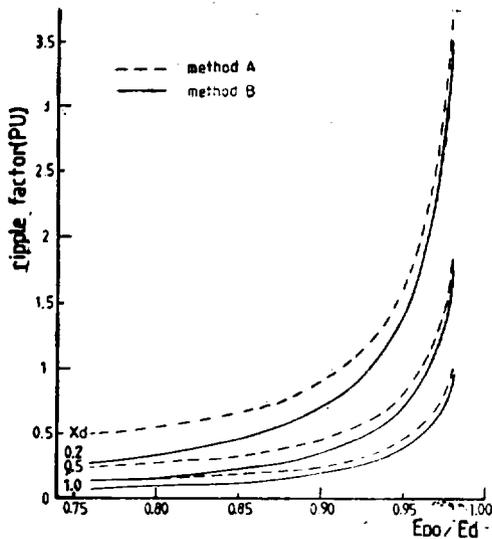


Fig 5. Ripple factor in emf load vs.  $E_{D0}/E_d$

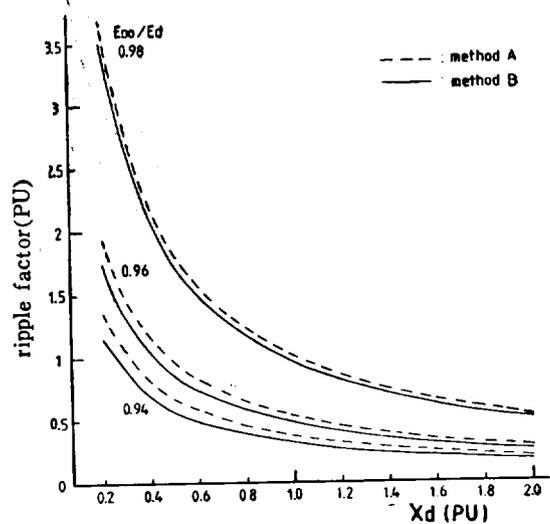


Fig 6. Ripple factor in emf load vs.  $X_d$

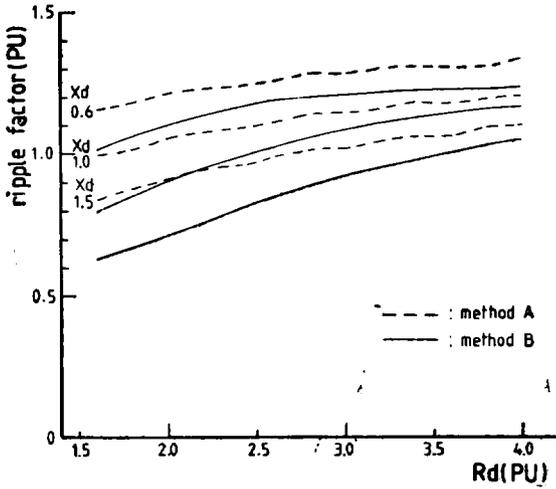


Fig 7. Ripple factor in resistance load vs.  $R_d$

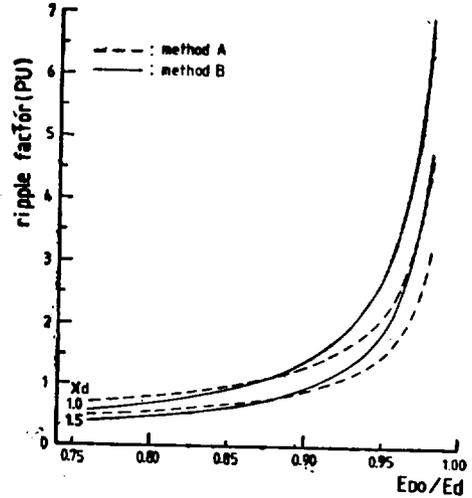


Fig 9. Ripple factor in resistance-emf load vs.  $E_{D0}/E_d$

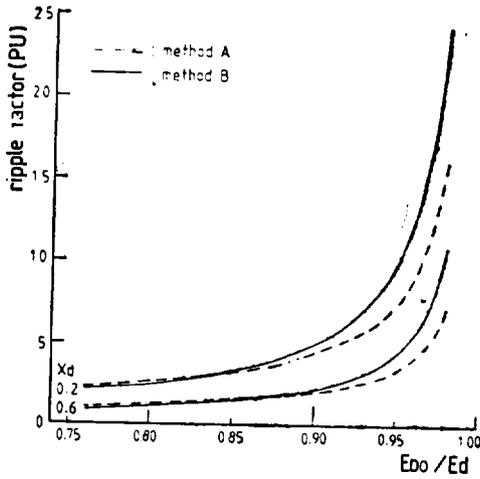


Fig 8. Ripple factor in resistance-emf load vs.  $E_{D0}/E_d$

摘 要

變壓器와 結合된 單相브리지 整流回路의 等價回路에 의한 直流脈動電流計算에 대한 研究結果 主要內容은 다음과 같다.

- 1) 對象負荷와 要求精度에 따라 本方法을 利用하여 脈動電流를 簡便하게 計算할 수 있다.
- 2) 逆起電力負荷에서는 誤差가  $X_d$ 에 거의 無關하고  $E_{D0}/E_d$ 가 클수록 크다.
- 3) 抵抗負荷에서는 誤差가  $R_d$ 가 클수록 작아지고  $X_d$ 가 클수록 커진다.
- 4) 抵抗-逆起電力負荷에서는 誤差가  $E_{D0}/E_d$ 의 값에 따라 -에서 +로 變하고 誤差가  $\pm 10\%$ 以內인  $E_{D0}/E_d$ 의 範圍는  $X_d$ 가 클수록 좁아진다.

## 參 考 文 獻

- Irie, N., Kawazoe, T., Kawamura, T., 1967. Characteristic Calculation of Single Phase Rectifier Circuit used in Electric Railway, JIEEJ, 87(3), 539~548.
- Irie, N., Yamazaki, Y., 1967. Normalized Characteristics of Single Phase Rectifier Circuit used in Electric Railway, JIEEJ, 87(11), 2232~2241.
- Jones, V. H., Bonwick, W. J., 1975. Three Phase Bridge Rectifiers with Complex Source Impedance, Proc. IEE, 122(6), 630~636.
- Kawamura, T., Sone, S., 1979. Analysis of Fundamental Monphase Rectifier Circuit, IEEJ, 99(8), 509~516.
- Nakamae, E., 1966. Analysis of Transient and Steady State Characteristics of Rectifier Circuit of 3 Phase Bridge Connection, JIEEJ, 89(9), 1515~1524.
- Sakui, M., Yanase, A., Fujita, H., 1980. A Simplified Analysis of Steady-state Characteristics of 3 Phase Bridge Rectifier Circuit with Source Impedance, IEEJ, 100(3), 186.
- Sakui, M., Yanase, A., Fujita, H., 1981. A Method for Calculation of Pulsating Current of 3 Phase Bridge Rectifier Circuit, IEEJ, 101(2), 117.
- Sakui, M., Fujita, H., 1982. A Method for Calculation of Pulsating DC Current of Three Phase Bridge Rectifier Circuit with Source Impedance, IEEJ, 102(5), 327~333.
- Witzke, R. L., Kresser, J. V., Dillard, J. K., 1953. Influence of AC Reactance on Voltage Regulation of 6-Phase Rectifiers, AIEE Trans, 72(7), 244~253.
- Yanase, A., Sakui, M., 1981. Iron Loss of Thyristor Controlled DC Separately-Excited Motor, IEEJ, 101(11), 667~674.