

3차원 압밀문제의 경계요소해석

서 일 교*

Boundary Element Analysis of 3-Dimensional Linear Consolidation Problems

Ill-Gyo Suh*

ABSTRACT

This paper presents a boundary element method for obtaining approximate solutions of 3-dimensional consolidation problems based on the Biot's linear theory. Laplace transform is applied to differential equation system in order to eliminate the time dependency. The boundary integral equations in transformed space are formulated and the fundamental solutions are shown in a closed form. In order to convert the transformed solutions to the ones in real space, the Hosono's numerical Laplace transform inversion method is applied. As a numerical example, a half-space consolidation problems subjected to two kinds of loading are selected and the applicability of the method is demonstrated through the comparison with the exact solutions.

Key words : Linear consolidation problem, Boundary element method, Laplace transform

1. 序 論

물에 포화된 흙에 힘을 가하면, 흙의 변형은 간격수의 이동과 함께 발생하며, 변형이 종료될 때까지는 긴 시간을 필요로 한다. 이와 같이 긴 시간이 걸리는 압축현상을 壓密(consolidation)이라 하고, Terzaghi에 의해 1차원의 非連成問題(uncoupled problem)로서 처음으로 해석되었다. 한편 Biot는 Terzaghi의 이론을 확장하여

間隙水壓(pore pressure)과 흙의 변형이 連成된 3次元 壓密理論을 제안하였다¹⁾. 지금까지 압밀이론의 해석에는 Terzaghi의 1차원 이론이 간단하기 때문에 많이 이용되었으나, 局所載荷와 같이 側方變形을 포함한 地盤舉動을 조사하기 위해서는 3次元 壓密理論을 적용해야 한다. Biot의 多次元 압밀이론에 관한 근사해석법으로서 지금까지 유한요소법에 의한 연구가 많이 이루어져 왔다^{3),4)}.

한편 압밀문제와 같은 半無限 領域問題에 대한 경계요소법의 적용가능성 및 그 우수성은 인

* 제주대학교 건축공학과
Dept. of Architectural Eng., Cheju Nat'l Univ.

식되어져 있으나 압밀문제에 대한 구체적인 적용은 連成性에 의해 문제가 복잡하기 때문에 그 적용예가 적으며 또한 지금까지 수치해석예로서 보다 실제적인 3차원문제의 해석에 대한 보고는 매우 적다^(6)-8),10),11).

본 논문에서는 Biot의 線形壓密理論에 근거한 3차원 압밀문제의 해석을 위하여 境界요소법에 의한 새로운 近似數值解析法을 제안한다. 非定常問題(transient problem)를 풀기 위해서 먼저 지배미분방정식에 Laplace 변환을 적용하고, 변환공간에서의 기본식으로 부터 變位와 間隙水壓에 대한 境界積分方程式 (Boundary integral equation) 을 유도한다. 또 변환공간에서의 基本解 (Fundamental solution) 를 구체적으로 제시하고, Laplace 변환된 해를 실시간 공간에서의 해로 변환하기 위하여 數值 逆變換法을 적용한다. 또한 해석예를 통하여 제안해법의 타당성을 밝힌다.

II. 基礎關係式

물로 포화된 線形等方 多孔質 彈性體를 대상으로 한다. 해석대상영역을 Ω , 境界를 Γ , Γ 의 外向 單位法線 벡터를 n 으로 하고, 시간영역을 $T=[0, t]$ 로 나타낸다. 이때 압밀문제에 대한 기초관계식은 다음과 같이 주어진다^{1),10)}.

$$\tau_{i,j} + \rho F_i = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &\equiv \tau'_{ij} + \delta_{ij} p \\ &= (\lambda u_{k,k} + p)\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

$$q_i = \frac{k}{\gamma_w} p_{,i} \quad (4)$$

$$q_{i,i} = n\beta p - u_{i,i} \quad (i, j, k=1, 2, 3) \quad (5)$$

여기서 u_i , e_{ij} , τ_{ij} , τ'_{ij} , p , q_i , F_i 는 각각 變位,

變形度, 全應力, 有效應力, 間隙水壓, 間隙流體의 流速, 單位질량당 물체력이고, ρ , k , γ_w , n , β 는 각각 흙의 密度, 透水係數, 流體의 單位體積重量, 空隙率, 流體의 體積 壓縮率이다.

이상의 기초 관계식으로 부터 變位 u_i 와 間隙水壓 p 에 관하여 다음과 같은 Biot의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{i,\bar{i}} + p_{,i} + \rho F_i = 0 \quad (6)$$

$$p_{,ii} - \frac{m}{K} p + \frac{1}{K} \dot{u}_{i,i} = 0 \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (7)$$

여기서

$$K = \frac{k}{\gamma_w} \quad (8)$$

이다. 식(6)과 (7)로 주어진 連成 微分方程式에 의한 초기치-境界치 문제를 풀기 위하여 다음과 같은 境界조건과 초기조건을 설정한다.

境界조건

$$\begin{aligned} u_i &= \hat{u}_i & (\Gamma_u \times T) \\ \tau_i &= \tau_{ij} n_j \\ &= (\tau'_{ij} + \delta_{ij} p) n_j = \hat{\tau}_i & (\Gamma_\tau \times T) \\ p &= \hat{p} & (\Gamma_p \times T) \\ q &= q_i n_i \\ &= -K p_{,i} n_i = \hat{q} & (\Gamma_q \times T) \end{aligned} \quad (9)$$

초기조건

$$\begin{aligned} u_i(t=0) &= {}_0 u_i \\ \dot{u}_i(t=0) &= {}_0 v_i \\ p(t=0) &= {}_0 p \\ u_{i,i}(t=0) &= {}_0 e \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 식(6)과 (7)로 주어진 비정상문제에 대하여 Laplace 변환을 적용한다. 식(6)과 (7)에 시간변수 t 에 관한 Laplace 변환을 적용하면, 변환공간에서의 지배방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\mu \bar{u}_{i,jj} + (\lambda + \mu) \bar{u}_{i,\bar{i}} + \bar{p}_{,i} = -G_i \quad (11)$$

$$\bar{p}_{,ii} - \frac{m}{K} \omega \bar{p} + \frac{\omega}{K} \bar{u}_{i,i} = -H \quad (12)$$

(i, j = 1, 2, 3)

단

$$\begin{aligned} G_i &= \rho F_i \\ H &= \frac{m}{K} \rho P - \frac{1}{K} \rho e \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 변환된 함수 \bar{f} 는 다음과 같이 정의되는 것이다.

$$\bar{f}(\omega) = \int_0^\infty e^{-\omega t} f(t) dt \quad (14)$$

식(11), (12)를 다음과 같이 행렬로 나타낸다.

$$L_{ij} \bar{U}_j = \bar{B}_i \quad (i, j = 1, 2, 3, 4) \quad (15)$$

여기서 $[L_{ij}]$ 는 微分演算子行列 (Differential operator matrix) 로서

$$[L_{ij}] = \begin{pmatrix} \mu\Delta + (\lambda + \mu)D_1^2 & (\lambda + \mu)D_1 D_2 \\ (\lambda + \mu)D_2 D_1 & \mu\Delta + (\lambda + \mu)D_2^2 \\ (\lambda + \mu)D_3 D_1 & (\lambda + \mu)D_3 D_2 \\ \frac{\omega}{K} D_1 & \frac{\omega}{K} D_2 \\ (\lambda + \mu)D_1 D_3 & D_1 \\ (\lambda + \mu)D_2 D_3 & D_2 \\ \mu\Delta + (\lambda + \mu)D_3^2 & D_3 \\ \frac{\omega}{K} D_3 & \Delta - \frac{m}{K} \omega \end{pmatrix} \quad (16)$$

이고

$$\begin{aligned} \{\bar{u}_i\} &= \{\bar{u}_1 \ \bar{u}_2 \ \bar{u}_3 \ \bar{p}\}^T \\ \{\bar{B}_i\} &= \{-G_1 \ -G_2 \ -G_3 \ H\}^T \end{aligned} \quad (17)$$

이다. 식(16)에서 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$ (3차원

Laplacian), $D_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$ 인 미분연산자를 의미한다.

III. 境界積分方程式 및 基本解

식 (15)에 대하여 텐서 V_{ik}^* 를 加重函數 (Weighting function)로 하는 다음의 加重殘差式 (Weighted residual equation)을 생각한다.

$$\int_{\Omega} (L_{ij} \bar{U}_j - \bar{B}_i) V_{ik}^* d\Omega = 0 \quad (18)$$

(i, j, k = 1, 2, 3, 4)

식(18)에 發散定理(Divergence theorem)를 적용하면 다음의 적분방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} L_{ij} V_{ik}^* \bar{U}_j d\Omega \\ &= \int_{\Gamma} \{ \bar{t}_{\alpha}(\mathbf{x}; \omega) V_{\alpha i}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; \omega) \\ & \quad - \bar{u}_{\alpha}(\mathbf{x}; \omega) \Sigma_{\alpha i}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; \omega) \} d\Gamma(\mathbf{x}) \\ &+ \int_{\Gamma} \{ \bar{p}_{, n}(\mathbf{x}; \omega) V_{4i}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; \omega) \\ & \quad - \bar{p}(\mathbf{x}; \omega) V_{4i, n}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}'; \omega) \} d\Gamma(\mathbf{x}) \\ &- \int_{\Omega} \bar{B}_i(\mathbf{x}') V_{ik}^*(\mathbf{x}', \mathbf{y}'; \omega) d\Omega(\mathbf{x}') \end{aligned} \quad (19)$$

(i, j, k = 1, 2, 3, 4 \ \alpha = 1, 2, 3)

여기서 \mathbf{x} 는 境界상의 점, \mathbf{x}', \mathbf{y}' 은 영역 내부점을 나타내고

$$[L_{ij}] = \begin{pmatrix} \mu\Delta + (\lambda + \mu)D_1^2 & (\lambda + \mu)D_1 D_2 \\ (\lambda + \mu)D_2 D_1 & \mu\Delta + (\lambda + \mu)D_2^2 \\ (\lambda + \mu)D_3 D_1 & (\lambda + \mu)D_3 D_2 \\ -D_1 & -D_2 \\ (\lambda + \mu)D_1 D_3 & -\frac{\omega}{K} D_1 \\ (\lambda + \mu)D_2 D_3 & -\frac{\omega}{K} D_2 \\ \mu\Delta + (\lambda + \mu)D_3^2 & -\frac{\omega}{K} D_3 \\ -D_3 & \Delta - \frac{m}{K} \omega \end{pmatrix} \quad (20)$$

이다. 여기서 좌변 적분에서 다음과 같이 둔다.

$$L_{ij} V_{jk}^* = -\delta_{ik} \delta(x-y) \quad (21)$$

식(21)에서 δ_{ik} 는 Kronecker delta, $\delta(x-y)$ 는 Dirac의 델타함수(delta function)이며, 이 미분방정식으로 부터 V_{jk}^* 는 $x=y$ 에서 特異(singular)인 基本解(Fundamental solution)임을 알 수 있다. 식(21)을 식(19)에 대입하면 영역내 부점 y' 에서의 처짐 및 間隙水壓과 경계상의 값들로 관계 지어지는 다음과 같은 적분방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{U}_j(y', \omega) = & \int_{\Gamma} \{ \bar{\tau}_\alpha(x; \omega) V_{\alpha j}^*(x, y'; \omega) \\ & - \bar{u}_\alpha(x; \omega) \Sigma_{\alpha j}^*(x, y'; \omega) \} d\Gamma(x) \\ & + \int_{\Gamma} \{ \bar{p}_{, n}(x; \omega) V_{4j}^*(x, y'; \omega) \\ & - \bar{p}(x; \omega) V_{4j, n}^*(x, y'; \omega) \} d\Gamma(x) \\ & - \int_{\Omega} \bar{B}_i(x') V_{ij}^*(x', y'; \omega) d\Omega(x') \quad (22) \\ & (i, j, k=1, 2, 3, 4 \quad \alpha=1, 2, 3) \end{aligned}$$

여기서 $\bar{U}_\alpha = \bar{u}_\alpha$ ($\alpha=1, 2$), $\bar{U}_3 = \bar{p}$ 이다. 식(21)에서 주어지는 基本解를 이용하여 영역 내부점 y' 을 경계상의 점 y 로 접근시키는 極限操作을 하면 다음과 같은 境界積分方程式(Boundary integral equation)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} c_k \bar{U}_k(y; \omega) = & \int_{\Gamma} \{ \bar{\tau}_\alpha(x; \omega) V_{\alpha k}^*(x, y; \omega) \\ & - \bar{u}_\alpha(x; \omega) \Sigma_{\alpha k}^*(x, y; \omega) \} d\Gamma(x) \\ & + \int_{\Gamma} \{ \bar{p}_{, n}(x; \omega) V_{4k}^*(x, y; \omega) \\ & - \bar{p}(x; \omega) V_{4k, n}^*(x, y; \omega) \} d\Gamma(x) \\ & - \int_{\Omega} \bar{B}_i(x') V_{ik}^*(x', y; \omega) d\Omega(x') \quad (23) \\ & (i, j, k=1, 2, 3, 4 \quad \alpha=1, 2, 3) \end{aligned}$$

여기서 c_k 는 形狀係數로서 매끈한 경계인 경우

$c_k = \frac{\delta_{kk}}{2}$ 로 주어진다. 또 식(23)에서 주어지는 변환공간에서의 표면력 벡터 $\bar{\tau}_\alpha$ 와 텐서 $\Sigma_{\alpha j}^*$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_\alpha = & (\bar{\tau}_{\alpha\beta}' + \delta_{\alpha\beta} \bar{p}) n_\beta \\ = & \{ (\lambda \bar{u}_{k, k} + \bar{p}) \delta_{\alpha\beta} \\ & + \mu (\bar{u}_{\alpha, \beta} + \bar{u}_{\beta, \alpha}) \} n_\beta \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{\alpha j}^* = & \left\{ \left(\lambda V_{ki, k}^* - \frac{\omega}{K} V_{4j}^* \right) \delta_{\alpha\beta} \right. \\ & \left. + \mu (V_{\alpha i, \beta}^* + V_{\beta i, \alpha}^*) \right\} n_\beta \quad (25) \end{aligned}$$

다음은 식(21)을 만족하는 기본해 V_{ij}^* 를 구하기 위하여 기본해 텐서 V_{ij}^* 를 微分演算子行列 $[L_{ij}]$ 의 轉置餘因子行列 (Transposed cofactor matrix) $[\mu_{ij}]$ 와 스칼라함수 ϕ^* 를 이용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} V_{ij}^*(x, y; \omega) = & \mu_{ij} \phi^*(x, y; \omega) \quad (26) \\ & (i, j=1, 2, 3) \end{aligned}$$

식(26)을 식(21)에 대입하면 스칼라함수 ϕ^* 는 다음 미분방정식을 만족하는 해로서 주어진다.

$$L \phi^* = -\delta(x-y) \quad (27)$$

여기서

$$\begin{aligned} L = & \det(L_{ij}) \\ = & \mu^2 (\lambda + 2\mu) (\Delta - \eta^2) \Delta^3 \quad (28) \end{aligned}$$

$$\eta^2 = \frac{1 + m(\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \frac{\omega}{K} \quad (29)$$

식(26), (27)로 부터 기본해 텐서 V_{ij}^* 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_{\alpha\beta}^* = & \frac{1}{4\pi\mu(\lambda + 2\mu)\eta^2} \\ & \times \{ \Psi_1^* \delta_{\alpha\beta} + \Psi_2^* r_{, \alpha} r_{, \beta} \} \end{aligned}$$

$$V_{\alpha}^* = \frac{1}{4\pi(\lambda+2\mu)\eta^2} \frac{\omega}{K} \zeta^* r_{,\alpha} - \sum_{m=1}^M \int_{\Omega_m} \bar{B}_i V_{i\alpha}^* d\Omega \quad (32)$$

(i, j = 1, 2, 3, 4)

$$V_{4\beta}^* = \frac{1}{4\pi(\lambda+2\mu)\eta^2} \zeta^* r_{,\beta}$$

$$V_{4\alpha}^* = \frac{1}{4\pi r} \exp(-r\eta) \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3) \quad (30)$$

식(32)를 행렬로 나타내면

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N H_{i\alpha} \bar{u}_\alpha + \sum_{n=1}^N H_{4\beta} \bar{p} \\ & = \sum_{n=1}^N G_{i\alpha} \bar{\tau}_\alpha + \sum_{n=1}^N G_{4\beta} \bar{p} - \sum_{m=1}^M R_j \end{aligned} \quad (33)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Psi_1^* &= -\frac{1}{1+m(\lambda+2\mu)} \\ & \times \left\{ \left(\frac{1}{r^2} + \frac{2}{r} \right) \frac{1}{r} \exp(-\eta r) - \frac{1}{r^3} \right\} \\ & + \frac{\omega}{2\mu K} (1+m(\lambda+3\mu)) \frac{1}{r} \\ \Psi_2^* &= \frac{1}{1+m(\lambda+2\mu)} \left\{ \left(\frac{3}{r^2} + \frac{2}{r} \eta + \eta^2 \right) \right. \\ & \times \left. \frac{1}{r} \exp(-\eta r) - \frac{1}{r^3} \right\} \\ & + \frac{\omega}{2\mu K} (1+m(\lambda+\mu)) \frac{1}{r} \\ \zeta^* &= \frac{1}{r^2} - \left(\frac{1}{r} + \eta \right) \frac{1}{r} \exp(-\eta r) \end{aligned} \quad (31)$$

이고 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ 이다.

IV. 離散化

식(23)으로 주어지는 경계적분방정식에 대해서 3차원 영역의 경계면을 N개의 경계요소를 도입하여 분할하면 다음과 같은 離散境界積分方程式(Discretized boundary integral equation)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{U}_j &= \sum_{n=1}^N \int_{\Gamma_n} \{ \bar{\tau}_\alpha V_{\alpha j}^* - \bar{u}_\alpha \Sigma_{\alpha j}^* \} d\Gamma \\ & + \sum_{n=1}^N \int_{\Gamma_n} \{ \bar{p}_{,\beta} V_{4j}^* - \bar{p} V_{4j}^* \} d\Gamma \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} H_{i\alpha} &= \int_{\Gamma_n} \Sigma_{\alpha i}^* d\Gamma, \quad H_{4\beta} = \int_{\Gamma_n} V_{4i}^* d\Gamma \\ G_{i\alpha} &= \int_{\Gamma_n} V_{\alpha i}^* d\Gamma, \quad G_{4\beta} = \int_{\Gamma_n} V_{4i}^* d\Gamma \end{aligned}$$

식(33)을 경계상의 모든 절점에 대해 적용시키고 경계조건을 적용하면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & [H_1 \quad H_2] \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{u}} \\ \bar{\mathbf{p}} \end{pmatrix} \\ & = [G_1 \quad G_2] \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{p}} \\ \bar{\mathbf{p}} \end{pmatrix} - \mathbf{R} \end{aligned} \quad (34)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{p}}$ 는 경계조건에서 주어진 既知벡터이다.

식(34)로 주어지는 聯立方程式系를 풀면 경계상의 모든 미지수를 결정할 수 있게 된다.

V. 數值 Laplace逆變換

식(34)로 부터 얻어지는 해는 Laplace 변환공간에서의 해이기 때문에 실시간 공간에서의 해를 얻기 위해서는 변환공간에서의 해를 역변환하여야 한다. Laplace역변환은

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{st} F(\omega) d\omega \quad (35)$$

으로 주어지는 Bromwich 적분에 의해 구할 수 있으나 위에서 언급한 해법으로 얻어지는 해는 離散解이기 때문에 식(35)를 적용할 수 없고 수치 역변환법을 사용해야만 한다.

수치 Laplace 역변환법은 대개의 경우 해의 성격을 미리 예측하여 선별적으로 적용하여야 하는 것이 대부분이고 汎用성이 큰 방법은 거의 없다. 그 중에서도 지금까지는 Durbin법이 잘 알려져 있으나 최근 범용성과 해의 精度가 뛰어난 Hosono法이 개발되어 많이 적용되고 있다^{5),12)}.

Hosono法은 Bromwich적분 (35)에서 指數函數를 근사시키고 거기에 Euler변환을 이용한 방법으로서 역변환식은 다음과 같은 級數로 주어진다.

$$f(t) = \frac{e^{\sigma t}}{t} \left[\sum_{n=1}^{k-1} f_n + \frac{1}{2^{k+1}} \sum_{\nu=0}^{\mu} A_{\mu,\nu} f_{k+\nu} \right] \quad (36)$$

여기서

$$A_{\mu,\mu} = 1, \quad A_{\mu,\nu-1} = A_{\mu,\nu} + \left(\frac{\mu+1}{\nu} \right) \quad (37)$$

$$f_n = (-1)^n I_n \{ \bar{f}(\omega_n) \} \quad (38)$$

$$\omega_n = \frac{1}{t} \left(\sigma + i \left(n - \frac{1}{2} \right) \pi \right) \quad (39)$$

이고 $I_n \{ \bar{f} \}$ 는 複素函數 \bar{f} 의 虛數部이다. 임의의 시각 t에서의 해 $f(t)$ 는 변환 파라미터 $\omega_n (n=1, 2, \dots, N)$ 에 대한 $N (= k + \mu)$ 개의 $\bar{f}(\omega_n)$ 값과 식(36)에 의해 계산된다. Hosono法을 적용한 해석 알고리즘은 Fig. 1과 같다.

VI. 數值解析例

이상에서 언급한 제한해법의 有效性을 검증하기 위하여 수치해석예를 보인다. 해석에서 一定

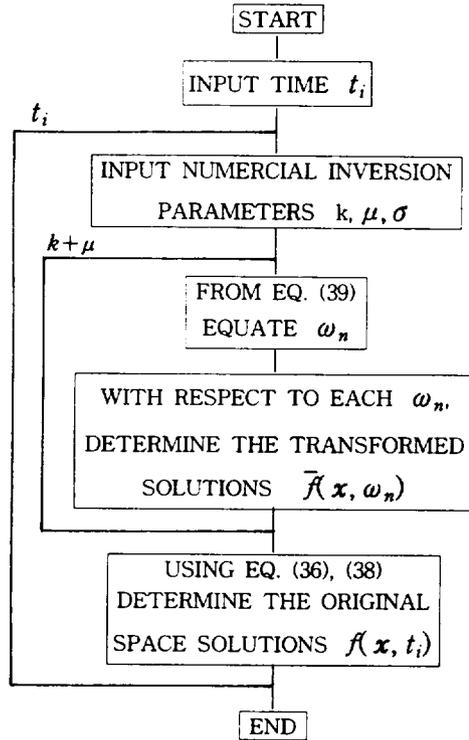


Fig. 1 Analysis algorithm

要素를 사용하며, 數值積分으로서 Hammer의 7점 적분을 적용하였고, 特異積分은 각 요소에 대한 座標系를 半徑方向과 圓周方向에 대한 極座標系로 변환하여 반경방향에 대해서는 해석적으로, 원주방향에 대해서는 8점 Gauss적분을 적용하여 계산하였다. 또 물체력과 초기조건을 0으로 가정한다.

수치해석으로서 半無限 地盤上的의 4각형의 境界面에 等分布荷重이 가해지는 경우의 압밀문제를 대상으로 하고 그 해석모델을 Fig. 2에 보인다. Fig. 3에 보인 바와 같이 4각형 載荷面의 長邊을 L_1 , 短邊을 L_2 로 했을 때 變長比 $\lambda (= L_2/L_1)$ 가 1.0과 0.2의 2종류의 재하조건에 대하여 계산을 하였다. 여기서 彈性定數

$E=1000.0$, Poisson비 $\nu=0.0$, 間隙水의 압축을 $m=0$ 으로 하였고, $\lambda=1.0$ 인 경우는 72개, $\lambda=0.2$ 인 경우는 80개의 삼각형 일정요소를 사

용하였다.

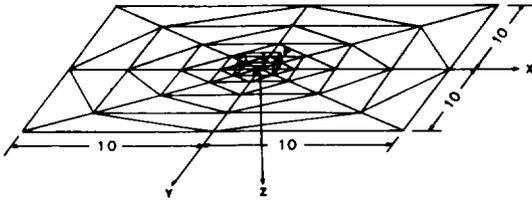


Fig. 2 Discretization

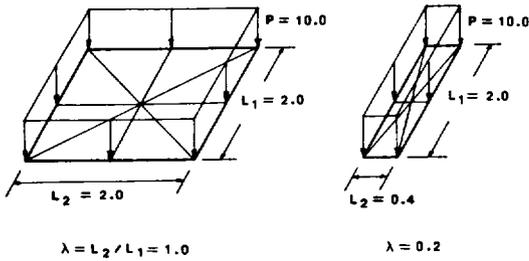


Fig. 3 Loading types

Fig. 4는 변장비 $\lambda=1.0$ 인 경우, 재하면의 압밀도 U^* 의 무차원 시간 $\hat{t}=(\lambda+2\mu)kt/(\gamma_w L_1^2)$ 에 대한 변화를 나타낸 것이고, Fig. 5는 $\lambda=0.2$ 인 경우 재하면의 압밀도 U^* 의 무차원 시간 \hat{t} 에 대한 변화를 해석해와 비교한 것이다. Fig. 4와 Fig. 5에서 실선은 Gibson & McNamee²⁾에 의한 해석해이다. 여기서 재하면의 침하량을 w 로 했을 때 압밀도 U^* 는 다음과 같이 정의된다.

$$U^* = \frac{w(\hat{t} = \hat{t}) - w(\hat{t} = 0+)}{w(\hat{t} = \infty) - w(\hat{t} = 0+)}$$

이상으로부터 본 해법에 의한 계산결과가 성긴 요소분할과 일정요소를 사용함에도 불구하고 해석해와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

VII. 結 論

본 논문에서는 3차원 선형 압밀문제를 해석하기 위한 경계요소법에 의한 근사해석법을 제안하였다.

Biot의 선형 연성 압밀이론에 의한 미분방정

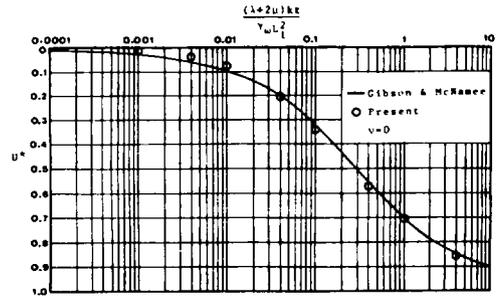


Fig. 4 Comparison of the degree of consolidation U^* ($\lambda=1.0, \nu=0.0$)

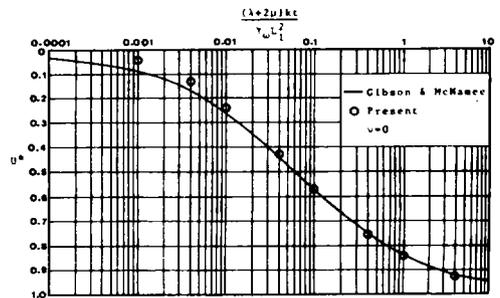


Fig. 5 Comparison of the degree of consolidation U^* ($\lambda=0.2, \nu=0.0$)

식을 대상으로 하여 Laplace변환을 적용하였고, 변환공간에서의 경계적분방정식과 기본해를 구체적으로 제시하였으며, Hosono의 수치 Laplace역변환법을 이용한 해석 알고리즘을 제시하였다. 수치해석예로서 반무한 지반의 4각형 국소재하에 의한 압밀문제를 해석하였고 얻어진 수치해와 엄밀해와의 비교를 통하여 제안해법의 유효성을 밝혔다.

參 考 文 獻

1. Biot, M. A., 1941, General theory of three dimensional consolidation, *J. Appl. Phys.*, Vol.12, pp.155-164.
2. Gibson, R. E., and McNamee, J., 1963, A three dimensional problem of the consolidation of a semi-infinite clay stratum, *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, Vol.16, pp.115-127.

3. Sandhu, R. S., and Wilson, E. L., 1965, Finite element analysis of seepage in elastic media, Proc. ASCE, Vol.95, EM3, pp.641-651.
4. Christian, I. T., and Boehmen, I. W., 1970, Plane strain consolidation by finite elements, Proc. ASCE, 96, SM4, pp.1435-1457.
5. 細野敏夫, 1979, 數値Laplace變換, 日本電氣學會論文誌 A, 第99卷, 第10号, pp.494-500.
6. Predeleanu, M., 1981, Boundary integral method for porous media, Proc. 3rd. Int. BEM Symp., pp.325-334.
7. Aramaki, G., Kuroki, T., and Onishi, K., 1982, Consolidation analysis by boundary element method, Proc. 4th. Int. BEM Symp., pp.363-376.
8. Cheng, A. H-D., and Liggett, I. A., 1984, Boundary integral equation method for linear porous-elasticity with applications to soil consolidation, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.20, pp.255-278.
9. 登坂宜好, 1985, 聯立微分方程式系の境界積分方程式表現, 第35回應用力學聯合講演會講演論文抄録集, pp.323-324.
10. Nishimura, N., and Kobayashi, S., 1989, A boundary integral equation method for consolidation problems, *Int. J. Solids and Structures*, Vol.25, No.1, pp.1-21.
11. 徐日教, 登坂宜好, 1988, ラプラス變換を用いた線形壓密問題の境界要素解析, 第2回計算力學シンポジウム報文集, 日本科學技術連盟, pp.183-188.
12. Tosaka, N., and Suh, I.G., 1991, Boundary Element Analysis of Dynamic Coupled thermoelasticity Problems, *Computational Mechanics*, Vol.8, pp.331-342.