有限要素에 依한 誘電體解析

張 宰 成

Finite Element Analysis of Dielectric

Jang Jae-sung

Summary

Finite element method provides a powerful numerical technique for solving potential problem. Admittance matrix appears in partialfraction from with geometric data separated from frquency, leading to inexpensive computations where recalculations at various frequencies is required.

緖 言

有限要素法(Finite Element Method : FEM)은 1950年에 構造工學 分野에서부터 使用되기 시작 하였는데 複雜한 幾何學的 工學問題를 다루는데 F.D.M.보다 有利한 點이 많아 모든 工學分野에 應用되고 있다. 特히 FEM은 連續系를 等價的인 離散系로 變化할 수 있으므로, 여러 周波數에 對해 各各의 積分方程式을 求해야 하는 번거로움을 피할 수 있다.

1970年初부터 P.Silvester와 M.V.K.Chari가 FEM에 依한 電磁場 計算方法을 提示하였고, 그 후로 Ridella, Okoshi와 같은 사람들이 電氣工學 分野에 관련된 여러가지 問題들에 對해 硏究해 왔으며, 現在는 여러가지 電氣器機의 設計에도 應用되고 있다.

本 論文에서는 連續系를 離散化한 다음 補間函數를 利用하여 System方程式을 誘導하고, 이 System方程式을 解析하기 위한 프로그램을 만들었다. 그리고 任意의 誘電体에 適用하여 電位를 求하고, 積分方程式에 依해 求한 Bianco의 結果와 比較하였다.

1. FEM의 適用

Poisson方程式으로 부터 靜電磁場 方程式은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \phi = Q \quad \cdots\cdots (1)$$

(1)式을 직접 積分하여 境界條件이 滿足되도록 積分常數를 定하는 解析的 方法은 境界의 幾何學的 모양이 複雜할 경우 積分常數를 求하기가 매우 어렵게 된다. 이것을 解決하기 위해 변분원리를 利用한다.

任意의 범함수(functional)를 다음과 같다고 하자.

$$J = \iint_R f(\phi, \phi_x, \phi_y, x, y)\,dx\,dy \quad \cdots\cdots (2)$$

여기서 $\phi = \phi(x, y)$이고 $\phi_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}$, $\phi_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}$ 이다.

卽 2次元만 다룬다. 그리고 범함수 J의 변분을 취하여 0으로 놓으면 다음과 같은 式이 된다.

$$\delta J = \iint_R \left(\frac{\partial f}{\partial \phi}\delta\phi + \frac{\partial f}{\partial \phi_x}\delta\phi_x + \frac{\partial f}{\partial \phi_y}\delta\phi_y\right)dxdy$$

$$= \iint_R \left(\frac{\partial f}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial \phi_x} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial \phi_y}\right)\delta\phi\, dxdy$$

$$= \iint_\Gamma \left(\frac{\partial f}{\partial \phi_x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial f}{\partial \phi_y}\frac{\partial y}{\partial n}\right)\delta\phi\, dxdy = 0 \quad \cdots\cdots (3)$$

여기서 n은 境界에서 外部로 向하는 normal component이다. 그러므로 Stationary 條件은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial \phi_x} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial \phi_y} = \frac{\partial f}{\partial \phi} \quad \cdots\cdots (4)$$

(4)式은 Euler-Lagaranger 方程式이며, natural 境界條件式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial f}{\partial \phi_x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial f}{\partial \phi_y}\frac{\partial y}{\partial n} = 0 \quad \cdots\cdots (5)$$

또한 forced 境界條件式은 다음과 같다.

$$\delta\phi = 0 \quad \cdots\cdots (6)$$

그리고 (1)式에 $\delta\phi$를 곱하여 積分하면 다음과 같은 式을 求할 수 있다.

$$\iint_R \nabla\cdot(\delta\phi\nabla\phi)dxdy - \iint_R \nabla(\delta\phi)\cdot\nabla\phi\, dxdy - \iint_R \delta\phi Q dxdy = 0 \quad \cdots\cdots (7)$$

(7)式에 Green 定理를 適用하면 다음과 같이 된다.

$$\iint_\Gamma \hat{n}\cdot\delta\phi\nabla\phi dxdy - \iint_R \nabla(\delta\phi)\cdot\nabla\phi\, dxdy - \iint_R \delta\phi\, Q dxdy = 0 \quad \cdots\cdots (8)$$

여기서 $\hat{n}$은 境界Γ에 垂直인 單位 벡터이다. 그런데 境界 Γ에서는 다음과 같이 되므로

$$\iint_\Gamma \hat{n}\cdot\delta\phi\nabla\phi\, dxdy = 0 \quad \cdots\cdots (9)$$

(8)式은 다음과 같이 簡單히 된다.

$$\delta\iint_R \left[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - \phi Q\right] dxdy = 0 \quad \cdots (10)$$

또한 $\delta J = 0$가 되어야 하므로 범함수 J는 다음과 같이 된다.

$$J = \iint_R \left[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - \phi Q\right] dxdy \quad \cdots\cdots (11)$$

$$f = \tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - \phi Q \quad \cdots\cdots (12)$$

(11)式은 求하려는 범함수이며, 極値를 갖는 ϕ가 (1)式의 解가 된다. 이 解를 求하기 위해 Ritz의 方法을 쓰면 ϕ는 다음과 같다.

$$\phi(x,y) \simeq C_1\phi_1(x,y) + C_2\phi_2(x,y) + \cdots\cdots + C_n\phi_n(x,y) \quad \cdots\cdots (13)$$

(13)式을 (11)式에 代入하면 다음과 같고,

$$J = J(C_1, C_2, \cdots\cdots, C_n) \quad \cdots\cdots (14)$$

J가 最小値를 갖는 C_i는 다음과 같다.

$$\frac{\partial J}{\partial C_i} = 0, \quad i = 1, 2 \cdots\cdots n. \quad \cdots\cdots (15)$$

FEM을 利用하기 위해 領域R을 여러개의 삼각형으로 分割하고, 그중 r번째 要素를 생각하면, 꼭지점에서의 電位가 ϕ_l, ϕ_m, ϕ_n이라하고, 이 要素 內에서의 任意의 한점에서의 電位ϕ^r는 다음과 같다.

$$\phi^r = \phi^r(\phi_l, \phi_m, \phi_n, x, y) \quad \cdots\cdots (16)$$

또한 범함수는 다음과 같이 된다.

$$J^r = \iint_r \left[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi^r)^2 - Q^r\phi^r\right] dxdy \quad \cdots (17)$$

그러므로 (17)式은 다음과 같이 되고

$$J^r = J^r(\phi_l, \phi_m, \phi_n) \quad \cdots\cdots (18)$$

全領域에 對한 범함수는 다음과 같이 된다.

$$J = J(\phi_1, \phi_2 \cdots\cdots \phi_l\ \phi_m\ \phi_n \cdots\cdots \phi_z) \cdots (19)$$

그리고 (19)式이 最小가 되는 ϕ_i는 다음과 같다.

$$\frac{\partial J}{\partial \phi_i} = 0, \quad i = 1, 2 \cdots\cdots z \quad \cdots\cdots (20)$$

그러므로 다음과 같은 System方程式을 誘導할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a^r_{ij} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b^r_i \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (21)$$

2. System 方程式의 解

System方程式의 解를 求하기 위해서는 먼저 要素方程式을 求하고 삼각화법을 適用해야 한다. ϕ는 補間函數를 利用하면 다음과 같은 式이 된다.

$$\phi = \frac{(a_1+b_1x+C_1y)}{2\triangle}\phi_1 + \frac{(a_m+b_mx+C_my)}{2\triangle}\phi_m + \frac{(a_n+b_nx+C_ny)}{2\triangle}\phi_n \quad \cdots\cdots (22)$$

여기서 $\triangle$는 다음과 같은 行列이며, 電位 ϕ는 다음과 같다.

$$\phi = \alpha + \beta x + y \quad \cdots\cdots (23)$$

$$\begin{bmatrix}\phi_1\\ \phi_m\\ \phi_n\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_m & y_m\\ 1 & x_n & y_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\\ r\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (24)$$

$$\triangle = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & x_1 & y_1\\ 1 & x_m & y_m\\ 1 & x_n & y_n\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (25)$$

(17)式에 (22)式을 代入 하면

$$J^r = J^r(\phi_1, \phi_m, \phi_n) = \iint_r \{\tfrac{1}{2}[(\frac{\partial\phi}{\partial x})^2 + (\frac{\partial\phi}{\partial y})^2] - Q^r\phi\}dxdy = \iint_r \{\tfrac{1}{2}[(\frac{b_1\phi_1+b_m\phi_m+b_n\phi_n}{2\triangle^r})^2 + (\frac{C_1\phi_1+C_m\phi_m+C_n\phi_n}{2\triangle^r})^2] - Q^r[\frac{a_1+b_1x+C_1y}{2\triangle^r}\phi_1 + \frac{a_m+b_mx+C_my}{2\triangle^r}\phi_m + \frac{a_n+b_nx+C_ny}{2\triangle^r}\phi_n]\} dxdy \quad \cdots\cdots (26)$$

이 되고, 범함수의 微分은 다음과 같다.

$$\frac{\partial J^r}{\partial\phi_1} = \frac{b_1\phi_1+b_m\phi_m+b_n\phi_n}{4\triangle^r}b_1 + \frac{C_1\phi_1+C_m\phi_m+C_n\phi_n}{4\triangle^r}C_1 - \frac{Q^r\triangle^r}{3} \quad \cdots\cdots (27)$$

$$\frac{\partial J^r}{\partial\phi_m} = \frac{b_1\phi_1+b_m\phi_m+b_n\phi_n}{4\triangle^r}b_m + \frac{C_1\phi_1+C_m\phi_m+C_n\phi_n}{4\triangle^r}C_m - \frac{Q^r\triangle^r}{3} \quad \cdots\cdots (28)$$

$$\frac{\partial J^r}{\partial\phi_n} = \frac{b_1\phi_1+b_m\phi_m+b_n\phi_n}{4\triangle^r}b_n + \frac{C_1\phi_1+C_m\phi_m+C_n\phi_n}{4\triangle^r}C_n - \frac{Q^r\triangle^r}{3} \quad \cdots\cdots (29)$$

極値를 갖기 위해서는 (27),(28),(29) 式이 모두 0 이므로 다음과 같은 行列로 表現할 수 있다.

$$A^r\Phi^r = B^r \quad \cdots\cdots (30)$$

여기서 A^r, Φ^r, B^r은 다음과 같은 行列이다.

$$A^r = \begin{bmatrix} b_1^2+C_1^2 & b_1b_m+C_1C_m & b_1b_n+C_1C_n\\ b_mb_1+C_mC_1 & b_m^2+C_m^2 & b_mb_n+C_mC_n\\ b_nb_1+C_nC_1 & b_nb_m+C_nC_m & b_n^2+C_n^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{4\triangle^r} \quad \cdots\cdots (31)$$

$$\Phi^r = \begin{bmatrix}\phi_1\\ \phi_m\\ \phi_n\end{bmatrix}, \quad B^r = \begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}\cdot\frac{Q^r\triangle^r}{3}$$

(30) 式은 要素 方程式이다.

그리고 (19)와 (20)式으로 부터 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial J}{\partial\phi_K} = \frac{\partial}{\partial\phi_K}(J^r+J^S+J^T) = \frac{\partial}{\partial\phi_K}J^r(\phi_1, \phi_m, \phi_n) + \frac{\partial}{\partial\phi_K}J^S(\phi_K, \phi_1, \phi_n) + \frac{\partial}{\partial\phi_K}J^T(\phi_K, \phi_m, \phi_1) \quad \cdots (32)$$

여기서 r,S,T는 3個의 要素이다.

(32) 式을 (10) 式에 代入하면

$$\frac{\partial J}{\partial\phi_K} = a_{11}^S\phi_K + a_{12}^S\phi_1 + a_{13}^S\phi_n - b_1^S + a_{11}^T\phi_K + a_{12}^T\phi_m + a_{13}^T\phi_1 - b_1^T = 0 \quad \cdots\cdots (33)$$

이 되고, 범함수의 다른 微分은 0이 된다.

$$\frac{\partial J}{\partial\phi_1} = 0, \frac{\partial J}{\partial\phi_m} = 0, \frac{\partial J}{\partial\phi_A} = 0 \quad \cdots\cdots (34)$$

(33)과 (34) 式을 行列로 表現하면

$$A\Phi = B \quad \cdots\cdots (35)$$

이 되고, 여기서 A, Φ, B는 다음과 같은 行列을 나타낸다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_K \\ \phi_l \\ \phi_m \\ \phi_n \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_1^S + b_1^T \\ b_1^r + b_2^S + b_3^T \\ b_2^r + b_2^T \\ b_3^r + b_3^S \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}^S + a_{11}^T & a_{12}^S + a_{13}^T & a_{12}^T & a_{13}^S \\ a_{21}^S + a_{31}^T & a_{11}^r + a_{22}^S + a_{33}^T & a_{12}^r + a_{32}^T & a_{13}^r + a_{23}^S \\ a_{21}^T & a_{21}^r + a_{23}^T & a_{22}^r + a_{22}^T & a_{23}^r \\ a_{31}^S & a_{31}^r + a_{32}^S & a_{32}^r & a_{33}^r + a_{33}^S \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots (36)$$

(35)式은 System方程式이며 A行列은 對稱이 된다. 그러므로 (35)式의 解를 求하면 되는데, 未知 node數가 n個이면, System方程式은 n個의 선형 1次 연립 방정식이 된다. 따라서 A行列은 $n \times n$, B行列은 $n \times 1$이 되므로, n이 커짐에 따라 많은 계산기의 記憶容量을 필요로 한다. 이러한 問題를 解決하기 위해 삼각화법을 利用한다.

各 方程式의 未知數의 個數를 順次的으로 줄여서 1個의 未知數를 갖는 方程式을 求하고, 次數를 높이면서 解를 求하면 된다.

다음과 같은 n個의 연립 1次 方程式을 생각하자.

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots\cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_2 + a_{22}x_2 + \cdots\cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots\cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots (37)$$

(37)式에 삼각화법을 適用하여 (35)式의 解를 求하면 다음과 같이 된다.

$$x_n = b_n^{(n)}$$

$$x_{n-i} = b_{n-i}^{(n-i)} - \sum_{K=0}^{i-1} a_{n-i}^{(n-i)} x_{n-K}, \quad i = 1, 2 \cdots\cdots (n-1) \quad \cdots\cdots\cdots (38)$$

3. 任意의 形態에 適用

그림 (1)과 같은 誘電率이 다른 誘電体를 56個의 要素로 分割하면, node의 數는 37個가 된다.

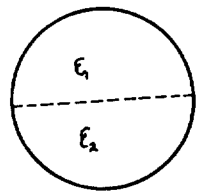


Fig.1. Dielectric

그리고 이렇게 分割된 Mesh graph는 그림 (2)와 같다.

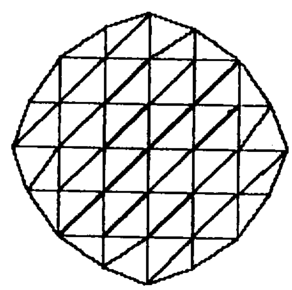


Fig.2. Mesh graph

圓中心에서 各 node間의 거리는 3.3×10^{-7}〔m〕이고, 圓의 半徑은 1×10^{6}〔m〕이다.

4. 計　算　値

圓周圍의 電位를 1로 주었을때 圓內部의 電位를 計算하고, 또한 電位를 1 + j1로 주었을때 圓內部의 電位値를 計算하였다. 그리고 位相을 變化시키며 FLUX LINE을 求했다. 表(1)은 電位를 1 + j1로 주었을때

未知 node, 卽 圓內部에서의 電位를 求한 것이며, 表(2)는 各 要素와 node의 관계 및, 各 要素에서의 誘電率을 나타냈다. 컴퓨터의 計算 時間은 3分이 걸렸으나, 要素數를 많이 하면 더 時間이 걸릴 것이다. 使用言語는 BASIC이며, 컴퓨터의 기종은 APPLE ⅡPLUS로 使用했다.

Table 1. Calculation values

TOTAL NODE = 37

UNKNOWN NODE = 21

ELEMENT = 56

FREQUENCY = 2000000

NODE

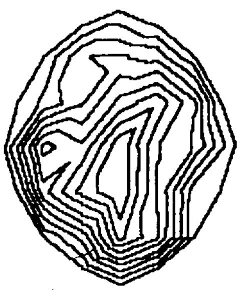
NO.	X	Y	POTENTIAL REAL	POTENTIAL IMAGINARY
1	0.0000000E+00	0.0000000E+00	3.5293E-01	3.5293E-01
2	3.3000000E-07	0.0000000E+00	6.3103E-01	6.3103E-01
3	6.6000000E-07	0.0000000E+00	7.1772E-01	7.1772E-01
4	6.6000000E-07	3.3000000E-07	7.0481E-01	7.0481E-01
5	3.3000000E-07	3.3000000E-07	5.1062E-01	5.1062E-01
6	0.0000000E+00	3.3000000E-07	6.0081E-01	6.0081E-01
7	3.3000000E-07	6.6000000E-07	8.0447E-01	8.0447E-01
8	0.0000000E+00	6.6000000E-07	7.7401E-01	7.7401E-01
9	-3.3000000E-07	6.6000000E-07	7.8354E-01	7.8354E-01
10	-6.6000000E-07	3.3000000E-07	9.0790E-01	9.0790E-01
11	-3.3000000E-07	3.3000000E-07	7.9769E-01	7.9769E-01
12	-6.6000000E-07	0.0000000E+00	5.3743E-01	5.3743E-01
13	-3.3000000E-07	0.0000000E+00	6.2170E-01	6.2170E-01
14	-6.6000000E-07	-3.3000000E-07	6.6357E-01	6.6357E-01
15	-3.3000000E-07	-3.3000000E-07	4.6743E-01	4.6743E-01
16	0.0000000E+00	-3.3000000E-07	3.4364E-01	3.4364E-01
17	3.3000000E-07	-3.3000000E-07	6.4392E-01	6.4392E-01
18	6.6000000E-07	-3.3000000E-07	9.7489E-01	9.7489E-01
19	3.3000000E-07	-6.6000000E-07	6.2610E-01	6.2610E-01
20	0.0000000E+00	-6.6000000E-07	4.6449E-01	4.6449E-01
21	-3.3000000E-07	-6.6000000E-07	8.2500E-01	8.2500E-01
22	0.0000000E+00	-1.0000000E-06	1.0000E+00	1.0000E+00
23	3.3000000E-07	-8.8000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
24	6.6000000E-07	-6.6000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
25	8.8000000E-07	-3.3000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
26	1.0000000E-06	0.0000000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00
27	8.8000000E-07	3.3000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
28	6.6000000E-07	6.6000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
29	3.3000000E-07	8.8000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
30	0.0000000E+00	1.0000000E-06	1.0000E+00	1.0000E+00
31	-3.3000000E-07	8.8000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
32	-6.6000000E-07	6.6000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
33	-8.8000000E-07	3.3000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
34	-1.0000000E-06	0.0000000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00
35	-8.8000000E-07	-3.3000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
36	-6.6000000E-07	-6.6000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00
37	-3.3000000E-07	-8.8000000E-07	1.0000E+00	1.0000E+00

Table 2. Element, node and property

\# ELEMENT

NO.	1ST	2ND	3RD	PROPERTY	CONDUCTIVITY	DENSITY REAL	DENSITY IMAGINARY
1	1	5	6	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
2	1	2	5	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
3	2	4	5	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	2	3	4	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
5	3	4	27	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
6	3	26	27	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
7	6	7	8	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
8	5	6	7	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
9	5	7	28	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
10	4	5	28	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
11	4	27	28	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
12	8	29	30	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
13	7	8	29	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
14	7	28	29	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
15	1	6	13	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
16	6	11	13	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
17	11	12	13	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
18	10	11	12	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
19	10	12	34	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
20	10	33	34	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
21	6	8	11	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
22	8	9	11	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
23	9	10	11	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
24	9	10	32	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
25	10	32	33	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
26	8	9	30	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
27	9	30	31	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
28	9	31	32	2.04	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
29	1	2	16	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
30	2	16	17	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
31	2	3	17	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
32	3	17	18	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
33	3	18	26	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
34	18	25	26	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
35	16	17	20	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
36	17	19	20	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
37	17	18	19	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
38	18	19	24	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
39	18	24	25	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
40	19	20	22	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

41	19	22	23	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
42	19	23	24	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
43	1	13	15	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
44	1	15	16	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
45	12	13	14	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
46	13	14	15	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
47	12	34	35	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
48	12	14	35	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
49	15	16	21	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
50	16	20	21	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
51	14	15	36	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
52	15	21	36	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
53	14	35	36	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
54	20	21	37	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
55	20	22	37	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
56	21	36	37	2.53	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00

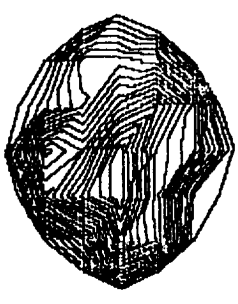


FLUX LINES AT 90 DEGREE

Fig.3. Flux line : 10

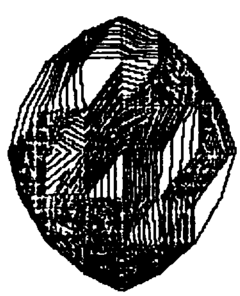
FLUX LINES AT 60 DEGREE

Fig.4. Flux line : 20



FLUX LINES AT 90 DEGREE

Fig.5. Flux line : 20



FLUX LINES AT 0 DEGREE

Fig.6. Flux line : 30

그리고 Flux line의 Line數를 10, 20, 30 으로 變化시켜 얻은 結果는 그림 (3), (4), (5), (6)과 같다.

考 察

FEM에 依하여 圓形 誘電体 內部의 電位를 求한 結果와 積分方程式에 依해 求한 Bianco의 結果를 比較하면 약 2%의 差異가 있으나, 要素의 數를 많이하고, 圓周圈의 삼각형을 좀 더 작게 分割하면, 이러한 誤差는 解決된다.

그리고 퍼스컴을 使用하여 컴퓨터 記憶容量의 限界가 있으나, 小形컴퓨터의 發展速度로 보아, 머지않은 將來에 解決 될 것이다.

摘 要

本 論文에서는 FEM에 依해 誘電体 內部의 電位를 計算하고, Flux line을 그렸다. 이러한 FEM解析은 幾何學的으로 複雜한 形態에도 適用할 수 있고, 또한 積分 方程式에 依한 解析의 短點도 解決할 수 있으므로, MIC의 設計에도 應用할 수 있을 것이다.

引 用 文 獻

1) D. Hondios and P. Debye, "Elektromagnetische Wellen an dielektrischen Drahten," Ann. d. Phys., vol. 32, P. 465. June 1910.
2) D. Gloge, Ed., Optical Fiber TechnologyÇ New York: IEEE Press, 1975.
3) E. Yamashita, K. Atsuki, O. Hashimoto, and K. Kamijo, "Modal analysis of homogeneous, Optical fibers with deformed boundaries," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-27, pp. 352-356, Apr. 1979.
4) J.E. GeoH, "A circular-harmonic computer analysis of rectanqular dieleetric waveguides,; Bell Syst. Tech. J., vol. 48, pp. 2133-2160 Sept 1969.
5) R.M. Knox, "Dielectric Waveguide microwave integrated circuits: an overview," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-24, pp. 806-814, Nov. 1976.