

이중 슬릿에서 폭과 간격의 변화에 따른 회절무늬 형태

강명화*, 김두철*

A Diffraction Patterns on Variation of Width and Separation of Double Slit

Kang, Myeong-Hwa* · Kim, Doo-Chul*

Abstract

Diffraction patterns on the variation of the width b and the separation d of the double slit have been simulated by a computer.

As the slit-width b is kept constant and the slit-separation d is varied, the scale of the interference pattern varies, but that of diffraction pattern remains the same; As the slit-separation d increases by the slit-width b times, the number of fringe of interference is $2n+1$, n is d/b

However as the slit-separation d is kept constant, and the slit-width b is varied, the scale of the interference pattern and that of diffraction pattern varies: In case of $b \leq 0.1d$ the intensity between fringes of interference is nearly equal and this result agrees with that of Young's double-slit experiment.

I. 서 론

빛의 회절 현상은 일반적으로 광원과 스크린이 회절되는 구멍(aperture)에서 멀리 떨어져 있어서 입사파와 회절파의 파면이 평면파라고 볼 수 있는 Fraunhofer 회절과 광원과 스크린이 구멍(aperture)에서 가까이 있어 입사파와 회절파의 파면이 구면파라 볼 수

* 제주대학교 자연과학대학 물리학과

있는 Fresnel 회절 현상으로 구분한다.¹⁾

이러한 회절 현상은 회절되는 구멍(aperture)의 모양에 따라 회절무늬의 형태가 다르게 되므로 회절되는 구멍(aperture)의 모양 변화에 따른 회절 현상에 대한 많은 연구가 이루어졌다.²⁻⁷⁾ Fraunhofer 회절 실험은 슬릿의 형태에 따라 단일, 이중 슬릿 및 다중 슬릿에 의한 회절, 그리고 원형구멍 및 사각형 구멍에 의한 회절 등이 대부분 대학 교재에 소개되어 있으며, 실험 실습을 용이하게 할 수 있다.

이중 슬릿에 의한 Fraunhofer 회절 현상은 간섭 효과와 결합하여 나타나기 때문에 다소 복잡하여 학생들이 학습하는 과정에서 Young의 이중 슬릿에 의한 간섭현상과 구별하기 어렵게 된다. Young의 이중 슬릿에 의한 간섭 현상에서는 슬릿의 폭(b)이 임의로 좁다고(즉 $b \ll \lambda$, λ 는 입사파의 파장)만 가정하여 간섭무늬 세기가 슬릿의 폭의 함수로 주어지며, 이중 슬릿에 의한 회절 현상은 슬릿의 폭과 슬릿의 간격의 함수로 회절무늬 방사강도 함수가 주어진다.

따라서 본 논문에서는 Young의 이중 슬릿에 의한 간섭에서 주어지는 조건인 $b \ll \lambda$ 은 정상적인 상태에서 성립될 수 없기 때문에 이중 슬릿에서 슬릿의 폭과 간격의 변화에 의한 간섭 및 회절무늬 형태를 컴퓨터 시뮬레이션하여 소개하려 한다.

II. 이론적 고찰

임의의 모양을 가진 구멍(aperture)에 입사된 빛이 회절되어 스크린에서 관측되는 Fraunhofer 회절의 계산은 Fresnel-Kirchhoff 공식인

$$U_p = C \iint e^{ikr} dA \quad (1)$$

로 주어진다.¹⁾ 이 식은 엄밀하게는 vector 파동인 빛에 대하여 사용할 수 없으나, 파동함수의 절대치의 제곱이 방사강도가 되므로 빛의 Fraunhofer 회절의 계산에 사용할 수 있다. r 은 스크린의 임의점에서 구멍까지의 거리, k 는 파수(wave number)이며, C 는 모든 일정한 인자를 포함하는 상수이다.

Fig. 1과 같이 폭이 각기 b 이고, 거리 h 만큼 떨어져 있는 이중 슬릿에서 회절되는 파동함수 U_p 는 (1)식에 의해

$$U_p = 2bCe^{i\beta} e^{i\gamma} \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right) (\cos \gamma) \quad (2)$$

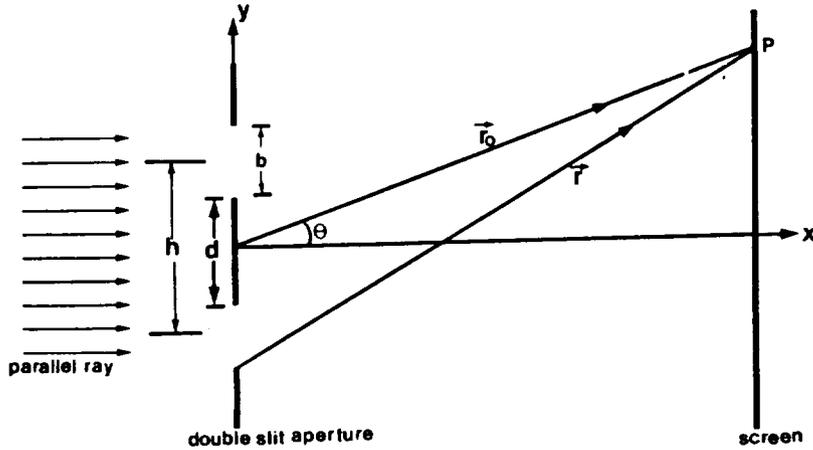


Fig. 1. Double slit aperture (b =width, d =separation, h =distance between slits).

로 계산되며, $\beta = \frac{1}{2} k b \sin \theta$, $\gamma = \frac{1}{2} k d \sin \theta$ 이다.¹⁾ 따라서 이중 슬릿에 의한 방사강도 분포 함수 I 는

$$I = |U_p|^2 = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 (\cos^2 \gamma) \quad (3)$$

이 되며, $I_0 = |2bC|^2$ 이다 이 식에서 $\cos^2 \gamma$ 는 Young의 간섭 실험에서 간섭무늬의 세기와 같으며 (Fig. 2-(a)), $\left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$ 는 단일 슬릿에 의한 회절 방사강도와 같다 (Fig. 2-(b))⁸⁾. 따라서 이중슬릿에 의한 회절무늬 모양은 간섭과 회절의 결합 형태로 (Fig. 2-(c))와 같이 주어지며, 그 형태는 $(\cos^2 \gamma)$ 에 의해 간섭무늬를 형성되고, $\left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$ 에 의해 간섭무늬들의 포락선을 형성함을 볼 수 있다. 포락선과 포락선내의 간섭무늬는 (3)식에서 γ 와 β 에 의해서 결정되어지는데, $\gamma/\beta = \frac{h}{b}$ 이므로 이중슬릿의 폭(b)과 슬릿간의 거리(h)의 변화에 따라서 회절무늬의 형태가 다르게 나타난다.

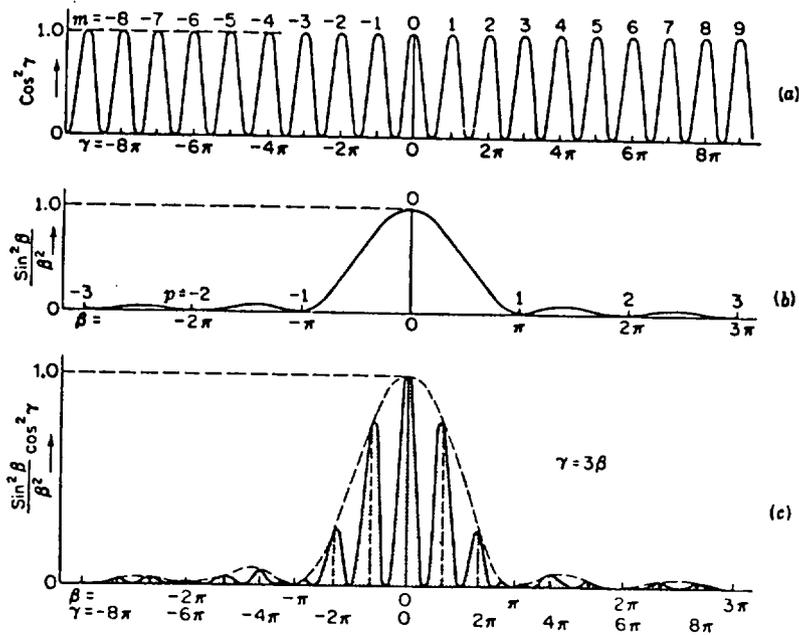


Fig. 2. Fraunhofer diffraction pattern of a double slit aperture (ref. 9)

Ⅲ. 결과 및 고찰

본 연구에서는 이중 슬릿의 폭(b)과 간격(d)의 변화, 즉 $n(=d/b)$ 의 변화에 의한 회절무늬의 형태 변화를 컴퓨터 시뮬레이션으로 살펴 보려한다. (d는 슬릿을 분리하는 불투명한 부분인데 본 논문에서는 d를 슬릿의 간격이라 칭함).

먼저 슬릿의 간격(d)을 폭(b)의 일정한 배율로 변화시키는 경우는 Fig. 1에서 $d/b = n$ 이라 두면 이중 슬릿에서 회절된 광선의 방사강도 함수인 (3) 식은

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \{ \cos^2(1+n)x \} \quad (4)$$

로 표현되며, 여기서 $x = \beta = \frac{1}{2} k b \sin \theta$ 이다. 이 식에 의해 간격(d)이 폭(b)보다 큰 경우, 즉 $n(=d/b)$ 이 $n > 1$ 인 경우에 n을 1에서 10까지 변화시키면서 회절 방사강도의 분포 형태를 그린 것이 Fig. 3이다. 그림에서 $n(=d/b)$ 값의 변화에 관계없이 일정한 포락선을 형성하였고, n의 값이 증가함에 따라 포락선 내의 간섭에 의한 주요 극대치의 수가 증가하며 주요 극대치의 수는 $2n+1$ 임을 알 수 있었다.

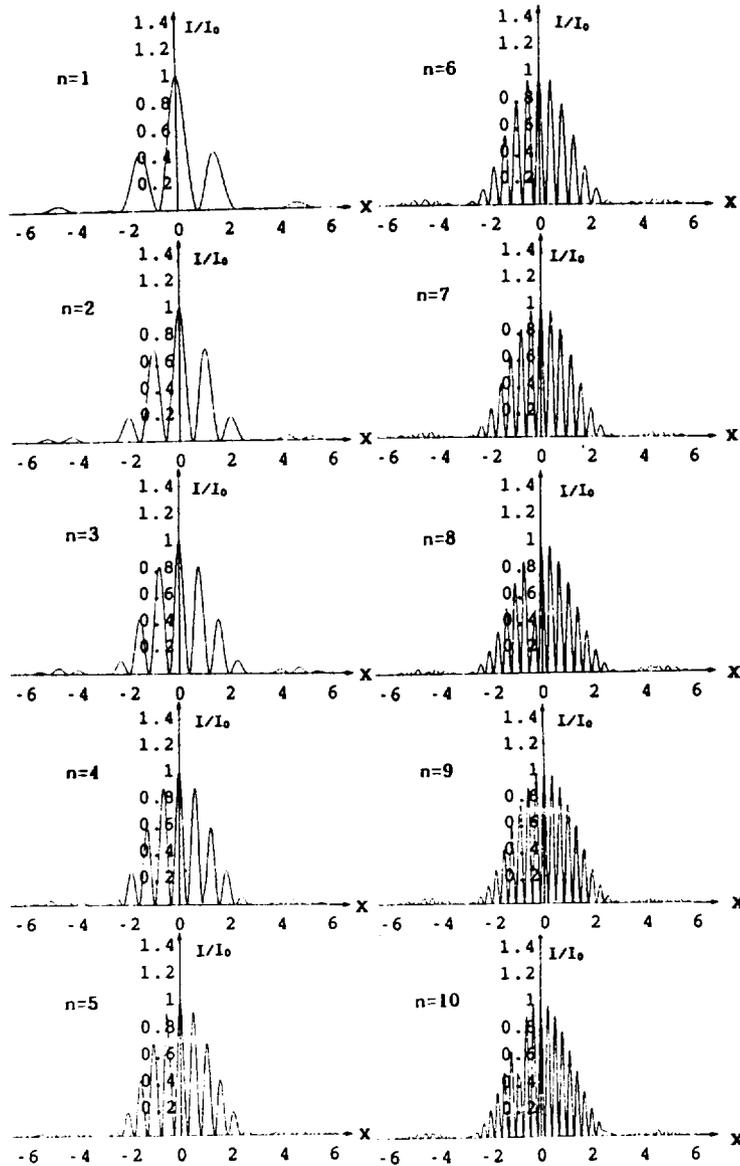


Fig. 3. The Fraunhofer diffraction pattern of the double slit by a computer simulation (In case of $n \geq 1$, where n is d/b , the slit-width b is fix, the slit separation d is varied by the slit-width b times.).

그리고 간격(d) 이 폭(b) 보다 작은 경우, 즉 $n(=d/b)$ 이 $n \leq 1$ 인 경우에 n 의 값을 1에서 0.1까지 변화시키면서 ($n=d/b=1 \rightarrow 0.1$), (4) 식에 의해 회절 방사각도의 분포 함수의 분포 형태를 나타낸 것이 Fig. 4이다. n 의 값의 변화에 따라 포락선의 형태는 변하지 않음

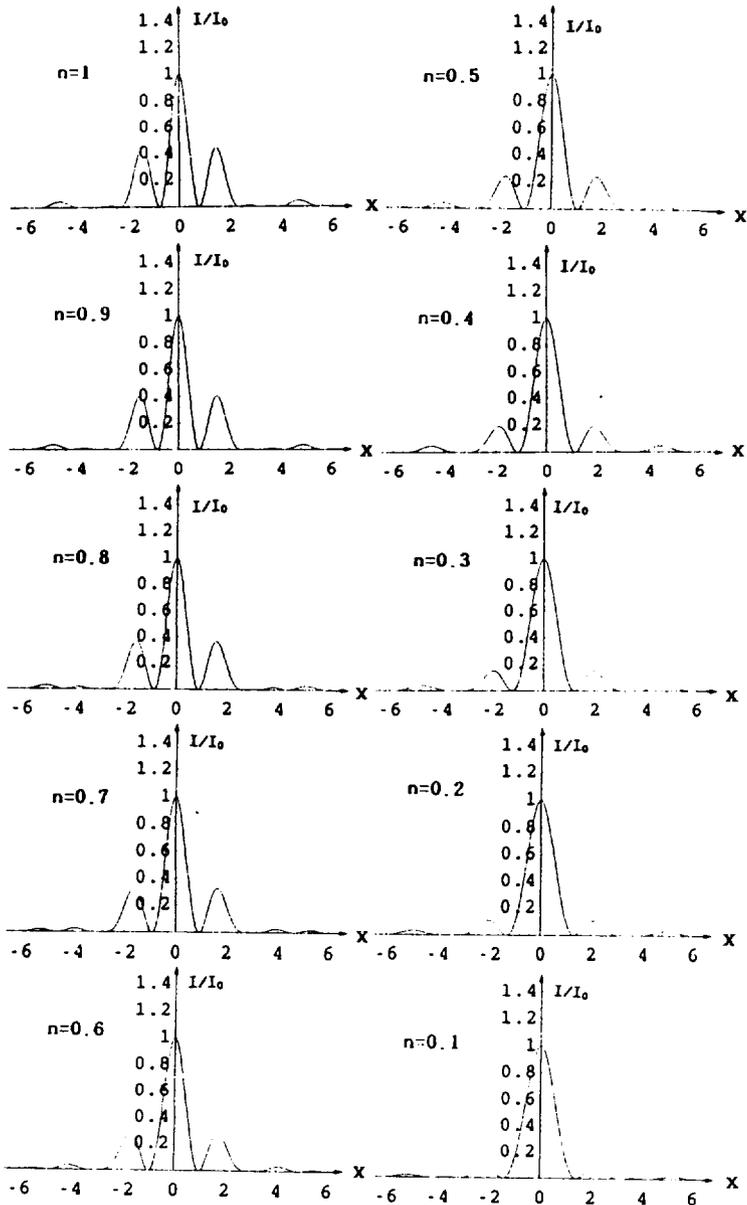


Fig. 4. The Fraunhofer diffraction pattern of the double slit by the computer simulation (In case of $n \leq 1$, where n is d/b , the slit-width b is fix, the slit separation d is varied by the slit-width b times.).

나, 포락선내의 간섭무늬의 형태는 n 의 값이 감소함에 따라 1차 주요 극대의 세기가 점차 감소하며 n 의 값이 0.1인 경우는 거의 단일 슬릿에 의한 회절 방사강도의 분포 형태와 일치하였다.

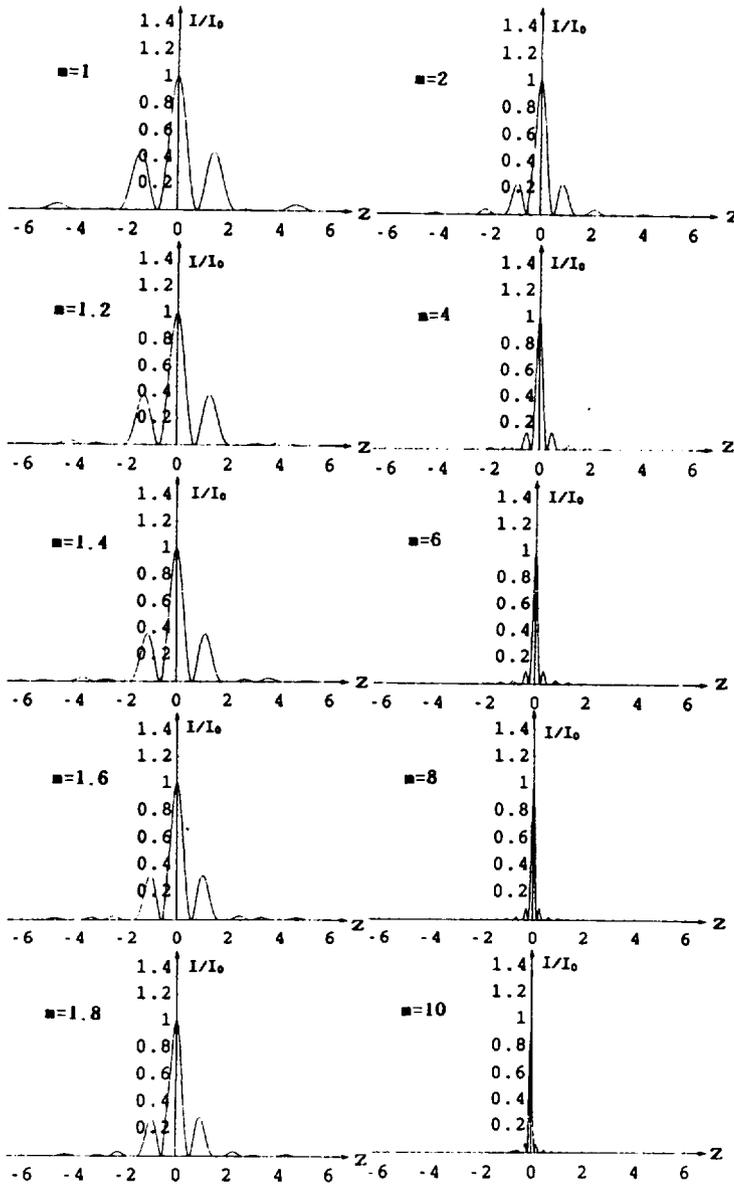


Fig. 5. The Fraunhofer diffraction pattern of the double slit by the computer simulation (In case of $m \geq 1$, where m is b/d the slit-width b is varied by the slit separation d times, the slit-separation d is fix.).

다음에는 슬릿의 폭(b)을 간격(d)의 일정한 비의 값으로 변화시키는 경우인데 Fig. 1에서 $b/d=m$ 이라 두면, 회절 방사강도 함수 I 는

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{\sin mz}{mz} \right)^2 (\cos^2(1+m)z) \quad (5)$$

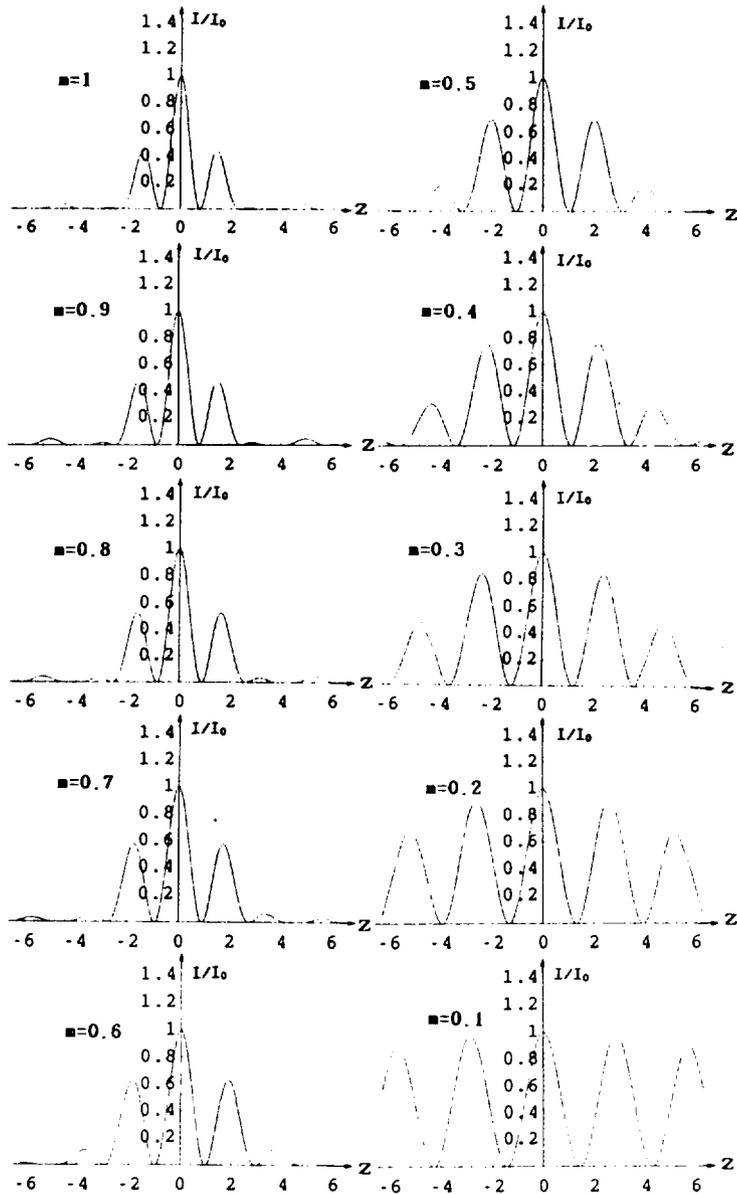


Fig. .6 The Fraunhofer diffraction pattern of a double slit by the computer simulation(In case of $m \leq 1$, where m is b/d the slit-width b is varied by the slit separation d times, the slit-separation d is fix.).

로 표현된다. 여기서 $z = \frac{1}{2} kbsin\theta$ 이다. 슬릿의 폭(b)이 간격(d)보다 큰 경우, 즉 $m(=b/d)$ 가 $m \geq 1$ 인 경우에 m 의 값을 1에서부터 10까지 변화시키면서 ($m=b/d=1 \rightarrow 10$), (5)식에 의해 회절 방사각도의 분포 형태를 나타낸 것이 Fig. 5이다. 그림에서 m 의 값의 변화

에 따라 포락선과 간섭무늬의 형태가 변하며, m 의 값이 증가할수록 포락선내의 1차 주요 극대치 값이 감소하여 점차적으로 회절무늬의 형태가 사라져감을 볼 수 있었다.

그리고 폭(b)이 간격(d)보다 작은 경우, 즉 $m(=b/d)$ 이 $m \leq 1$ 인 경우에 m 의 값을 1에서 부터 0.1까지 변화시키면서($m=b/d=1 \rightarrow 0.1$), (5)식에 의해 회절 방사각도의 분포 형태를 나타낸 것이 Fig. 6이다. 그림에서 m 의 값이 감소할수록 포락선과 간섭 무늬형태가 변함을 볼 수 있으며, m 의 값이 작을수록 주요 극대치의 값들이 증가하여 m 이 0.1인 경우는 1~2차 주요 극대치의 값들이 0차 주요 극대치의 값과 거의 같아짐을 볼 수 있었다. 이는 이중 슬릿에서 폭(b)이 작아질수록 Young의 간섭실험 조건과 일치하게 되며, 따라서 간섭 무늬의 세기도 거의 같게 분포된다는 것을 알 수 있었다.

IV. 결 론

이중 슬릿에서 슬릿의 폭(b)과 간격(d)의 변화에 의한 회절무늬 형태를 알아보기 위해 컴퓨터 시뮬레이션하였다. 그 결과 간격(d)을 폭(b)의 일정한 배율로 증감했을때는 회절에 의한 포락선은 변화가 없으나, 포락선내의 간섭무늬 수가 변함을 볼 수 있었다. 특히 슬릿 간격(d)을 폭(b)의 일정한 배율로 증가할 때 포락선내의 간섭무늬의 수는 $2n+1$ 개 나타났다($n=d/b$). 또한 이중 슬릿의 폭(b)을 간격(d)의 일정한 배율로 증감하였을 때는 포락선과 포락선내의 간섭무늬 형태가 변하며, $b \leq 0.1d$ 로 작게 하였을 경우에는 간섭 무늬들간의 세기가 비슷해 Young의 간섭실험과 거의 일치함을 볼 수 있었다.

V. 참고 문헌

- 1) G. R. Fowles, 1975, "Introduction to Modern Optics", 2nd ed., Holt, Rinehart and Winston, Inc. New York, Chapter 5.
- 2) H. J. Marvin, 1988, Fraunhofer diffraction by diamond-shaped apertures : A theoretical and experimental study, Am. J. Phys. 56. 551~554.
- 3) 김현수, 정순영, 노경숙, 1985, 정삼각형 구멍의 Fraunhofer 회절에 대한 고찰, 경상대논문집, 24. pp. 31~33.
- 4) 계종욱, 이성묵, 1991, 태양전지를 이용한 회절격자의 주기 및 간격 측정, 한국물리학회지, 물리교육, 9. pp42~46.
- 5) 문현주, 이성묵, 1991, 빛의 회절현상을 보여주는 시범실험. 한국물리학회지, 물리교육, 9. pp. 101~107.
- 6) 백낙권, 1985, He-Ne 레이저를 사용한 광회절에 관한 연구, 연세대, 석사학위논문.
- 7) 강명화, 강동식, 김두철, 1993. 정삼각형 구멍에 의한 회절 무늬 형태에 대한 고찰, 과학교육, 10, pp95~101
- 8) 고려대학교 물리학과편, 1985, "일반물리학" 고려대학교 출판부, 제39장
- 9) F. A. Jenkins, and E. W. Harvey, 1986, "Fundamentals of Optics", -4th ed., McGraw Hill, Chapter 16.