

동조 질량 감쇠기의 최적 설계

장 태 준* · 은 회 창** · 서 일 교**

Optimal Design of Tuned Mass Damper

Tae-Joon Chang*, Hee-Chang Eun** and Ill-Gyo Suh**

ABSTRACT

This paper presents optimal design values of tuned mass damper, which is a control system to reduce the dynamic responses. The values were obtained by minimizing a performance index, which is a quadratic form by dynamic responses, and applying an optimization algorithm. Also, more reduction of dynamic responses was observed by acting control forces determined by optimal control theory on the structure. It was desirable that an additional tuned mass damper is located at the floor governing the second vibration mode.

Key Words : tuned mass damper, control, performance index, dynamic response

1. 서 론

최근 들어 국내에 건축물들은 고층화 및 경량화 추세로 풍하중이나 간헐적으로 발생하는 지진에 의한 진동으로 내진 설계나 건축물의 진동 제어에 대한 관심이 증가하고 있다. 일본, 미국 등과 같이 지진 다발 지역에서는 내진 설계와는 별도로 진동 제어 시스템을 설치하여 진동에 대한 피해를 줄이려는 많은 시도들이 행해지고 있다. 제어 시스템은 크게 수동(passive)과 능동(active) 제어 시스템으로 구분된다.

수동 제어 시스템은 작용하는 외력을 이 시스템의 동적 능력에 의해 에너지를 흡수하여 구조물의 동적 특성을 변화시키는 역할을 한다. 반면에, 능동 제어

시스템은 센서에 의해 지진동을 탐색하고 이에 대응하는 제어력을 가력기(actuator)에 작용시키는 방법이다. 이 시스템은 전기적인 장치에 의해 힘을 발휘시키므로 지진 작용시에 외부 에너지의 공급이 중단될 경우에는 제어력을 발휘시키지 못하는 단점이 있으나 수동 제어에 비하여 진동 제어를 확실하게 할 수 있다는 장점이 있다.

수동 제어 시스템의 일종인 동조 질량 감쇠기(Tuned Mass Damper, 이하 TMD라 함)는 진동 에너지를 구조물의 고유 진동수에 동조하여 기계적 감쇠비를 증가시키는 방법으로, 유지 관리가 쉽고 효과가 비교적 확실한 장점이 있다. 뉴욕시에 Citicorp 센터, 보스턴에 Hancock building, 호주의 시드니 타워, 일본 오사카에 Crystal Towe Building 등에 TMD가 설치되었다.

TMD의 최적 설계는 제어하고자 하는 건축물의 모드에 상응하는 진동수에 TMD의 진동을 동조시키며, 적절한 값의 감쇠를 선정하는 것이다. 그러나

* 제주대학교 건축공학과

Dept. of Architectural Engineering, Cheju Nat'l Univ.

** 제주대학교 건축공학과, 첨단기술연구소

Dept. of Architectural Engineering, Research Institute of Advanced Technology, Cheju Nat'l Univ.

TMD의 단점들중에 하나는 구조물의 진동수 변화에 민감하다는 것이다. 예를 들어 지진 발생 동안에 구조물의 진동수 변화에 대응하지 못하므로 TMD의 성능 저하가 예상된다. 이러한 단점을 보완하는 방법으로 여러 개의 TMD를 설치하여 작동이 적절치 않을 경우에 보완하는 방법을 취한다. Den Hartog[1]는 동조 질량 감쇠기가 포함된 2자유도 모델의 조화 진동에 의한 정상 상태 응답을 실시하여, 질량 동조 동적확대 계수(dynamic magnification factor) 곡선상에 2개의 고정점이 되도록 높으면서 같은 값을 갖도록 함으로서 최적 동조 질량 감쇠기 설계 방법을 제안하였다. Guata와 Chandrasekaren[5]은 1952년 Taft 지진이 작용하는 동안에 단자유도계 건물의 응답에 대한 탄성 및 소성 성질을 갖는 TMD의 영향을 연구하였다. 이들 연구에 의하면 지진동하에 보다는 조화 진동의 작용하에 효과적임을 보였다. Kaynia 등[6]은 48개의 지진동을 사용하여 기본 진동 모드에 대한 TMD의 영향을 구별하였다. 이들에 의하면 최적의 감소는 진동수비가 1일 경우에 나타나며, 건축물의 주기와 감쇠가 증가할 경우에 TMD의 효율성은 감소함을 보였다. Sladek와 Klingner[7]는 25층 건물의 최상층에 설치된 TMD에 대한 진동수비와 감쇠를 Den Hartog 방법을 사용하여 결정하였다. 이 해석에서 TMD는 건물의 진동을 저감시키는데 효과적이지 않음을 보였다. McNamara, Luft 등[3]은 조화 진동 및 랜덤 진동 해석에 의해 TMD의 최적 설계 방안을 제시하였다.

이상에서 보는 바와 같이 TMD의 최적 설계에 대한 많은 연구들이 있었음에도 불구하고 진동 제어와 관계되는 여러 가지의 요인들로 인하여 최적 설계 값을 얻지 못하고 있다. TMD의 효율성에 관계되는 요인으로는 질량비, 진동수비, 감쇠비, 주진동모드의 선정 등을 들 수 있다. 기존의 연구들은 해석적인 결과에 의존하고 있으며, 수치 해석 또한 이들 해석의 타당성을 검증 하고 있으며, 동적 확대 계수를 비교하여 그 성능을 비교 평가하였다. 따라서, 본 연구에서는 동적 확대 계수를 비교하는 대신에 구조물의 변위에 의한 목적 함수(performance index)를 최소화하는 최적화(optimization)에 의해 미지의 동적 특성을 결정하여 기존의 연구 결과와 비교를 한다. 또한, TMD

를 최상층 외에 추가로 설치할 경우에 최적 위치 및 설계 방안을 최적화하여 결정한다.

II. TMD의 최적 설계

TMD는 진동 에너지를 구조물의 고유 진동수에 동조하여 기계적 감쇠비를 증가시키는 제어 시스템이다. Fig. 1은 TMD가 설치된 단자유도계를 나타내고 있다. 조화 진동을 하는 이들 시스템에 대한 운동방정식은 다음으로 쓸 수 있다.

$$M_s \ddot{y}_s + (C_s + C_T) \dot{y}_s - C_T \dot{y}_T + (K_s + K_T) y_s - K_T y_T = P_o \sin \omega_s t \quad (1)$$

$$M_T \ddot{y}_T - C_T \dot{y}_s + C_T \dot{y}_T - K_T y_s + K_T y_T = 0 \quad (2)$$

여기서, 아래 첨자 s와 T는 각각 구조물과 TMD를 일컫으며, M, C, K는 질량, 감쇠 및 강성을 나타낸다. 그리고 ω_s 는 구조물의 진동수를 나타낸다.

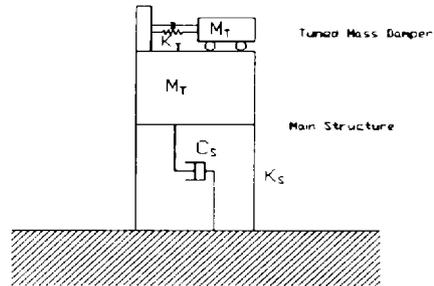


Fig. 1. TMD installed on the top of building.

조화 진동 동안에 구조물의 진동응답의 합을 다음과 같은 형태의 함수로 나타낼 수 있다.

$$PI = \int_{t_0}^{t_1} y_s^2 dt \quad (3)$$

여기서, PI는 목적 함수를 의미하며, 이 목적 함수의 값을 최소로 하는 TMD의 감쇠 및 강성 계수를 MATLAB의 Toolbox의 optimization을 사용하여 최적화를 행할 수 있다.

Den Hartog는 최적 동조 질량 감쇠기의 설계를 위하여 최적 진동수비 γ_{opt} 와 최적 감쇠비 ξ_{T_w} 를 질량비 μ 의 함수로 다음과 같이 제시하였다.

$$\gamma_{opt} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (4)$$

$$\xi_{T_w} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\mu/2}{1 + 3\mu}} \quad (5)$$

여기서

$$\omega_T = \sqrt{\frac{K_T}{M_T}} : \text{감쇠기의 고유진동수}$$

$$\xi_T = \frac{C_T}{2M_T\omega_T} : \text{감쇠기의 감쇠비}$$

$$\omega_S = \sqrt{\frac{K_S}{M_S}} : \text{구조물의 고유진동수}$$

$$\xi_T = \frac{C_T}{2M_T\omega_T} : \text{구조물의 감쇠비}$$

$$\mu = \frac{M_T}{M_S} : \text{질량비}$$

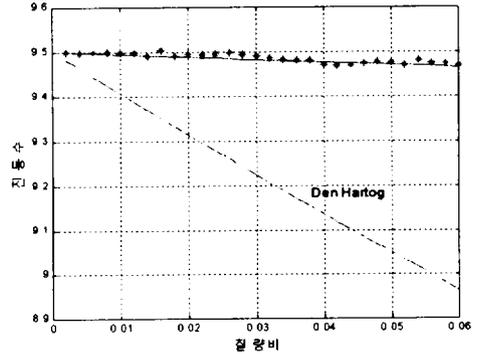
$$\gamma = \frac{\omega_T}{\omega_S} : \text{진동수비}$$

식 (3)을 최소로 하는 감쇠와 강성 계수를 수치적으로 산정하고, 이를 Den Hartog가 제안한 값과 비교하고자 구조물의 동적인 성질을 다음과 같이 가정하였다.

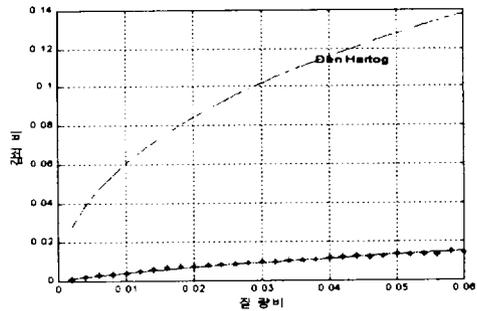
$$\begin{aligned} M_S &= 360000 \text{ kg} \\ K_S &= 32500000 \text{ N/m} \\ \xi_S &= 0.02 \\ \omega_S &= 9.248 \text{ rad/sec.} \\ P(t) &= 10000 \sin \omega_S t \text{ (N)} \end{aligned} \quad (6)$$

Fig. 2에 질량비의 증가에 따른 TMD의 진동수비와 감쇠비를 비교하고 있다. 이 그림에서 보는 바와 같이 질량비가 증가하면 TMD의 진동수비 및 감쇠비의 증가에 의해 구조물의 진동 응답을 줄일 수 있음을 볼 수 있으나, 그 증가율은 Den Hartog가 제안한 값이 보다 큼을 볼 수 있다.

Fig. 3은 질량비가 0.01과 0.06일 경우에 이들 경우



(a)



(b)

Fig. 2. Comparison of dynamic properties of TMD.

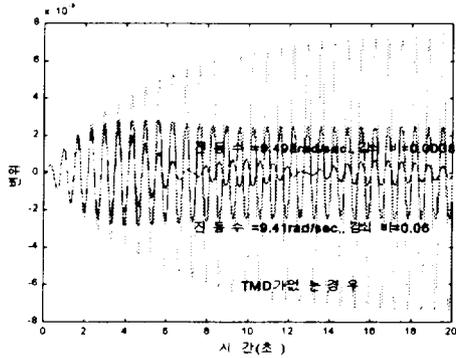
를 비교한 결과를 나타내고 있다. 이 그림에서 TMD가 설치될 경우에 구조물의 진동 변위의 급격한 감소를 볼 수 있다. 또한 Den Hartog가 제안한 값 보다 는 최적화에 의해 얻는 값에서 보다 현저한 진동의 감소를 볼 수 있다.

TMD에 의한 구조물의 진동 제어를 보다 극대화하기 위하여 가력기에 의한 제어력을 발휘시킴으로서 진동을 제어할 수 있다. 이를 능동 동조 질량 감쇠기 (Active Tuned Mass Damper, ATMD)라 하며, 최적 제어(optimal control) 이론을 근거로 다음의 목적 함수를 최소로 하는 제어력을 산정할 수 있다.

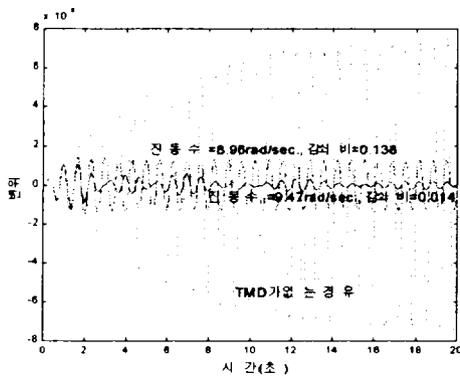
제어력을 포함하는 식(1)과 (2)의 운동방정식은 다음과 같은 행렬의 형태로 표현이 가능하다.

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = Du(t) + Ep(t) \quad (7)$$

여기서, $u(t)$ 는 제어력을 나타내며, D와 E는 각각 제



(a)



(b)

Fig. 3. Comparison of dynamic response:
(a) $\mu = 0.01$, (b) $\mu = 0.06$.

어력과 외력의 작용 위치를 나타낸다. 이를 상태 방정식으로 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + Hp(t) \quad (8)$$

여기서,

$$z(t) = [y(t) \quad \dot{y}(t)]^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}D \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}E \end{bmatrix}.$$

이 때에, 제어력 벡터 $u(t) = -Gy(t)$ 와 같이 상태

벡터에 관한 선형 조합으로 가정한다면 성능 지수는 $u(t)$ 와 $z(t)$ 의 이차형에 의한 함수로 다음과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} [z^T Q z + u^T R u] dt \quad (9)$$

여기서, Q 와 R 은 가중 행렬로 그 크기는 상태 변수와 제어력의 상대적인 중요성에 따라 설정된다.

식(9)의 성능지수를 최소화하는 이득 행렬 G 가 산정되고 이로부터 제어력이 결정된다. 단, 식(9)의 $u(t)$ 는 시스템이 구속되지 않은 상태에서의 제어력을 나타낸다.

성능 지수로 인한 제어 이득 G 는 다음으로 계산된다.

$$G = R^{-1} B^T P \quad (10)$$

여기서, 행렬 P 는 다음의 Riccati 방정식을 만족하는 행렬을 취한다.

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (11)$$

질량비 0.01, 진동수 9.498rad/sec., 감쇠비가 0.0038로 설계된 TMD에 가력기를 설치하여 제어력을 위의 제어 방법에 의해 산정한 결과를 Fig. 4에 나타내고 있다. 이 제어력의 발휘에 의해 TMD만에 의한 진동 저감이 현격히 나타나고 있음을 Fig. 5에서 볼 수 있다. 이와 같은 복합 시스템은 확실한 진동을 저감시킬 뿐만 아니라 전력의 공급이 중단될 지라도 TMD에 의해 진동을 줄일 수 있는 장점이 있다.

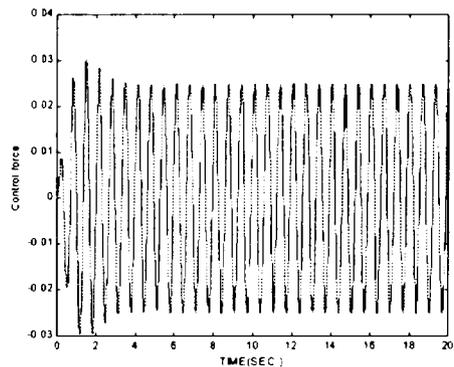


Fig. 4. Control forces by optimal control.

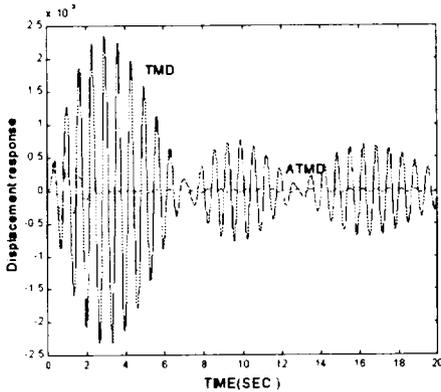


Fig. 5. Response comparison by TMD and ATMD.

TMD는 구조물의 진동이 1차 진동 모드에 의해 지배된다는 가정하에 유도된 시스템으로 최상층 외의 임의의 층에 추가로 TMD를 설치할 경우에 그 위치와 최적 설계 방안을 다음에서 고려하였다.

III. 다자유도 시스템에서의 TMD 제어 효과

TMD가 설치된 10층 구조물에 추가로 TMD를 설치할 경우에 그 위치 및 TMD의 최적 설계를 실시하였다. 이 구조물의 운동방정식은 다음과 같은 행렬의 형태로 표현된다.

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = Ep(t) \quad (12)$$

여기서 y 는 10자유도의 구조물과 TMD의 변위에 의한 변위 벡터를 나타내며, E 는 외력의 작용 위치를 나타낸다. 수치 해석을 위하여 구조물의 모든 층에 대한 동적 특성을 다음으로 가정하였다.

$$\begin{aligned} M &= 360000 \text{ kg} \\ K &= 32500000 \text{ N/m} \\ \xi &= 0.02 \\ \omega &= 9.526 \text{ rad/sec.} \\ P(t) &= 10000 \sin \omega t \text{ (N)} \end{aligned} \quad (13)$$

최적화는 다음과 같은 모든 층의 변위에 대한 목적 함수를 최소로 취하는 값을 선정하였다.

$$PI = \int_{t_0}^{t_1} y^T y dt \quad (14)$$

최상층에 설치된 TMD는 Den Hartog가 제안한 식에 의해 구조물 질량의 0.01로서 진동수 9.432 rad/sec., 감쇠비가 0.06으로 설계되었다. 이러한 시스템에 추가로 TMD를 설치할 목적으로 최적화에 의해 선정되는 설계 변수는 층의 위치, 추가적인 TMD의 진동수와 감쇠비이다.

Table 1은 최상층 외에 추가로 설치된 TMD의 위치 및 그 때에 최적화되는 진동수와 감쇠비를 나타내고 있다. 이 표는 20초 동안의 응답 변위를 제공한 값의 합을 제공근을 취하여 얻은 값을 나타내고 있다. 단지, 최상층에 TMD를 설치한 경우에 그 값이 61.65임을 감안한다면 4층이나 5층에 TMD를 추가로 설치한다면 보다 감소된 변위를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 특히, 제어하고자 하는 건축물의 진동 모드와 관계되는 층에 추가적으로 TMD를 설치하는 것이 최적의 설계와 관련이 있는 것을 고려한다면 Table 1에서 보는 바와 같이 중간층에 설치하는 것이 바람직하리라 판단된다. 이는 TMD의 설치하는 건축물의 진동을 제어하고자 하는 주진동 모드에 해당하는 진동으로 동조하므로 결과적으로 건축물의 감쇠비의 증가를 보인다. 그러므로 Table 1에서와 같이 TMD가 중간층에 설치될 경우에 건축물의 진동수에 동조됨을 볼 수 있다.

그러나 TMD는 단지 구조물의 1차 모드만을 고려한 진동 제어를 목적으로 하는 제어 시스템을 감안하

Table 1. Optimal values according to the story

story	frequency (rad/sec)	damping ratio	sum of squared displacement
1	7.994	0.075	61.63
2	28.71	0.007	61.61
3	13.93	0.194	61.73
4	8.00	0.190	61.49
5	8.02	0.180	61.59
6	8.00	0.001	61.63
7	18.14	0.100	61.81
8	4.74	0.0003	61.70
9	4.47	0.190	61.84

Table 2. Mode shapes of primary structure

	1st mode	2nd mode	3rd mode
1	0.06	-0.19	0.30
2	0.13	-0.34	0.44
3	0.19	-0.43	0.34
4	0.25	-0.43	0.07
5	0.30	-0.34	-0.25
6	0.34	-0.19	-0.43
7	0.38	0	-0.38
8	0.41	0.19	-0.13
9	0.43	0.34	0.19
10	0.44	0.43	0.41

지만 추가적인 TMD는 Table 2에서와 같이 2차 모드가 지배적인 위치에 TMD를 설치할 경우에 변위를 줄일 수 있음을 알 수 있다. 그러나 1차 진동 모드가 지배적으로 2차 진동모드를 고려한 TMD의 설치는 Fig. 6에서와 같이 진동 제어에 큰 역할을 하지는 못하나 구조물의 자유도가 증가한다면 추가적인 TMD의 설치는 진동 제어에 효과적일 것이다.

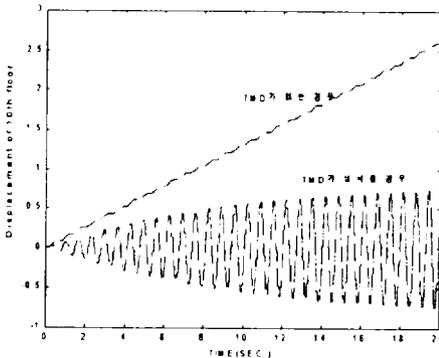


Fig. 6. Displacement response of 10th floor.

IV. 결론

지진이나 풍하중과 같은 횡하중에 의해 구조물은 수평 진동을 하며 이를 위해 내진 설계 및 진동 제어 시스템을 활용하고 있다. 진동 제어 시스템으로 TMD는 구조물의 진동수와 동조하는 감쇠기를 설치

함으로써 구조물의 진동을 제어하는 시스템이다. 본 연구에서는 변위 응답의 이차형을 목적 함수로 이를 최소화하는 수치 해석을 실시하였으며, 이로부터 최적 설계를 파악하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) Den Hartog가 제안한 TMD의 최적 설계 외의 값에서 효과적인 진동 제어를 얻을 수 있었다.
- (2) 추가로 가력기를 설치한 복합 시스템으로 설계를 할 경우에 보다 효과적으로 진동을 제어할 수 있음을 알 수 있었다.
- (3) 최상층에 설치한 TMD 외에 추가로 TMD를 설치할 경우에 2차 모드를 지배하는 위치에 설치한다면 진동 저감에 효과적임을 알 수 있었으나, 1차 진동 모드가 지배적인 저층 구조물에서는 큰 효과가 없음을 알 수 있었다.

참고문헌

- 1) Den Hartog, J.P., 1956. Mechanical Vibration, 4th Ed., McGraw-Hill.
- 2) Rene W. Luft, 1979, Optimal Tuned Mass Dampers For Buildings, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.105, No.ST12, pp.2766-2772.
- 3) McNamara, R.J., 1977, Tuned Mass Dampers for Buildings, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.103, No.ST9, pp.1785-1798.
- 4) 고현무, 1997, 감진장치를 이용한 교량의 내진설계, International Seminar on Seismic Design and Devices.
- 5) Gupta C.P. and Chandrasekaran, 1969, Absorber system for earthquake excitation, Proc. 4th world conference on earthquake engineering, Santiago, Chile, Vol.II, 1969, pp.139-148.
- 6) Kaynia A.M., Veneziano D., and Biggs J.M., 1981, Seismic effectiveness of tuned mass dampers, J. of struc. div., ASCE 107, pp.1465-1484.
- 7) Sladek J.R. and Klingner R.E., 1983, Effect of tuned-mass dampers on seismic response, J. of struc. div., ASCE 109, pp.2004-2009.