

개선된 LPC와 LSF의 상호변환 알고리즘

김 향 진* · 임 재 윤**

The Revised Cross Transform Algorithms between LPC and LSF

Hyang-Jin Kim* and Jea-Yun Lim**

ABSTRACT

This paper proposes the LSF or LSP that is the method of using to transfer the speech parameters after processed the speech to LPC, which is digital coding transferring efficiently, for the best quality and the lowest bit rate of parameters. The new revised transform algorithms between LSF and LPC coefficients are proposed.

The proposed algorithms eliminates all multiplications, computes fewer operations, and reduces memory buffer sizes.

Key Words : LSF, LSP, LPC, Digital coding

1. 서 론

디지털 기술이 발달하고 고기능 디지털 시스템이 저렴하게 생산됨에 따라 최대의 음질, 최소의 채널 용량, 최소의 비용으로 음성을 전송하는 효율적인 음성의 디지털 코딩 및 전송기법에 많은 관심이 집중되어 있다.

디지털 부호화는 아날로그 신호를 디지털 신호로 부호화 하는 과정이다. 디지털 신호의 음질은 저장

매체에 독립적이고, 데이터가 단순한 이진수의 나열이므로 음질의 저하 없이 무한히 복사가 가능하며, 오류 정정 기술을 사용하면 아날로그 신호에 비해 전송상의 잡음 영향이 적고, 간섭이나 잡음에 의한 데이터의 손실이 적다. 그러나, 디지털 신호는 아날로그 신호에 비해 표현정도가 클수록 데이터 양이 증가하므로 효율적인 디지털 신호의 처리를 위해서는 데이터 압축이 필수적이다.

음성을 분석 시에 선형 예측 코딩(Linear Prediction Coding : LPC)을 이용하는 것은 매우 효율적이다. 이 코딩은 다른 방법에 비하여 신호처리에서의 압축률이 매우 높다. 이 방법은 음성을 모두 영점으로 이루어진 필터로 모델링하여 그 계수를 전송하며 이를 복원 시 음성을 합성할 때 모두 극점으

* 제주대학교 대학원

Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

** 제주대학교 통신공학과

Dept. of Telecommunication Eng. Cheju Nat'l Univ.

로 이루어진 필터에 의한 안정적인 수행으로 음의 형태를 만들어낸다.^{1,2)}

LPC는 음성 처리 시스템에 쓰이는 매우 효율적인 분석 기술이다. 음성을 코딩하고 합성 시스템을 구성하기 위해 LPC파라미터를 Autocorrelation, Covariance, Lattice 등의 방법으로 얻는다. 이 LPC를 통하여 적은 bit로도 음성을 분석하고, 합성할 수 있다.^{1,2)}

LPC의 계수는 양자화하여야 할 값의 동적 영역을 알 수 없기에 많은 비트 율이 쓰이게 되며, 음성 파라미터 전송 시 매우 비효율적이다. 이 동적 영역의 제한을 위한 하나의 방법으로 LSF(Line Spectral Frequency)기법이 사용된다. LSF는 LPC 필터 시스템 함수에서 비 선형적인 가공에 의해 양자화하여 전송하는 파라미터의 동적 영역을 작은 영역으로 제한하여 효율적으로 전송하는 기법이다. 주파수 영역으로 바꾼 LSF의 동적 영역은 $0 \leq \omega \leq \pi$ 로 한정되어있다. 전송하여야 하는 값의 동적 영역이 작은 범위에서 한정적이라는 것은 그 만큼 작은 영역에서 양자화가 이루어져 최소의 채널 용량으로 양질의 음성 파라미터 전송이 이루어짐을 의미한다.^{3,4)}

LSF는 음성의 선형 예측 코딩에 사용되는 분석 및 합성에서 대안의 파라미터이다. 본 논문에서는 직접 형태의 예측 계수와 LSF와의 변환 기법에 대한 개선된 방법을 제안한다. 분석을 위한 시스템 다항식은 단위 원 위에서 서로 엇갈려있는 근을 갖는 두 개의 짝수 차수의 대칭 다항식으로 변환된다. 단위 원 위의 이들 각 다항식의 응답은 Chebyshev 다항식의 확장으로 표현된다. LSF는 실 함수의 실근을 찾는 알고리즘에 의해 구해진 서로 엇갈려있는 근을 이용하여 찾을 수 있다. 방법은 매우 엄밀하며, 삼각 테이블의 저장 또는 삼각 함수의 계산을 피하는 형태로 사용할 수 있다.²⁻⁶⁾ 예측 계수로의 LSF 복원은 Chebyshev의 확장인 근 인자의 표현을 통하여 유도된 알고리즘 및 본 논문에서 제시하는 개선된 알고리즘을 사용한다.

II. LPC에서 LSF로의 변환

우선 Minimum Phase LPC 다항식에서 시작한다.

$$A(z) = 1 - \sum_{k=1}^m a(k)z^{-k} \quad (2.1)$$

여기에서 m 은 LPC 필터의 차수이며, $a(k)$ 는 필터의 계수이다. LPC 필터는 유성음 중 단음을 주파수 분석했을 때 공진으로 인하여 생기는 특정한 주파수 영역에서의 주파수 산인 포먼트(Formant)를 모델링하여 음의 형태를 만들어 내는 역할을 한다. 즉, 사람의 성도를 모델링한 것이다. 그리고, 선형 예측 코딩 다항식은 Autocorrelation, Covariance, Lattice 등의 방법으로 구해질 수 있다.

다음으로 대칭적(Symmetric)인 다항식과 비대칭적(Antisymmetric)인 다항식으로 구성한다.

$$\begin{aligned} F_1(z) &= A(z) + z^{-(m+1)}A(z^{-1}), \\ F_2(z) &= A(z) - z^{-(m+1)}A(z^{-1}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

이는 비 선형적인 가공으로 전송 파라미터의 동적 영역을 한정하기 위한 방법으로서 가공에 의하여 주파수 영역으로 바뀐 이 보조 다항식의 근은 다음과 같은 특징이 있다.

첫째, 근의 위치가 모두 단위 원상에 존재한다.

둘째, 근은 $z = \pm 1$ 을 제외한 모든 값이 공액 복소 쌍으로 존재한다.

위 특징 중 Minimum Phase LPC다항식이라면 위치가 단위 원 상에 존재한다.

여기에서 $F_1(z)$ 는 $z = -1$ 인 근과 $F_2(z)$ 는 $z = 1$ 인 근을 포함하고 있다.

그 다음으로, $z = \pm 1$ 에서의 근을 제거한다. 이는 (2.2)의 다항식의 근이 이 위치를 제외하고는 모두 공액 복소 쌍으로 존재하여 단위 원의 상위 부분만 고려하여도 된다는 이점이 있기 때문이다.

$$\begin{aligned} G_1(z) &= \frac{F_1(z)}{1+z^{-1}} \quad \text{and} \\ G_2(z) &= \frac{F_2(z)}{1-z^{-1}} \quad m \text{ even} \end{aligned} \quad (2.3)$$

다항식 $G_1(z), G_2(z)$ 의 근은 LPC의 대안 파라미터 LSF 또는 LSP(Line Spectrum Pairs)라 불린다.

Fig. 1에서 $\{-2.147306 \ 1.817314 \ -0.694282$

0.858079 -1.680426 1.324212 -0.161676
 -0.311426 0.141072 -0.027593) LPC 계수로
 모델링되었을 때 $A(z)$ 근의 위치를 도시하였다

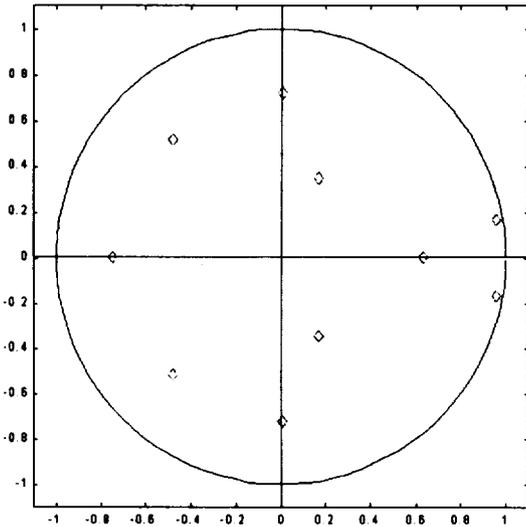


Fig. 1 The root's position of the $A(z)$ polynomials

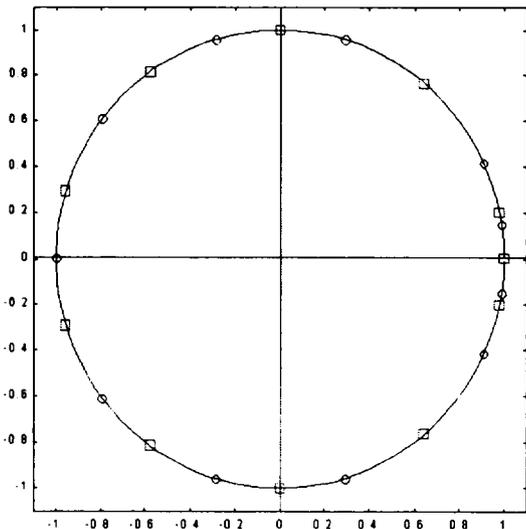


Fig. 2 The root's position of the $F_1(z), F_2(z)$ polynomials

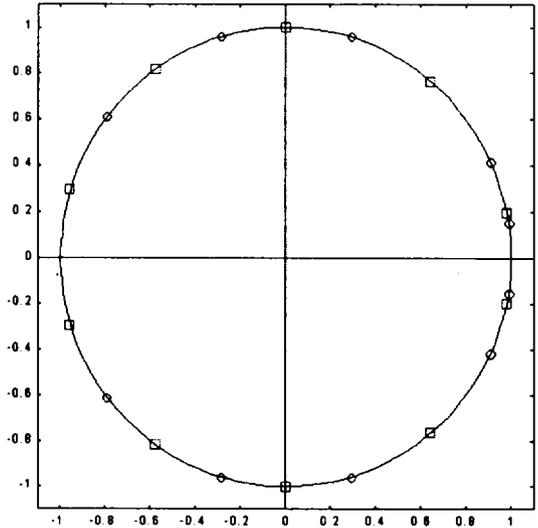


Fig. 3 The root's position of the $G_1(z), G_2(z)$ polynomials

그림에서 근의 위치가 모두 단위 원 안에 존재하여 Minimum Phase임을 알 수 있다. 그리고, Fig. 2에서 $F_1(z), F_2(z)$ 근의 위치를 도시하였다. Fig. 3에서는 $z = \pm 1$ 에서의 근을 제거한 $G_1(z), G_2(z)$ 근의 위치를 도시하였다.

이 그림을 살펴보면, $F_1(z), F_2(z)$ 의 근, $G_1(z), G_2(z)$ 의 근이 단위 원상에 있으며, 서로 엇갈려 존재한다는 특징이 있다. $G_1(z), G_2(z)$ 모두 결과는 짝수 차수의 대칭 다항식이다. 그러므로, 근은 복소 공액 쌍으로 존재하여, 위 반원에 있는 근만 구하여도 해석이 가능하게 된다. 이는 더욱 효율적인 양자화를 가능케 해준다.

식(2.2)와 식(2.3)을 이용하여 풀어쓰면,

$$G_1(z) = \prod_{i=2,4,\dots,m} (1 - 2z^{-1} \cos \omega_i + z^{-2}), \quad (2.4)$$

$$G_2(z) = \prod_{i=1,\dots,m-1} (1 - 2z^{-1} \cos \omega_i + z^{-2})$$

여기에서 $G_1(z), G_2(z)$ 를 근의 위치가 단위 원이라는 점과 Chebyshev 다항식을 이용하여 x 의 다항식으로 고친다.

$$z = e^{j\omega} \Rightarrow z^n + z^{-n} = 2 \cos n\omega \quad (2.5)$$

$$G_1(e^{j\omega}) = e^{-j\omega p} G_1'(\omega), \quad (2.6)$$

$$G_2(e^{j\omega}) = e^{-j\omega p} G_2'(\omega)$$

여기에서 $p = m/2$ 이고, 식 (2.6)을 식 (2.4)에 적용하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$G_1'(\omega) = 2 \cos p\omega + 2g_1(1) \cos(p-1)\omega + \dots + 2g_1(p-1) \cos \omega + g_1(p) \quad (2.7.a)$$

$$G_2'(\omega) = 2 \cos p\omega + 2g_2(1) \cos(p-1)\omega + \dots + 2g_2(p-1) \cos \omega + g_2(p) \quad (2.7.b)$$

Chebyshev 다항식 :

$$x = \cos \omega, \quad T_m(x) = \cos(m \arccos(x)) \quad (2.8.a)$$

$$T_m(x) = 2xT_{m-1}(x) - T_{m-2}(x) \quad (2.8.b)$$

식 (2.8) Chebyshev 다항식을 식 (2.7)에 적용하여, 다음 식을 얻는다.

$$G_1'(x) = 2T_p(x) + 2g_1(1)T_{p-1}(x) + \dots + 2g_1(p-1)T_1(x) + g_1(p) \quad (2.9.a)$$

$$G_2'(x) = 2T_p(x) + 2g_2(1)T_{p-1}(x) + \dots + 2g_2(p-1)T_1(x) + g_2(p) \quad (2.9.b)$$

식 (2.9)를 다음과 같이 표현하여, 이를 계속 확장한다.

$$Y(x) = c_0T_0 + c_1T_1 + \dots \quad (2.10)$$

$$+ c_{N-1}T_{N-1}(x) + c_NT_N(x)$$

$$Y(x) = c_0T_0 + \dots + (c_{N-2} - c_N)T_{N-2} \quad (2.11)$$

$$+ c_{N-1}T_{N-1} + 2c_NxT_{N-1}$$

$$Y(x) = c_0T_0 + \dots + (c_{N-3} - c_{N-1})T_{N-3} + (c_{N-2} - c_N)T_{N-2} + 2c_{N-1}xT_{N-2} + 2c_NxT_{N-1} = c_0T_0 + \dots + (c_{N-4} - 2c_{N-2} + 2c_N)T_{N-4} + (c_{N-3} - c_{N-1})T_{N-3} + 2(c_{N-2} - c_N)xT_{N-3} + 2c_{N-1}xT_{N-2} + 2c_NxT_{N-1} \quad (2.12)$$

이렇게 함으로써, 식 (2.13)과 같은 일반식을 얻는다.

$$Y(x) = xY'(x) + c_0' \quad (2.13)$$

$$Y(x) = x(xY''(x) + c_1') + c_0' \quad (2.14)$$

$$Y(x) = \sum_{k=0}^N c_k' x^k \quad (2.15)$$

식 (2.15)를 식 (2.9)에 적용하여 $G_1'(x), G_2'(x)$ 를 구한다. 마지막으로, $G_1'(x), G_2'(x)$ 에서 근 x_i 를 계산하여, LSF를 구한다. 이때, LSF $\omega_i = \arccos x_i$ 이다.

Fig. 4에서 $G_1'(x), G_2'(x)$ 근의 위치를 도시하였는데, 살펴보면 근 x_i 의 위치가 $[-1, 1]$ 사이의 값임을 확인할 수 있고, $G_1'(x), G_2'(x)$ 근이 서로 엇갈려 존재함을 알 수 있다.

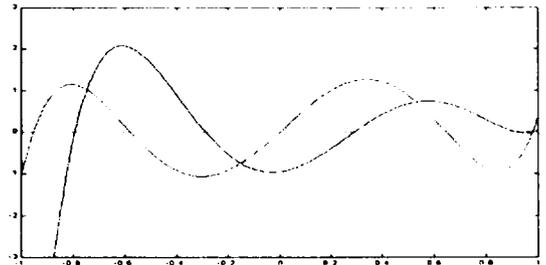


Fig. 4 The root's position of the $G_1'(x), G_2'(x)$ polynomials

III. LSF에서 LPC로의 변환

먼저 전송된 LSF ω_i 를 다음과 같이 바꾼다.

$$x_i = \cos \omega_i \quad (3.1)$$

$$G_1'(x) = \prod_{k=0}^{N-1} 2(x - x_{2k}), \quad (3.2)$$

$$G_2'(x) = \prod_{k=0}^{N-1} 2(x - x_{2k+1})$$

식 (3.2)는 근 x_i 의 인수분해 형태로 표현된 다항식 $G_1'(x), G_2'(x)$ 이다. 이를 확장함으로써 다항식의 계수를 구한다. 이 수행을 하기 위해 근 x_i 를 하나씩 대입하면서, 식 (3.3)을 이용하여 Chebyshev 다항식의 형태로 바꾼다.

$$\begin{aligned} Y_{N+1}(x) &= 2(x - x_r)Y_N(x) \\ &= \sum_{k=1}^{N+1} [c_{k-1} - 2x_r c_k + c_{k+1}] T_k(x) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$T_n(x) = \cos n\omega$ 를 이용하여, cosine의 항목으로 바꾸고, $G_1'(\omega), G_2'(\omega)$ 다항식을 구한다.

$$\begin{aligned} G_1(\omega) &= G_1'(\omega) \times e^{-j\omega p} \\ G_2(\omega) &= G_2'(\omega) \times e^{-j\omega p} \end{aligned} \quad (3.4)$$

그리고, Chebyshev의 정의 식(3.5)을 이용하여, $G_1(z), G_2(z)$ 의 계수를 구한다.

$$2 \cos k\omega = z^k + z^{-k} \quad (3.5)$$

다음으로, $G_1(z), G_2(z)$ 에 $z = \pm 1$ 에서의 근을 포함시켜, $F_1(z), F_2(z)$ 의 계수를 구한다. 그런 후에 다음의 식으로 LPC 다항식 $A(z)$ 를 구한다.

$$A(z) = \frac{1}{2} \{F_1(z) + F_2(z)\} \quad (3.6)$$

이 알고리즘은 Soong and Juang⁴⁾의 알고리즘을 개선한 Kabal and Ramachandran⁵⁾의 알고리즘이다. 이 알고리즘에서 곱셈의 연산과 덧셈의 연산을 줄일

수 있는 개선된 알고리즘을 본 논문에서 제안한다.

x_i 의 인수분해 형태로 표현된 다항식 $G_1'(x), G_2'(x)$ 을 구하지 않고, 식 (2.4)에서 바로 $G_1(z), G_2(z)$ 를 구한다. 식 (2.4)를 다시 써보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_1(z) &= \prod_{i=2,4,\dots,m} (1 - z^{-1} \cos \omega_i + z^{-2}), \\ G_2(z) &= \prod_{i=1,\dots,m-1} (1 - z^{-1} \cos \omega_i + z^{-2}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

식 (3.7)을 다음 식으로 풀어 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} G_1(z) &= \sum_{n=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} (b_n + b_{n-1}x_{2k} + b_{n-2})z^{-n}, \\ G_2(z) &= \sum_{n=0}^{\lfloor (m-1)/2 \rfloor} (b_n + b_{n-1}x_{2k+1} + b_{n-2})z^{-n} \end{aligned} \quad (3.8)$$

식 (3.8)에 x_i 를 직접 대입하여 다항식을 확장하게 되면, $g_1(n) = g_1(m-n)$ 임을 알 수 있다. $g_2(n)$ 도 마찬가지이다. 그러므로, 계수를 구할 때 LPC 차수 m 까지 구하지 않고, $m/2$ 인 p 까지만 구하고, 이를 앞의 식에 적용시켜 모든 계수를 구할 수 있다.

식 (3.8)에 x_i 를 직접 대입하여 계수를 구함으로써, Kabal 알고리즘에서 x 의 다항식으로 고친 후에 Chebyshev의 다항식으로 변환하는 과정을 한 단계로 줄여, Kabal의 알고리즘에서 곱셈 및 덧셈의 연산 숫자를 개선한다.

IV. 알고리즘 흐름도 및 수행결과

본 논문에서 제시한 LPC에서 LSF의 변환 알고리즘에 대한 흐름도를 나타내면 Fig. 5와 같다.

한편 LSF에서 LPC로의 변환 알고리즘을 나타내면 Fig. 6과 같다.

LSF를 LPC로 변환시의 알고리즘을 식 (3.7)에 직접 대입으로 전체 연산의 과정이 줄어들고, 연산에서 요구되어지는 곱셈 및 덧셈의 연산이 현저히 줄어들었다.

이 논문에서는 홀수 차수의 LPC 필터는 고려치 않고, 많이 이용되고 있는 짝수 차수에 대한 개선 알고리즘이다.

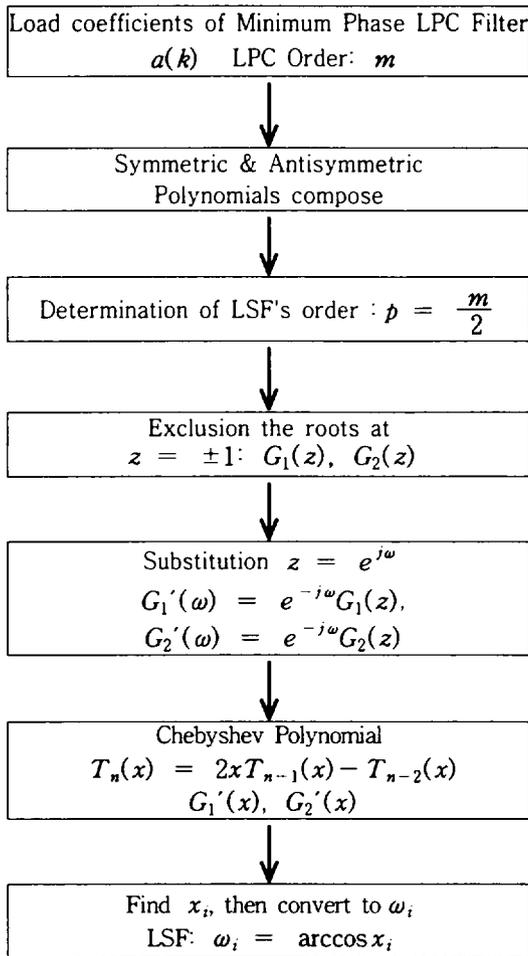


Fig. 5 The Algorithm for transform from LPC to LSF

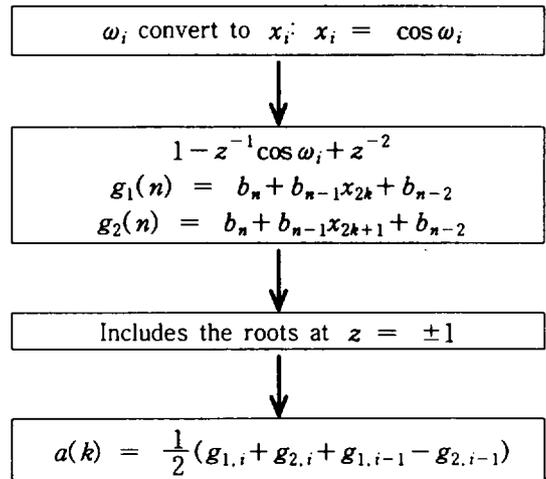


Fig. 6 The Algorithm for transform from LSF to LPC

이를 Fig. 7에서 전에 제안된 KABAL의 알고리즘과 비교해 보았다.

이 그림을 살펴보면 가장 많이 이용되고 있는 10차를 예를 들면 곱셈 연산이 18에서 10개로 줄고, 덧셈 연산이 78개에서 24개로 줄었음을 확인할 수 있다. 즉 곱셈 연산이 약 40%, 덧셈 연산이 약 70%의 감소를 확인할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 LPC와 LSF의 상호 변환하는 효



Fig. 7 G_1 's coefficients operations counts for the kabal algorithm and the revised algorithm

울적인 알고리즘에 대해 제안하였다. 기존의 방법에 비해 곱셈과 덧셈의 연산 과정을 줄였으며, 10차 LPC인 경우 곱셈은 40%, 덧셈은 1/3정도로 줄일 수 있어 본 알고리즘의 유용성을 보였다. 본 알고리즘은 CELP등 최근에 저 비트 실시간 음성처리 시스템에 유용하게 사용되리라 사료된다. 추후 연구 방향으로 DSP상에서 처리 시 계수들 간의 연관성을 고려한 병렬처리를 수행함으로써 실시간 처리 효율을 높일 수 있는 방법을 고려하는 것이다.

참고문헌

- 1) H. Wakita, Fall 1981, Linear prediction voice synthesizers: Line spectrum pairs(LSP) is the newest of several techniques, *Speech Techn.* pp.3.1~3.4.
- 2) G. S. Kang and L. J. Fransen, April 1985, Application of line spectrum pairs to low bit rate speech encoders, in *Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, Tempa, FL.* pp. 7.3.1~7.3.4.
- 3) Chung-Hsien Wu and Jau-Hung Chen, March 1997, A novel two-level method for the computation of the lsp frequencies using a decimation-in-degree algorithm, *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, Vol.5, No.2 pp.106~115.
- 4) F.K. Soong and B.H.Juang, May 1984. Line spectrum pair(LSP) and speech data compression, *Proc. IEEE int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol.1 pp.1.10.1~1.10.4.
- 5) Peter Kabal and Ravi Prakash Ramachandran, December 1986, The Computation of Line Spectral Frequencies Using Chebyshev Polynomials, *IEEE Trans, on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP.34, No.6. pp.1419~1426.
- 6) L. Fox and I. B. Parker, 1968, Chebyshev Polynomials in Numerical Analysis, London, England Oxford University Press. pp.5.1~5.3.