

신뢰성 해석에 의한 I 형 합성보의 최적 설계

김 상 진

제주대학교 지구환경시스템공학부

Optimum Design of I-shaped Composite Beam by Reliability Analysis

Sang-Jin Kim

Dept. of Civil & Environmental Engineering, Cheju National University, Jeju-Do. 690-756, Korea

This study develops a continuous optimum design algorithm based on a reliability analysis for the structure with I-shaped composite beam under TL-240 loads of Korean Bridge Design Code (KBDC). The finite element method is employed for the analysis of the structures. The Rackwitz-Fiessler procedure is used for the reliability analysis. The procedure accounts for the distribution of variables and nonlinear limit state functions. Sensitivity analysis is also performed to investigate effects of statistical variables. In the optimization formulation, the objective function is the total weight of steel and the constraints are flexural stresses, reliability indices, compact section criteria, deflections and other limits. Both the sequential unconstrained minimization technique and the dynamic programming method are used in the continuous optimization method. Various examples demonstrate the practicality of reliability based structural optimization. The results of optimization show that live load is the most sensitive factor among various design parameters and the sections around supports have high reliability.

Key words : reliability analysis, optimum design, bridge design

서 론

장대지간의 고속도로나 철도 등의 교량에서 강구조를 사용할 경우 철근콘크리트 구조에 비해 내구성, 유지관리 및 경간의 장대화 등 여러가지 잇점을 갖고 있기 때문에 일반적으로 강교량으로 구조물을 설계, 시공하고 있다. 본 연구에서는 국도, 철도교, 고가교 및 고속도로상의 교량에서 많이 시공되고 있는 합성강교에 대하여 구조해석과 설계를 동시에 수행할 수 있는 종합적인 프로그램을 개발하여 실제 구조물의 설계에 적용할 수 있도록 하였다. 특히, 신뢰성 해석에 의한 제약조건을 이용하여 설계 프로그램을 개발

하였고, 신뢰성 해석을 위한 각 변수들의 통계자료들의 변화에 따른 민감도 분석을 통하여 각 변수들의 영향을 살펴보고자 한다.

구조 해석방법으로는 탄성적인 구조해석을 하였으며, 하중저항계수법에 근거하여 소성개념에 의해서 설계하였다. 작용 하중으로는 도로교 표준시방서 (건설교통부, 1996) 규정에 근거한 TL-240 하중을 일반화하여 작용시켰다. 최적화 과정에서의 목적함수는 강재의 무게를 사용하였으며, 시방사항으로는 휨모멘트, 전단력 등에 대한 역학적 거동제약조건들과 형강의 모든 단면치수에 대한 사용성 제약조건 등을 포함하여 구성하였으며, 주재료인 형강은 공장제작제품이 아닌 현장제작 조립품으로 제한하였다.

최적화 문제의 형성

목적함수

본 연구에서는 콘크리트 및 아스팔트의 두께를 설계 상수로 하였고, 최적화의 목적함수를 강재의 증량으로 하여 식 (1)과 같이 정식화하였으며, 동적최적화 기법을 이용하여 최적의 단면을 선택하였다.

$$(Obj)_i = \sum_{j=1}^n (t_{Uj} \times b_{Uj} + t_{Mj} \times b_{Mj} + t_w \times d)_i \times L_i \times \rho \quad (1)$$

여기서, t_{Uj} , t_{Mj} : i 번째 단면의 상·하부 플랜지 두께, b_{Uj} , b_{Mj} : i 번째 단면의 상·하부 플랜지 폭, t_w , d : i 번째 단면의 웨브의 두께 및 높이, L_i : i 번째 단면의 길이, ρ : 강재의 단위증량, n : 단면의 수.

제약조건

부재의 저항에 대한 제약조건식으로는 휨 및 전단에 대하여 하중저항계수 설계법의 시방규정 또는 신뢰성 조건을 적용하여 각각 식 (2), (3)으로 정식화하였다.

$$G_i(1) = (\phi R_n)_i - (R_n)_i \geq 0 \quad (2)$$

$$G_i(1) = (\beta_m)_i - (\beta_{om})_i \geq 0 \quad (3)$$

플랜지 및 웨브의 좌굴을 방지하기 위한 제약조건식과 부재의 최대치와 최소치를 정하기 위한 제약을 두었으며 하부플랜지가 상부플랜지보다 두껍다는 제약조건도 두었다.

본 연구에서는 단면계수 산정시 중립축의 위치를 상부 플랜지나 웨브에 있다고 가정하였으며 이에 대한 제약조건식은 식 (4)와 같다.

$$G_i(2) = [(t_{Uj}b_{Uj} + t_w d + t_{Mj}b_{Mj}) - \left\{ 0.85 \frac{\sigma_c k}{\sigma_y} (b_e t_c - A_s) + A_s \right\}]_i \geq 0 \quad (4)$$

최적화 기법

본 연구에서는 동적계획법에 의한 전체 최적화 알

고리즘을 이용하여 부재별 최적화 단계에서 측차 무 제약 최소화기법을 사용하였다. 먼저 초기 설계변수를 가정하여 구조해석을 한 후 각 단면장별 최적화를 하게 되고, 각 단면장에 대한 최적화가 끝나서 전체 증량이 결정되면, 앞의 최적화에서 결정된 설계변수를 단면값으로 하여 다시 구조해석을 하여 동일한 최적화 과정을 거친 후 전체증량이 결정된다. 바로 전 단계의 전체증량과 비교해서 목적함수가 수렴을 하지 않았을 경우는 다시 이 최적화 과정을 반복하며, 수렴하였을 경우 여기서 결정된 설계변수를 최종 설계 단면으로 하여 다시 구조해석을 해서 이 각 단면이 강도제약조건을 만족하는지 확인하고 최적화를 마치게 된다.

신뢰성 해석

변수가 정규분포를 이루지 않고 대수정규분포, Gamma 분포, 또는 Extreme Value Type I 등의 분포를 보이거나, 한계상태 함수가 비선형일 경우, 신뢰성 지수는 Rackwitz - Fiessler(1978) 방법을 통하여 상당히 정확하게 계산할 수 있다. 그러나, 이 방법은 한계상태 함수내의 모든 변수의 분포를 알아야만 가능하다.

Rackwitz - Fiessler 방법의 가장 기본적인 원리는 비정규분포를 등가의 정규분포로 변환을 시키는 것이다. 이런 과정을 거침으로써 서로 다른 분포의 변수 들끼리의 계산이 쉬워진다는 장점이 있다.

한계상태 함수

본 연구에서 사용한 휨과 전단에 대한 한계상태함수를 정식화하면 식 (5)와 같다.

$$g = R - L - D - I \quad (5)$$

여기서 R은 휨 또는 전단 저항이며, L, D, I 는 각각 활하중, 사하중, 충격하중이다.

민감도 해석

본 연구에서 사용한 변수들의 값은 국내에서 측정

한 값을 사용하고 있으나, 일부 값은 국내에서 측정되거나 실험된 자료가 없어서 미국 연방표준국 (Ellingwood, 1980)과 미국 학회(Nowak, 1993)에서 측정된 값을 사용하였다. 따라서, 신뢰성 해석을 위한 변수들의 영향을 살펴보고, 앞으로 우리 나라에서 적용가능한 신뢰성 자료를 측정할 경우 측정 정확도를 높여야 하는 자료를 제시하여야 한다.

이를 위하여 본 논문에서는 활하중 변동계수, 사하중 변동계수, 강도추정에 관련되는 변동계수의 변화에 따른 민감도 분석을 통하여 설계 중량에 미치는 영향을 분석하였다.

Rackwitz-Fiessler 방법

확률변수가 정규분포를 이루지 않고 대수정규분포, Gamma 분포, Extreme Value Type I 등의 비정규분포를 보이거나, 한계상태함수가 비선형일 경우, 신뢰성 지수는 Rackwitz-Fiessler 방법을 통하여 상당히 정확하게 계산할 수 있다. 그러나, 이 방법은 한계상태 함수내의 모든 변수의 분포를 알아야만 사용 가능하다.

Rackwitz-Fiessler 방법의 가장 기본적인 원리는 비정규분포를 등가의 정규분포로 변환시키는 것이다. 한계상태함수 $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 가 비선형일 경우, 평균을 초기 설계점으로 가정 한 후 ($X_i^* = \bar{X}_i$), 식 (6)과 같이 Taylor급수를 사용하여 비선형 한계상태함수를 설계점에 대하여 선형화 시킨다.

$$g(\bar{X}_1', \dots, \bar{X}_n') \cong g(X_1^*, \dots, X_n^*) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} (\bar{X}_i' - X_i^*) \quad (6)$$

따라서, 신뢰성 지수 β 는 식 (7)으로 표현할 수 있다.

$$\beta = \frac{g(\bar{X}_1', \bar{X}_2', \dots, \bar{X}_n')}{\sigma_{g'}} \quad (7)$$

식 (7)중 $\sigma_{g'}$ 는 식 (8)로 정식화되며 식 (9)을 이용하여 새로운 설계점 X_i^* 를 추정한다.

$$\sigma_{g'} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \sigma_i' \right)^2} \quad (8)$$

$$X_i^* = \bar{X}_i - \frac{\left(\left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \right) \beta \sigma_i'^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \sigma_i' \right)^2}} \quad (9)$$

위의 과정을 $X_{old}^* = X_{new}^*$ 일 때까지 반복한다.

신뢰성 제약에 의한 최적설계

신뢰성 해석을 위한 통계적 모델

본 연구에서 사용된 신뢰성 해석을 위한 편중계수 (λ)값과 변동계수 (ρ)의 통계자료는 아래 Table 1과 같다. 설계변수로는 상·하부 플랜지 두께, 웨브의 두께 및 상·하부 플랜지 폭 등 5개를 사용하였다.

Table 1. Basic Statistics for Each Variable

Variables	λ	ρ	Distribution
Plastic Section Modulus (Z)	1.05	0.05	Normal
Yield Strength (F _y)	1.10	0.13	Log-Normal
Dead Load (D)	1.05	0.10	Normal
Live Load (L)	1.24	0.25	Log-Normal
Impact Factor (I)	-	0.80	Normal
Area of Web (A _w)	1.05	0.05	Normal

설계조건 및 변수

본 연구에서는 30 m I 형 단순 합성보를 8 + 14 + 8 m 의 세 단면으로 나누어 단면별로 발생하는 최대 모멘트와 전단력을 구하고 신뢰성 해석을 통하여 최적설계를 수행하였다. 실예제를 위한 설계 조건은 표 2와 같고, 이 조건들은 건설교통부에서 제정한 도로교 표준시방서와 도로교 상부 구조 표준설계도를 참고로 하여 결정되었다.

신뢰성 제약조건을 이용한 최적설계 결과

최적 수행결과 Fig. 1에서 볼 수 있듯이, 신뢰성 지수가 작은 범위에서는 최적 중량이 일정하거나 신뢰성 지수의 증가에 따른 최소 중량의 증가량이 완만한 기울기를 가지면서 증가되지만, 그 이상이 되면 최소 중량의 증가량이 커짐을 보이고 있다. 이러한 결과는

Table 2. Design Conditions

Design Constants	Used Values
Span Length	30 m
Effective Width	2.2 m
Unit Weight of Concrete	2400 kg/m ³
Unit Weight of Asphalt	2250 kg/m ³
Unit Weight of Steel	7850 kg/m ³
Concrete Thickness	23 cm
Steel Ratio within Effective Width	0.01 %
Concrete Strength	240 kg/cm ²
Steel Yield Strength	3300 kg/cm ²
Depth of Web	190 cm
Target Reliability Index (Bending)	2.1 - 4.5
Target Reliability Index (Shear)	4.0
Asphalt Thickness	5 cm
Design Load	TL - 240

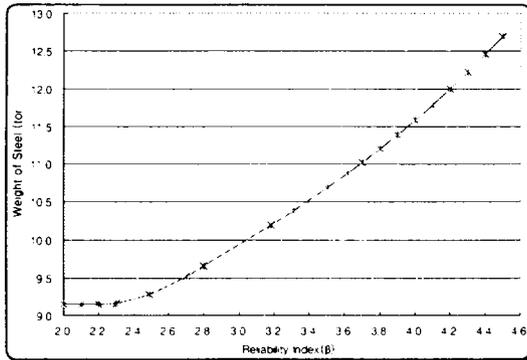


Fig. 1. Result of Optimum Design.

낮은 범위의 신뢰성 지수 범위에서는 중앙부만 신뢰성 지수에 의한 제약을 받으면서 단면이 커지기 때문에 중량 증가량이 작고, 그 이상의 범위에서는 중앙부, 단부 모두 신뢰성 지수에 의한 제약을 받으면서 단면이 커지기 때문이다.

민감도 분석

본 연구에서는 신뢰성 해석에 사용되는 변수들의 변동계수가 최적중량에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 민감도 분석을 실시하였다. 민감도 분석의 방법은 임의의 신뢰성 지수 ($\beta_S=4.0, \beta_M=4.0$) 제약조건에 대하여 본 연구에서 사용한 신뢰성 해석을 위한 변수들의 변동계수 (ρ)의 값을 일정비로 변화($\pm 20\%$) 시

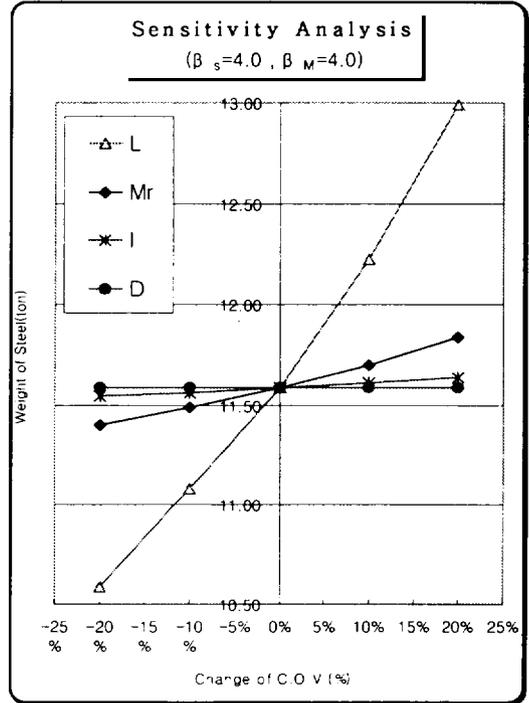


Fig. 2. Sensitivity Analysis.

키면서 최적 단면을 찾는 방법을 택하였다. 여기서, 임의의 신뢰성 지수는 최적화 수행결과 가장 변화량을 추적하기 쉬운 값으로, 위 값 이상에서는 수렴의 속도가 현저히 떨어지며 정확한 최적화 값을 얻을 수 없었으며, 위의 값 이하에서는 그 변화량이 작아서 민감도 분석이 어려웠다. 분석결과 나온 최적중량은 Fig. 2와 같으며, x-축상의 0.00점은 Mr, L, D, I의 각각에 대한 기준점이다. 결과를 보면, normal 분포인 사하중과 충격하중의 경우, 변동계수의 변화에 따른 중량의 변화는 -0.37~0.46%로 거의 보이지 않았다. 이에 반하여, log-normal 분포인 활하중의 경우는 변동계수의 값의 변화에 따른 중량의 변화가 -8.62~12.12%로 상당히 큼을 알 수 있다. normal 분포인 Mr의 변화량은 -1.58~2.18%로 동일한 normal 분포인 D, I의 변화량보다 크게 나타났는데, 이는 Mr의 절대치가 크기 때문으로 판단된다.

신뢰성 지수와 단면변화 분석

Fig. 3은 신뢰성 지수와 단면의 결과를 보이고 있

다. 전 경간에 대해서 상부 플랜지와 웨브의 두께는 최소두께로 접근하며, 하부 플랜지의 두께는 두꺼워짐을 알 수 있다. 이는 신뢰성 해석시 단면계수가 변수로 사용되는데, 단면계수를 증가시키기 위해서는 동일 면적에 대해서 하부 플랜지의 두께를 증가시키는 것이 단면계수를 증가시키는데 더욱 효과적이기 때문으로 판단된다. 웨브두께의 경우 좌굴을 방지하기 위한 최소 두께의 신뢰성 지수가 단부의 경우 5.0 - 7.0의 범위로, 중앙 단면의 경우 전단력이 작은 관계로 신뢰성 지수가 7.0 이상의 높은 값을 나타내었다. 이것은 일반적인 교량의 경우 전단에 대해서는 휨보다 상당히 안전함을 보이는 결과라고 볼 수 있다.

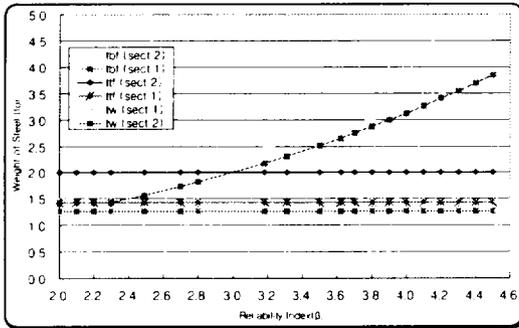


Fig. 3. Section Change per Reliability Index.

재료별 신뢰성 최적설계

Fig. 4는 동일한 조건하에서 기준단면 ($\sigma_s = 240 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_v = 330 \text{ kg/cm}^2$)과 콘크리트 강도를 달리한 경우 ($\sigma_s = 270 \text{ kg/cm}^2$)와 강재의 항복강도 ($\sigma_v = 4300$)

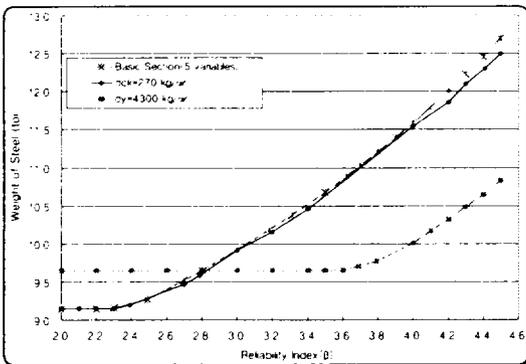


Fig. 4. Optimum Design per Material Change.

kg/cm^2)를 달리한 두 가지 경우에 대한 최적화 결과이다. 최적설계 결과, 콘크리트의 강도를 변화시킨 경우는 기준 단면과 거의 동일하였다. 강재의 항복강도를 증가시킨 경우, 낮은 범위의 신뢰성 지수범위에서는 기준단면보다 강재의 중량이 더 큰 반면에, 일정 수준의 지수 이상에서는 경제적인 단면이 설계되었다. 이를 분석하면, 중요도가 떨어지는 교량의 경우에는 강재의 강도를 낮추는 것이 경제적이고, 그 반대의 경우에는 강재의 강도를 높이는 것이 경제적임을 알 수 있다.

하중-저항계수 설계법에 의한 최적설계

Table 3은 하중-저항 계수 설계법에 의한 최적결과 및 최적 결과의 신뢰성 지수를 나타내고 있다. 비교란의 신뢰성 지수 (β_w)는 하중-저항계수 설계법에 의한 최적중량과 동일한 중량의 신뢰성 해석에 의한 최적중량과 비교하였을 때의 신뢰성 지수를 나타내고 있다. 휨에 대해서는 신뢰성 지수에 의한 최적결과와 거의 동일한 결과를 보였으나, 전단에 대해서는 상당한 안전성을 보임을 알 수 있었다.

Table 3. Optimum Design per LRFD

Span length		30 m	
Total optimum weight		12.31 ton	
Section		End	Middle
Optimum weight		3.207	5.900
Optimum Section	Upper flange	1.436	2.020
	Lower flange	2.896	2.986
Web		1.767	1.479
β_M		3.08	2.76
β_S		6.60	7.79
LRFD design (β_M)		3.98	3.33

결론

본 연구에서의 최적화 및 민감도 분석을 통한 결과를 중심으로 분석한 결과들을 비교, 검토하여 얻은 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 신뢰성 해석에 의한 신뢰성 지수를 제약조건으로 고려한 최적화의 가능성을 입증하였으며, 단순 I

형 합성보에 대한 최적설계 결과, 일정지수 이하에서는 중량 대 지수비가 완만한 증가비를 보이다가, 그 이상에서는 중량 대 지수비가 증가하는 설계가 됨을 알 수 있었다.

2. 최적단면 결과, 부재 단면의 최소두께는 좌굴에 대한 제약조건이 지배 제약조건으로 나타났으며, 하중-저항 계수 설계법에 의한 최소 두께를 적용한 합성보는 전단에 의한 파괴 확률이 상당히 낮아 전단에 의한 신뢰성 지수의 제약조건으로는 거의 지배되지 않는 것으로 검토되었다.
3. 민감도 분석결과 합성보의 신뢰성 해석에 주된 영향을 끼치는 변수는 log-normal 분포인 활하중이었다. 그러므로, 실제 설계의 적용을 위하여 활하중에 대한 통계자료는 그 정밀도를 높여 현장 실험을 실시해야 할 것으로 판단된다.
4. 동일조건하에서 재료의 강도를 달리한 결과, 중요도가 낮은 교량의 경우에는 강재의 강도를 낮추는 것이, 중요도가 높은 경우에는 강재의 강도를 높이는 것이 경제적임을 알 수 있었으며, 콘크리트의 강도는 큰 영향을 끼치지 않는 것으로 검토되었다.
5. 하중-저항 계수 설계법에 의한 최적설계 결과, 전단에 대한 안전성은 충분하나, 뒀에 대해서는 상대적으로 안전성이 떨어지는 것으로 검토되었다. 그러나, 본 연구결과 상·하부 플랜지의 두께를 달리함으로써 충분히 안전성을 높일 수 있는 것으로 판단된다.
6. 3개의 설계변수와 5개 설계변수로 각각 최적설계 결과, 3개 변수에 의한 최적설계가 최적화 수행시

간은 단축되면서 최적해의 결과는 거의 동일함을 보여주었다. 이는 사용성과 기하학적 조건을 만족시키는 범위내에 설계변수를 축소시켜 최적화를 수행하면 보다 합리적인 최적설계가 될 것으로 판단된다.

참고문헌

- 건설부. 1996. 도로교 표준 시방서.
- Ellingwoods, B. 1978. Reliability Basis of Load and Resistance Factors for Reinforced Concrete Design. National Bureau of Standards Building Science Series 110. Washington, D. C.
- Ellingwood, B., T.V. Galambos, J.G. MacGregor, and C.A. Cornell. 1980. Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58. National Bureau of Standards, NBS Special Publication 577, Washington, D.C.
- Freudenthal, A.M., J. Garreltx, and M. Shinozuka. 1966. The Analysis of Structural Safety. J. Struct. Div., ASCE, 92(1): 267 - 325.
- Nowak, A.S. 1993. Calibration of LRFD Bridge Design Code. Report UMCE 93-22, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI.
- Rackwitz, R. and B. Fiessler. 1978. Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences. Computer and Structures, 9: 484-494.