

시간영역에서의 유한차분법을 이용한 접합형 서큘레이터 해석*

김동현** · 양두영***

Analysis of Junction Circulator Using FDTD*

Dong-Hyun Kim** and Doo-Yeong Yang***

Abstract

A junction circulator consists of three transmission lines, connected through suitable matching networks to a magnetized ferrite resonator having three-fold symmetry. In this paper, a finite difference time domain(FDTD) method is applied to the electromagnetic wave analysis of circulator operating at 880MHz. This method is shown to be an efficient method for modeling complicated junction circulator components. The electromagnetic field components are calculated and discussed. We simulate the electric field distribution in inner circulator.

The results of the FDTD method is compared with those of mode matching method and shown to be in good agreement.

Key words : Circulator, Isolator, FDTD

1. 서 론

유한차분법(FDTD : Finite Difference Time Domain Method)은 시간 증속 맥스웰 방정식을 미소한 크기의 공간과 시간증분에 대

한 차등 방정식으로 변환시켜 전계와 자계의 전파현상을 시간영역에서 해석하는 수치해석법이다. 이 방법은 1966년에 Yee에 의해 처음으로 소개되었다.¹⁾ 이 수치해석법을 이용하여 모멘트법이나 기하학적 회절이론등으로 해결하기 어려운 시스템의 공진에 관한 광대역 주파수 응답 예측, 임의의 형태를 갖는 물체의 3차원 모델링, 또는 완전도체, 금속도체, 절연체를 포함하는 물체들간의 상호작용과 유전체, 자성체, 비등방성 플라즈마, 페라이트등과 같은 물체들에 대한 전자파 현상을 해석할 수 있다.^{2)~4)} 이동

* 본 논문은 '97년도 정보통신연구단의 우수대학원 연구지원사업에 의하여 연구되었음.

** 제주대학교 대학원
Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

*** 제주대학교 통신공학과
Dept. of Telecommunication Eng. Cheju Nat'l Univ.

통신용 무선 통신시스템에 널리 사용되고 있는 서큘레이터는 페라이트의 비가역 전달특성을 이용한 수동소자이다. 페라이트와 같은 비등방성 매질인 경우 외부 경계면에서의 전자계 관계를 정의하는 것이 매우 중요하다.⁵⁾⁻⁸⁾ 이상적인 3 단자 서큘레이터는 각단자에서 반사가 없고 서큘레이션 방향으로의 삽입손실이 없으며, 역방향으로 전달되는 신호에 대해서는 큰 감쇄특성을 갖는다. 이를 이용하여 무선 시스템 회로간의 간섭을 줄이거나, 핵심 부품의 보호 또는 임피던스 정합용으로 사용되고 있다.⁹⁾

본 논문에서는 집합형 서큘레이터 설계 및 제작을 최적화하기 위해 시간영역 유한차분법(FDTD)을 적용하여 전자계 특성을 해석한다. 경계면에서의 전계와 자계 성분을 구하고 시간에 변화에 따른 전자계의 변화를 확인한다. 그리고 모드정합법을 이용하여 얻은 결과와 비교·분석한다.

II. 수치해석법을 이용한 서큘레이터 해석

1. 시간영역에서의 유한차분법

유한차분법(FDTD)은 시간중축 맥스웰 방정식을 미소한 크기의 공간과 시간증분에 대한 차등방정식으로부터 전계와 자계의 전파현상을 시

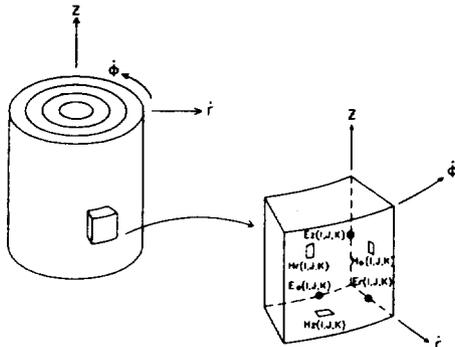


Fig. 1 Yee's mesh in the cylindrical coordinate

간영역에서 해석하는 수치해석법이다.

Fig. 1은 전계와 자계에 대한 Yee 격자 기하도형을 원통형으로 나타낸 것이다. 격자를 미소 크기로 하였을 때 직육면체로 근사할 수 있다. 면의 중심에는 자계성분을, 모서리의 중심에는 전계성분을 설정한다. 각각의 전자계 성분은 다음의 과정을 통해 구한다.

페라이트 내부에서의 맥스웰 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} (\nabla \times \vec{H}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{E}) \quad (2)$$

여기서 텐서 투자율 μ 은 시간과 공간의 함수이다. 디스크에서 전자계가 z축에 의존하지 않는다고 가정하면 3차원 해석을 2차원 해석으로 줄일 수 있다. 위 식을 원통좌표계로 나타내면 전계 E_z 성분과 자계 H_ρ , H_ϕ 성분은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon\rho} \left[\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \phi} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_\rho}{\partial t} = \frac{1}{\mu'^2 - \chi'^2} \left[j\chi' \frac{\partial E_z}{\partial \rho} - \frac{\mu'}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_\phi}{\partial t} = \frac{1}{\mu'^2 - \chi'^2} \left[\mu' \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{j\chi'}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right] \quad (5)$$

여기서

$$\mu = \mu_0 \mu_r = \mu_0 \begin{vmatrix} (1+\chi) & -j\chi & 0 \\ j\chi & (1+\chi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mu' & -j\chi' & 0 \\ j\chi' & \mu' & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{vmatrix}$$

$$\chi = \frac{\omega_0 \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad \chi' = \frac{\omega \omega_m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\omega_0 = -\gamma H_0, \quad \omega_m = -\gamma 4\pi M_s$$

H_0 : 페라이트에 인가된 직류 자계

$4\pi M_s$: 포화자화

γ : 자기회전을 (-2.8MHz/Oe)

이다.

시간과 공간에 대한 임의의 함수 F 를 공간에서의 증분 ($\Delta\rho, \Delta\phi, \Delta z$)과 시간에서의 증분 (Δt)으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(i\Delta\rho, j\Delta\phi, k\Delta z, n\Delta t) = F^n(i, j, k) \quad (6)$$

따라서 식(3)~(5)을 공간과 시간증분으로 전개 E_z 성분과 자계 H_ρ, H_ϕ 성분을 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{E_z^n - E_z^{n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon\rho} \left[\frac{\rho H_\phi^{n-\frac{1}{2}}(I, J, K) - \rho H_\phi^{n-\frac{1}{2}}(I-1, J, K)}{\Delta\rho} - \frac{H_\rho^{n-\frac{1}{2}}(I, J, K) - H_\rho^{n-\frac{1}{2}}(I, J-1, K)}{\Delta\phi} \right] \quad (7)$$

$$\frac{H_\rho^{n+\frac{1}{2}} - H_\rho^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu'^2 - \chi'^2} \left[j\chi' \frac{E_z^n - E_z^{n-1}}{\Delta\rho} - \frac{\mu'}{\rho} \frac{E_z^n - E_z^{n-1}}{\Delta\phi} \right] \quad (8)$$

$$\frac{H_\phi^{n+\frac{1}{2}} - H_\phi^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu'^2 - \chi'^2} \left[\mu' \frac{E_z^n - E_z^{n-1}}{\Delta\rho} + \frac{j\chi'}{\rho} \frac{E_z^n - E_z^{n-1}}{\Delta\phi} \right] \quad (9)$$

위 식으로부터 전자계에 대한 근사식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_z^n(I, J, K) = E_z^{n-1}(I, J, K) + \frac{\Delta t}{\epsilon\rho}$$

$$\left[\frac{\rho H_\phi^{n-\frac{1}{2}}(I, J, K) - \rho H_\phi^{n-\frac{1}{2}}(I-1, J, K)}{\Delta\rho} - \frac{H_\rho^{n-\frac{1}{2}}(I, J, K) - H_\rho^{n-\frac{1}{2}}(I, J-1, K)}{\Delta\phi} \right] \quad (10)$$

$$H_\rho^{n-\frac{1}{2}}(I, J, K) = H_\rho^{n-\frac{1}{2}}(I, J, K) + \frac{\Delta t}{\mu'^2 - \chi'^2} \left[j\chi' \frac{E_z^n(I, J, K) - E_z^n(I-1, J, K)}{\Delta\rho} - \frac{\mu'}{\rho} \frac{E_z^n(I, J, K) - E_z^n(I, J-1, K)}{\Delta\phi} \right] \quad (11)$$

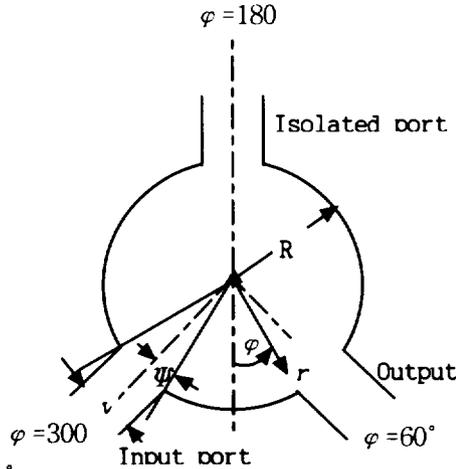
$$H_\phi^{n-\frac{1}{2}}(I, J, K) = H_\phi^{n-\frac{1}{2}}(I, J, K) + \frac{\Delta t}{\mu'^2 - \chi'^2} \left[\mu' \frac{E_z^n(I, J, K) - E_z^n(I-1, J, K)}{\Delta\rho} + \frac{j\chi'}{\rho} \frac{E_z^n(I, J, K) - E_z^n(I, J-1, K)}{\Delta\phi} \right] \quad (12)$$

2. 안정화 조건

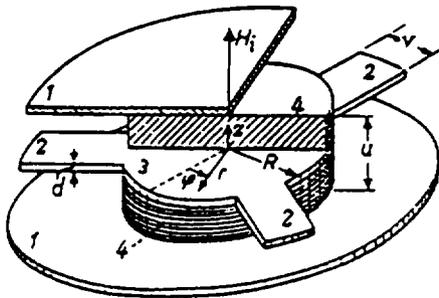
공간 격자의 크기는 한 개의 전자계 증분이 심하게 변하지 않는 범위에서 선정해야 한다. 정확한 결과를 얻기 위해서 격자의 크기는 파장보다 아주 작아야 하지만, 일반적으로 격자의 크기는 공간증분의 관계식 $\Delta\rho = \Delta\phi = \Delta z \leq \frac{\lambda}{10}$ 을 만족하도록 공간증분 $\Delta\rho$ 와 시간증분 Δt 사이의 관계를 정의해야 한다. 전자파가 진행하는 공간상에서 단위 시간증분 동안에 한 격자에서 인접한 격자까지의 거리보다 멀리 전자파가 진행하지 않도록 코런조건 (Courant Condition)을 적용한다. 따라서 공간증분과 시간증분과의 관계에서 전파 매질의 유전율 ϵ 과 투자율 μ 에 대해 최적의 안정화 조건인 다음 식을 만족해야 한다.

$$\sqrt{(\Delta\rho)^2 + (\rho\Delta\phi)^2 + (\Delta z)^2} \geq c\Delta t = \sqrt{\frac{1}{\epsilon\mu}} \Delta t \quad (13)$$

여기서 c 는 광속도이며, 또한 공간증분이 $\Delta\rho = \rho\Delta\phi = \Delta z$ 일 때 시간증분은 코란 (Courant) 안정화 조건 ($\Delta t \leq \frac{\Delta z}{\sqrt{3}c}$) 이 되고, 여기서 $\Delta t = \frac{\Delta z}{2c}$ 로 선정한다.



(a)



(b)

Fig. 2 The configuration of circulator

3. 접합형 서큘레이터

시간영역에서의 유한차분방정식과 흡수경계조건을 이용하여 서큘레이터의 특성을 해석할 수 있다. 급전시키는 방법에는 전계급전과 자계급전에 의한 급전법이 있는데 여기서는 전계급전

법을 사용한다. 디스크에 3개의 포트가 있고 이중 한부분에서 가우시안 임펄스 전계가 급전된다. 서큘레이션 방향은 DC 마그네트가 걸린 방향에 따라 결정된다. 셀을 구성하기 위해 $\Delta\rho = R/360$, $\Delta\phi = \pi/360$ 로 하고 z 축방향에 대해서는 거의 변화가 없다고 가정하여 TM파에 대한 근사식으로 전개한다.

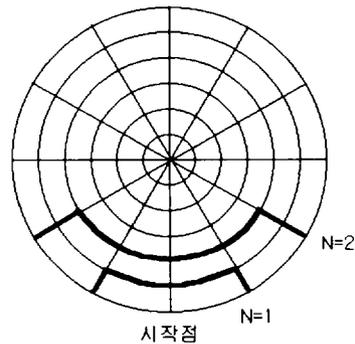
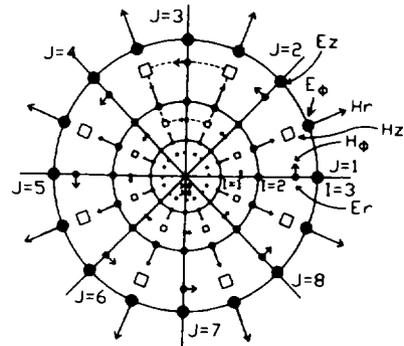


Fig. 3 (a) Yee' cell in the cylindrical coordinate
(b) Calculated loop

Fig. 2는 모드 정합법으로 서큘레이터를 해석하기 위해 구조적 단면도를 나타낸 것이다. Fig. 2(a)에서 [1]은 접지판이고 [2]는 입·출력단, [3]은 중앙도체, [4]는 페라이트 디스크이다. 모드 정합법을 적용하여 이동통신 주파수인 880 MHz로 설계할 경우 각 ψ 는 입·출력 포트의 입사각이고, 각 포트의 폭은 $v=3\text{mm}$ 이며 디

스크 직경은 $R = 1.58 \times 10^{-2}$ [m]이다. Fig. 3(a)는 유한차분법을 적용하기 위해 Fig. 2의 단면도를 원통형 격자로 나타낸 것이다. 그리고 Fig. 3(b)는 격자 내부에서 전·자계 성분의 진행 방향을 나타낸 것이다. 시작점을 중심으로 진행했을 때 Δt 시간이 지나면 $N=1$ 인 지점에 위치하게 되고 Δt 만큼 시간이 더 지나면 $N=2$ 인 지점에 위치 된다. 그리고 $N=1$ 인 위치에는 다음 신호가 입력된다.

III. 결과 및 고찰

1. 서큘레이터 경계면의 전계 분포 비교

Fig. 4는 서큘레이터 내부 경계면에서의 필드를 모드정합법을 이용하여 구한 것과 유한차분법을 이용하여 구한 것을 비교한 것이다. 입력 포트는 300° 인 지점이고 출력 포트는 60° , 아이솔레이션 포트는 180° 인 지점이다. 입력 포트에서의 전계 성분이 출력 포트에 나타나고 아이솔레이션 포트에서는 전계 성분이 거의 0이 됨을 알 수 있다.

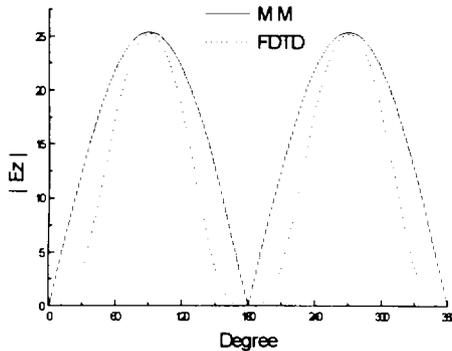


Fig. 4 Electric field intensity of the designed circulator

시간영역에서의 유한차분법을 이용할 때 격자의 크기는 반경에 대하여 360등분을 하였고 각도는 0.5° 씩 나누어 설정하여 계산하였다. 시

간격은 0.02255 ps 간격으로 하였다. 이 결과로 모드 정합법과 아주 유사한 결과를 얻었다.

2. 서큘레이터 경계면의 자계 분포 비교

Fig. 5은 모드정합법에 의해 계산된 결과와 유한차분법에 의해 계산된 결과를 비교한 것이다. 자계 패턴이 입력을 300° 에서 주었을 때 60° 에서 같은 출력이 나타나고 아이솔레이션 포트인 180° 에서는 거의 나타나지 않음을 확인할 수 있다.

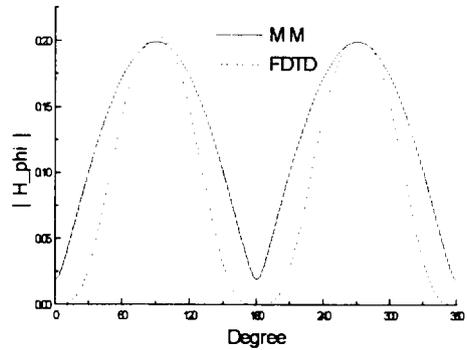


Fig. 5 Amplitude of magnetic field

여기에서 모드정합법에 의한 결과와 시간영역에서의 유한차분법에 의한 결과가 아주 유사함을 알 수 있다. 즉 입력 포트(300°)에 입력 신호를 인가하면 출력 포트(60°)에서 출력이 나타나지만 아이솔레이션 포트(180°)에서는 거의 신호가 나타나지 않는 특성을 갖는다.

3. 시간에 따른 경계면의 전계성분 변화

유한차분법을 적용하여 급전부에 임펄스 신호를 보냈을 때 시간의 경과에 따라 크기 성분변화와 진행 상태를 확인할 수 있었다. 여기서는 반경을 60등분, 각에 대해서는 3° 씩 나누어 시뮬레이션 하였다.

Fig. 6은 시간에 따라 경계면에서 전계 성분의 변화를 정규화시켜 나타낸 것이다. 서큘레이션 방향으로는 신호를 기준으로 했을 때 반대

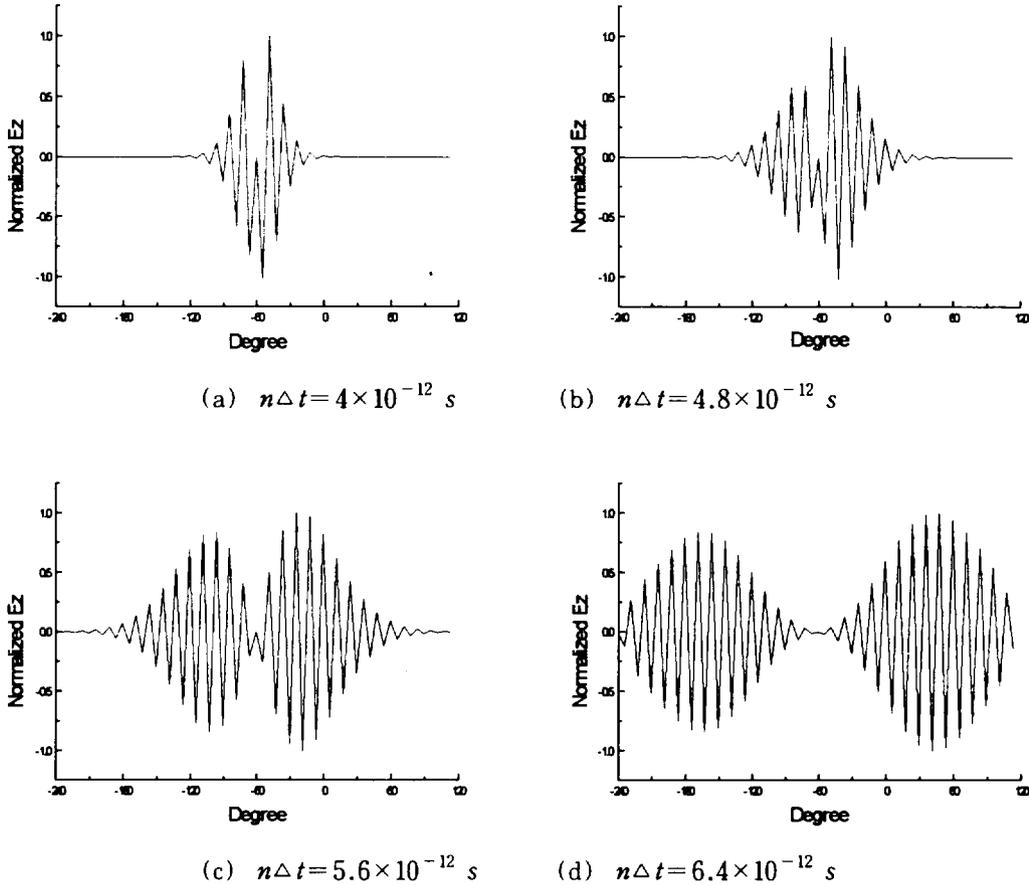


Fig. 6 Distribution of $E_z(R, \phi, t)$

방향에서 감쇄가 나타남을 확인할 수 있다. 따라서 페라이트디스크의 특성에 의해 비대칭 구조로 전파됨을 알 수 있다.

IV. 결 론

본 연구는 시간영역의 유한차분법을 이용하여 접합형 서클레이터를 모델링하고, 서클레이터 내부의 전자계 분포를 시뮬레이션하였다. 그리고 모드 정합법으로 계산된 결과와 비교·분석하였다. 서클레이터에서 페라이트가 자화되면 입력 포트에서의 전계 성분이 출력 포트에 나타

나고 아이슬레이션 포트에서는 전계 성분이 거의 나타나지 않는다. 유한차분법을 적용하여 산출된 결과에서 이 현상을 확인할 수 있었다. 그리고 모드정합법에 의해 계산된 결과와 유사함을 알 수 있었다.

유한차분법은 접합형 서클레이터 해석 뿐만 아니라 다양한 형태를 갖는 유전체나 자성체들 간의 전파 현상을 해석하는 데에 있어서 유용한 수치해석법임을 알 수 있었다. 여러 가지 형태의 페라이트에 이 방법을 적용하여 효율적으로 해석하고 설계하는데 많은 도움이 될 것이다.

참고 문헌

- 1) Kane S Yee, May, 1966, Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media, IEEE Transaction on Antennas and Propagation, Vol. AP-14 No.3 pp.302-307
- 2) 이창진, 1995년, 유한차분법을 이용한 모노폴 안테나 해석, 석사학위 논문
- 3) Allen Taflove, 1995, Computational Electrodynamics The Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House
- 4) Karl S. Kunz, Raymond J. Luebbers, 1993, The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics, CRC Press
- 5) Allen Taflove and Morris E. Brodwin, 1975, Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations, IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-23, No. 8, pp.623-630
- 6) Jean-pierre berenger, 1994, A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves, Journal of Computational Physics Vol. 114, pp.185-200
- 7) Mur, G, 1990, Absorbing boundary conditions for finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations, IEEE Trans. Electromagn. Compat., Vol. EMC-23, pp.1073-1077
- 8) Taylor, C. D, D.H. Lam, and T.H. Shumpert, 1969, Electromagnetic pulse scattering in time-varying in homogeneous media, IEEE Trans. Antennas & Propagat., Vol. AP-17, pp.585-589
- 9) 김동현, 서수덕, 양두영 1997년, 이동통신용 정합 서큘레이터의 해석 및 설계, 한국통신학회 제주지부, 대한전자공학회 제주지부 합동 학술 발표 논문집, 제 8 집, pp.15-20