

# 순시치 자기포화 곡선에 의한 변압기 인덕턴스의 산정

현 용 탁\* · 좌 종 근\*\*

## Determination of Transformer Inductances using Instantaneous Magnetic Saturation Curve

Yong-Tak Hyun\* and Chong-Keun Jwa\*\*

### ABSTRACT

The saturated winding inductances of a transformer are determined using the instantaneous magnetic saturation curve. The instantaneous curve is obtained from no load saturation curve in rms form by a direct piecewise linearized approach, then it is represented by a four-term ploynomial approximation. The saturated differential, effective and apparent winding inductances are computed from this curve, and these inductances are compared with the measured magnetizing inductance. The results show that the relation of  $L_d < L_e < L_a$  exists and the computed apparent inductance is more close to the measured inductance.

**Key Words** : transformer, magnetic saturation curve, saturated inductances

### 1. 서론

권선 인덕턴스는 전기기기 특히 반도체 정지 전력 변환설비에서 동적성능과 특성에 중요한 역할을 한다. 이런 설비에는 보통 변압기나 다른 유도성 장치들을 포함하게 된다. 포화상태에서의 권선 인덕턴스도 해석 상태에 따라 미분(또는 증분) 인덕턴스, 유효 인덕턴스 그리고 피상 인덕턴스 가운데 적절하게 선택하여 해석한다.

미분 인덕턴스는 전압과 전류의 동적 관계식으로써

터 정의된 양이므로 자성체의 자기포화를 포함하는 전자기기의 과도 특성해석에 가장 유용하다. 이 형태의 응용은 초퍼와 인버터를 포함하는 전자적으로 동작되는 변압기와 회전기와 같은 기기들의 증가에 따라 중요성이 커지고 있다. 유효 인덕턴스는 에너지 축적과 관련연구에 그리고 피상 인덕턴스는 교류 정상상태 해석과 관련 응용에 가장 유용하다.<sup>(1)</sup>

포화 인덕턴스와 관련하여 Fouad et al<sup>(1)</sup>은 다권선 변압기와 관련된 자기장 안에서 축적 자기에너지에 전류의 섭동영향이 증분, 피상 그리고 유효 자기 및 상호 권선 인덕턴스를 계산하기 위하여 사용되었다. Nehl et al<sup>(2)</sup>은 회전자 위치와 기기 권선 여자전류의 함수로 회전기의 피상과 증분 인덕턴스 계산에 대한 방법으로 에너지와 권선 전류 섭동을 사용하였다. Minnich et al<sup>(3)</sup>은 자기확산 방정식의 해에 기초한

\* 제주대학교 대학원

Graduate School Cheju Nat'l Univ.

\*\* 제주대학교 전기전자공학부, 첨단기술연구소

Faculty of Electrical & Electronic Engineering, Research Institute of Advanced Technology, Cheju Nat'l Univ.

유한요소법에 의해 대형 터빈 발전기의 주파수의 합 수로서 소신호 단자 운전특성을 구하기 위한 방법을 제시하였다. Mohammed와 Demerdash<sup>(4)</sup>는 변압기 인덕턴스들을 계산하기 위하여 비선형 3차원 유한 요소 벡터 포텐셜장의 해와 관련한 에너지 섭동기법을 사용하였다. Sawa et al<sup>(5)</sup>은 유한 요소법에 의한 직류기의 전기자회로의 인덕턴스 계산을 위한 자속쇄교법과 축적 에너지법을 제시하였다. 신<sup>(6)</sup>은 유한요소법을 이용하여 해석한 비선형 자기특성으로부터 전자계의 직류여자시의 미분, 피상 및 유효 인덕턴스를 구하고 전자계에 정현파 교류전원이 인가되는 경우의 동작 인덕턴스를 산정하였다.

이상의 방법들은 장해석을 위하여 모두 수치해석법인 유한요소법을 사용하고 직류여자시의 비선형 자기특성을 이용하고 있으므로 계산과정이 복잡하게 된다. 따라서 변압기나 철심 변압기와 같은 교류기의 포화 인덕턴스를 구하기 위해서는 교류 여자시의 자기특성이 필요하게 된다.

본 논문에서는 이상의 문제점을 해결하기 위하여 변압기의 실효치 무부하 곡선으로부터 순시치 포화곡선을 유도하는 해석적방법<sup>(7),(8)</sup>을 사용하여 변압기의 미분, 유효 그리고 피상 인덕턴스를 산정하고 실측에 의한 변압기의 인덕턴스와의 관계를 비교 검토하였다.

## II. 본 론

### 2.1 순시치 포화곡선

실효치 무부하 곡선에서 순시치 포화곡선을 구하는 과정은 다음과 같다. 먼저 실효치 무부하 곡선상의 점들을  $(V, I)$ 라 하고 순시치 포화곡선상의 대응하는 점들을  $(\lambda, i)$  ( $j=1, 2, \dots, N$ )라 한다. 또한 순시치 포화곡선에서 점  $j-1$ 과  $j$ 를 잇는 선의 수직선으로부터 쉐 기울기를  $K_j$ 라하면

$$K_j = \frac{i_j - i_{j-1}}{\lambda_j - \lambda_{j-1}} \quad j=1, 2, \dots, N \quad (1)$$

이 되고, 전류(최대)순시치  $i_k$ 는 다음과 같이 표현될

수 있다.

$$i_k = \sum_{j=1}^k K_j (\lambda_j - \lambda_{j-1}) \quad j=1, 2, \dots, N \quad (2)$$

$K_j$ 는  $j=1$ 에서부터 연속적으로  $j=N$  까지 결정될 수 있다. 지금  $K_1, K_2, \dots, K_{N-1}$ 이 알려졌을 때  $K_N$ 을 구하는 일반적인 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} \cdot I_N^2 = & \int_0^{\theta_1} (K_1 \lambda_N \sin \theta)^2 d\theta + \\ & \int_{\theta_1}^{\theta_2} \{i_1 + K_2(\lambda_N \sin \theta - \lambda_1)\}^2 d\theta + \dots + \\ & \int_{\theta_{N-1}}^{\theta_N} \{K_n(\lambda_N \sin \theta - \lambda_{n-1}) + i_{n-1}\}^2 d\theta + \dots + \\ & \int_{\theta_N}^{\frac{\pi}{2}} \{K_N(\lambda_N \sin \theta - \lambda_{N-1}) + i_{N-1}\}^2 d\theta \end{aligned} \quad (3)$$

여기서

$$i_n = K_N(\lambda_n - \lambda_{n-1}) + K_{n-1}(\lambda_{n-1} - \lambda_{n-2}) + \dots + K_1 \lambda_1 \quad (4a)$$

$$\theta_n = \sin^{-1} \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_N} \right) \quad (4b)$$

이고, 식(3)을 간단히 하면

$$A_N K_N^2 + B_N K_N + C_N = 0 \quad (5)$$

이 되고, 여기서

$$C_N = d_N + \left\{ \sum_{n=1}^{N-1} (K_n^2 A_n + K_n B_n + d_n) \right\} - \frac{\pi}{2} I_N^2 \quad (6a)$$

$$A_n = \frac{\lambda_N^2}{2} (t_n - s_n) + 2\lambda_n \lambda_{n-1} g_n + \lambda_{n-1}^2 t_n \quad (6b)$$

$$B_n = -2i_{n-1} (\lambda_n g_n + \lambda_{n-1} t_n) \quad (6c)$$

$$d_n = i_{n-1}^2 t_n \quad (6d)$$

$$t_n = \theta_n - \theta_{n-1} \quad (6e)$$

$$s_n = \frac{1}{2} (\sin 2\theta_n - \sin 2\theta_{n-1}) \quad (6f)$$

$$g_n = \cos \theta_n - \cos \theta_{n-1} \quad (n \leq N) \quad (6g)$$

이고,  $A_N > 0$ ,  $B_N = 0$ ,  $C_N < 0$  일 때  $N=1$ 인 것을 제외하고  $A_N > 0$ ,  $B_N > 0$ ,  $C_N > 0$ 라는 것을 증명할 수 있다. 그러므로 식(5)와 식(6)으로부터  $K_N$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$K_N = \frac{-B_N + \sqrt{B_N^2 - 4A_N C_N}}{2A_N} \quad (7)$$

## 2.2 인덕턴스의 정의와 산정법

전류  $i$ 가 흐르는 코일에 단자사이의 유도기전력  $e$ 와 자속쇄교수  $\lambda$  사이에는

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \quad (8)$$

의 관계가 있고, 식(8)에서부터

$$e = \frac{d\lambda}{di} \frac{di}{dt} = L_d \frac{di}{dt} \quad (9)$$

와 같은 미분 인덕턴스  $L_d$ 를 정의할 수 있다. 즉,

$$L_d = \frac{d\lambda}{di} \quad (10)$$

이 되고, 또한  $\lambda-i$  특성이 그림 1과 같이  $\Delta i$ 의 미소 구간내에서는 선형이라 가정하면, 전류가  $I_0$ 로부터 변화했을 때 계에 축적되는 에너지의 변화량  $\Delta W_f$ 는

$$\Delta W_f = \frac{(2I_0 + \Delta i)\Delta i}{2} \quad (11)$$

이므로

$$L_d = \frac{d\lambda}{di} \cong \frac{\Delta \lambda}{\Delta i} = \frac{2\Delta W_f}{(2I_0 + \Delta i)\Delta i} \quad (12)$$

에 의해 구할 수 있다. 이와 같이 미분 인덕턴스는 전류가 증분변화 했을 때의 축적에너지의 변화분으로부터 계산된 인덕턴스와 근사적으로 같아지므로 증분 인덕턴스라고도 한다.

한편 전류  $i$ 와 자속쇄교수  $\lambda$  사이의 관계로부터 피상 인덕턴스  $L_a$ 는

$$L_a = \frac{\lambda}{i} \quad (13)$$

로 정의되고, 이것은  $\lambda-i$  특성 곡선에서 동작점과 원점을 연결한 직선의 기울기가 된다. 또한 전류  $i$ 와 축적에너지  $W_f$  사이의 관계로부터 유효인덕턴스  $L_e$ 는

$$L_e = \frac{2W_f}{i^2} \quad (14)$$

로 정의된다.

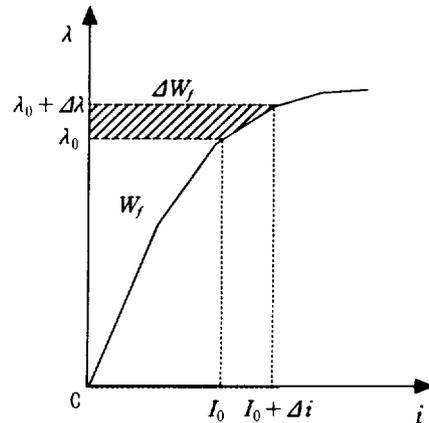


Fig. 1. Piecewise linear approximation  $\lambda-i$  characteristic.

## III. 수치해석 및 검토

제안된 방법의 적용성을 입증하기 위하여 사용한 변압기는 정격 120/240 [V], 60 [Hz], 1 [KVA]의 단상 외철형 가극성 변압기이다. 이 변압기의 무부하 시험에서 얻어진 실효치 무부하 포화특성은 그림 2와 같다.

무부하 시험 데이터와 식(2)에 의해 얻어진 순시치 자기 포화곡선은 그림 3의 점선과 같고, 이 곡선을 4개항의 다항식으로 다음과 같이 근사화 하였다.

$$i = a_1 \lambda + a_3 \lambda^3 + a_5 \lambda^5 + a_7 \lambda^7 \quad (15)$$

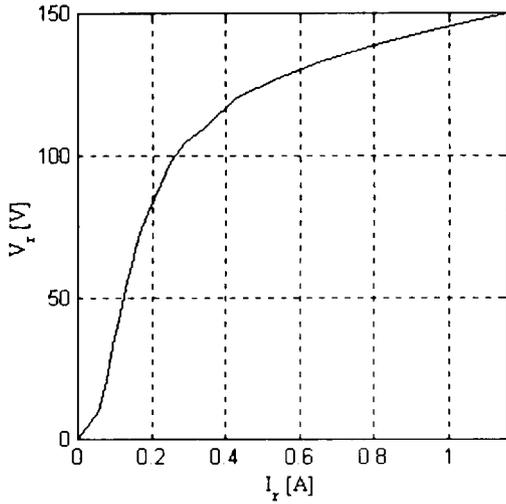


Fig. 2. RMS saturation characteristic of single phase transformer.

식(15)의 계수를 결정하기 위해서  $\lambda_1 = 0.1107$ ,  $\lambda_2 = 0.2686$ ,  $\lambda_3 = 0.5972$ ,  $\lambda_4 = 1.6161$  에서의  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$ 의 값을 사용하였고, 결정된 계수 값을 표 1에 보였다.

Table 1. Computed coefficients of equation(15)

Coefficients	$a_1$	$a_3$	$a_5$	$a_7$
Computed Values	1.059	-6.658	55.467	-17.437

식(15)와 표 1의 계수를 사용하여 순시치 자기포화 곡선을 그리면 그림 3의 실선으로 표현된다. 단상 변압기의 실효치 포화곡선으로부터 유도된 구간적으로 선형화한 자속쇄교수  $\lambda$ 의 최대 값과 자화전류  $i$ 의 관계(점선)와 이것을 4개항의 다항식으로 근사화한  $\lambda-i$  곡선(실선)을 비교하면 특성 곡선이 아주 잘 접근됨을 볼 수 있다. 그러므로 식(15)와 그림 3으로부터 유효, 미분 및 피상 인덕턴스를 산정할 수 있다.

미분 인덕턴스, 유효 인덕턴스 그리고 피상 인덕턴스 계산치와 실측치를 표 2와 그림 4에 보였다.

시험용 변압기의 1차측에 접속된 교류전압계, 교류전류계 및 단상전력계의 지시치를 각각  $V [V]$ ,

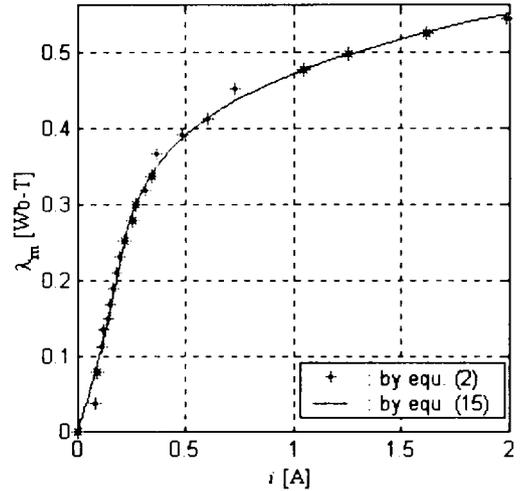


Fig. 3. Instantaneous magnetic saturation curve obtained from Fig. 2.

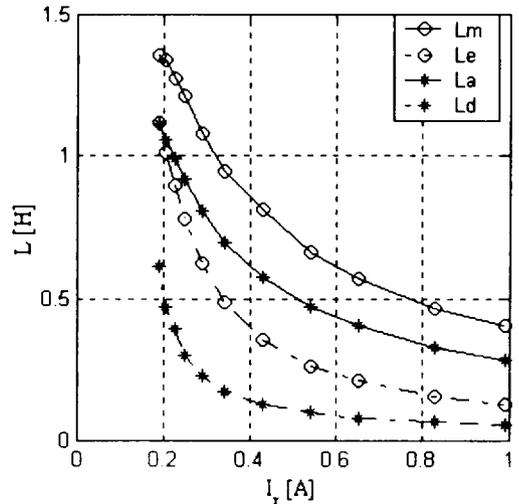


Fig. 4. Comparison of computed and measured inductances. (La:apparent, Ld:differential, Le:effective and Lm:magnetizing inductance)

$I [A]$  및  $W [W]$ 라 하고 주파수를  $f [Hz]$ 라 하면 자화 인덕턴스  $L_m$ 은

$$L_m = \frac{V}{2\pi N F - (W/V)^2} [H] \quad (16)$$

가 된다.

Table 2. Comparison of computed and measured inductances.

Inductances[H]				
Measured		Computed		
Ir[A]	Lm	Ld	La	Le
0.1892	1.3546	0.6140	1.1110	1.1180
0.2060	1.3375	0.4730	1.0570	1.0150
0.2251	1.2719	0.3950	0.9910	0.8990
0.2492	1.2103	0.2990	0.9170	0.7810
0.2892	1.0813	0.2260	0.8080	0.6260
0.3422	0.9446	0.1690	0.6980	0.4880
0.4300	0.8139	0.1260	0.5730	0.3560
0.5400	0.6659	0.1010	0.4700	0.2620
0.6500	0.5706	0.0800	0.4020	0.2080
0.8300	0.4666	0.0660	0.3280	0.1560
0.9900	0.4030	0.0560	0.2830	0.1280

위의 결과 그래프를 통해 세가지 방법으로 정의된 인덕턴스는 전자계에 포함된 자성체의 자화특성이 비선형 특성을 갖는 경우에

$$L_d \leq L_e \leq L_a \quad (17)$$

의 관계가 성립됨을 볼 수 있다. 또한 실험치에 의한 자화 인덕턴스는 피상 인덕턴스에 근접함을 알 수 있지만 그 차이가 큰 편이다. 이것은 변압기의 철손을 무시한  $\lambda-i$  곡선의 관계에 의하여 인덕턴스를 산정하였기 때문이므로 손실을 무시 할 경우에 그 인덕턴스를  $L_{m1}$ 이라고 하면

$$L_{m1} = \frac{V}{2\pi f I} [H] \quad (18)$$

이 되고, 이것을 적용하여 표 3과 그림 5에 그 결과 값을 보였다.

표 3과 그림 5는 제시한 방법으로 수치 해석한 피상 인덕턴스의 결과와 철손을 무시한 실제 변압기 자화 인덕턴스는 근사적으로 접근됨을 알 수 있다.

Table 3. Comparison of apparent and magnetizing inductances.

Inductances[H]			
Ir[A]	La	Lm	Lm1
0.1892	1.1110	1.3546	1.1202
0.2060	1.0570	1.3375	1.0906
0.2251	0.9910	1.2719	1.0594
0.2492	0.9170	1.2103	1.0378
0.2892	0.8080	1.0813	0.9530
0.3422	0.6980	0.9446	0.8527
0.4300	0.5730	0.8139	0.7433
0.5400	0.4700	0.6659	0.6238
0.6500	0.4020	0.5706	0.5407
0.8300	0.3280	0.4666	0.4474
0.9900	0.2830	0.4030	0.3885

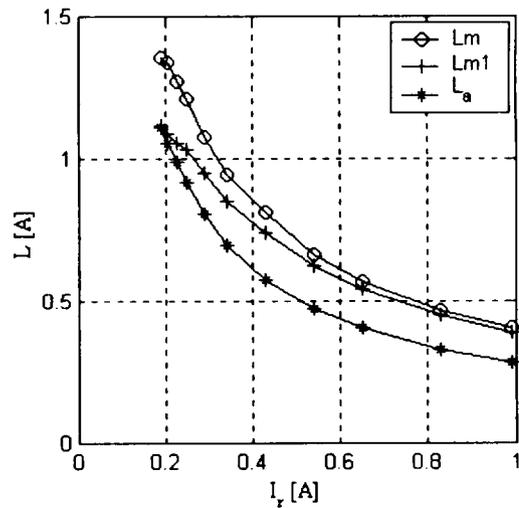


Fig. 5. Comparison of apparent and magnetizing inductances.

## V. 결론

변압기 포화 권선인덕턴스를 순시치 자기포화곡선에 의하여 산정하였다. 순시치 포화곡선은 실효치 무부하 포화곡선에서부터 부분 선형 근사화 방법에 의

하여 얻었고 이를 4개 항의 다항식으로 근사화하여 표현하였다. 이 포화곡선으로부터 미분 인덕턴스, 실효 인덕턴스 그리고 피상 인덕턴스를 산정하고 실측한 자화 인덕턴스와 비교하였다. 그 결과 미분인덕턴스 < 유효인덕턴스 < 피상인덕턴스의 관계를 확인하였고 자화인덕턴스는 피상인덕턴스에 더 접근함을 알 수 있었다.

### 참고문헌

- [1] F.A. Fouad, T.W.Nehl, and N.A.Demerdash. "Saturated Transformer Inductances Determined by Energy Perturbation Techniques." IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-101, No.11, pp.4185-4193, 1982.
- [2] T.W.Nehl, F.A.Fouad, and N.A.Demerdash. "Determination of Saturated Values of Rotating Machinery Incremental and Apparent Inductances by an Energy Perturbation Method". IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-101, No.12, pp.4441-4451, 1982.
- [3] S.H.Minnich, M.V.K.Chari, and J.F.Berkery. "Operation Inductances of Turbine Generators by the Finite Element Method". IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-102, No.1, pp.20-27, 1983.
- [4] O.A.Mohammed and N.A.Demerdash. "A 3-D Finite Element Perturbational Method for Determining Saturated Values of Transformer Winding Including Experimental Verification". IEEE Trans. on Magnetics, Vol.MAG-21, No.5, pp.1877-1897, 1895.
- [5] K.Sawa, H.Yamamoto, and K.Miyachi. "Analysis of Armature Circuit Inductance of DC Machines by FEM". IEE Proceedings, Vol.132, pt. B, No.6, pp.307-314, 1985.
- [6] 신흥교, "유한요소법에 의한 인덕턴스의 산정법에 관한연구", 한양대학교 대학원, 박사학위논문, 1989.
- [7] S.Prusty and M.V.S.Rao. "A Direct Piecewise Linearized Approach to Convert rms Saturation Characteristic to Instantaneous Saturation Curve". IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-16, No.1, pp.156-160, 1980.
- [8] C.M.Ong. "Dynamic Simulation of Electric Machinery". Prentice Hall PTR, pp.101-105, 1998.