

風力驅動 自己勵磁 誘導發電機의 解析 -Newton Raphson法과 正割法の 比較-

左 宗 根*

Analysis of Wind Driven Self-excited Induction Generators

- Comparison of Newton Raphson and secant method -

Chong-Keun Jwa*

ABSTRACT

The Newton Raphson method and the secant method for the steady state analysis of a wind driven self-excited induction generator are presented and compared in this paper. The nodal admittance method which involves simple algebraic calculations is used for this analysis. Very good agreement between the two numerical methods has been obtained on several load conditions, but it is found that the secant method is better than the Newton Raphson method in the number of iteration and the length of program.

Key words : Induction generator, Self-excitation, Newton Raphson method, Secant method

1. 序 論

비재생에너지 자원의 감소에 대한 우려로 인하여 많은 관심이 화석연료의 대체 수단으로 풍력에 모아지고 있다. 이와 관련하여 넓은 범위의 회전자속도에 걸쳐 기계에너지를 전기에너지로 변환하는데 동기발전기 대신에 유도발전기를 사용하고 있다.

이 유도발전기를 고립전원으로 사용하려면 단

자에 적당한 커패시터를 접속하여 자기여자발전기로 운전이 가능하다. 이 발전기의 등가회로에 의한 정상상태해석을 Murthy et al⁽¹⁾, Raina and Malik⁽²⁾, Tandon et al⁽³⁾, 그리고 Malik and Haque⁽⁴⁾, 등이 사용한 루우프 임피던스법과 Quazen and McPherson⁽⁵⁾, Chan⁽⁶⁾에 의한 절점어드미턴스법이 있다.

Murthy et al⁽¹⁾에 의한 루우프 임피던스법에서는 주파수와 여자리액턴스를 미지수로 하는 두개의 비선형연립방정식을 그리고 Quazen and McPherson⁽⁵⁾에 의한 절점 어드미턴스법에서는

* 제주대학교 전기공학과

Dept. of Electrical Eng., Cheju Nat'l Univ.

주파수를 미지수로 하는 하나의 비선형 방정식을 다항식의 형태로 변형하고 Newton Rapson 법을 사용하여 해를 구하고 있다.

다항식으로 변형하는 과정에서 두 방법 모두 많은 대수계산을 하여야 하고 이를 개선하기 위하여 최근 Chan⁽⁷⁾은 절점 어드미턴스 법에 의한 다항식으로 변환하지 않고 최소의 대수계산만으로 정리된식을 해석하기 위하여 반복법을 제시하였다.

본 연구에서는 자기여자 유도발전기를 효율적으로 해석할 수 있는 방법을 모색하기 위하여 알고리즘이 단순한 Newton Raphson법과 정할법을 사용하여 비교검토 하였다. 해석을 위하여 절점 어드미턴스법을 사용하였고 몇개의 부하에 대하여 반복 수렴회수를 비교하였으며 저항부하 변화에 따르는 부하단자전압의 변화를 비교하였다.

II. 解析理論

2.1 등가회로와 해석

고조파와 철손을 무시하고 여자리액턴스만 포화의 영향을 받는다고 가정된 정상상태 해석을 위한 등가회로는 Fig.1 과 같다.

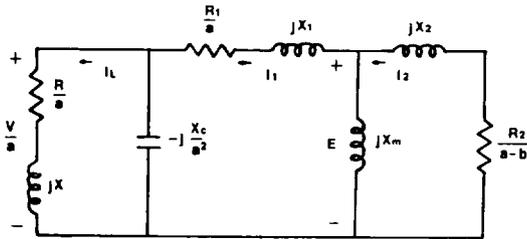


Fig. 1 Equivalent circuit of the induction generator

등가회로에서 R , X 는 저항과 리액턴스이고 V , E 는 단자전압과 공극전압이며 I 는 전류이다. X_m , X_c 는 여자리액턴스 및 용량성 리액턴스이고 a , b 는 단위법 주파수와 속도이다. 첨자 1, 2, L 은 각각 고정자, 고정자측으로 환산한 회전자, 그리고 부하의 값을 의미한다.

Quazen and McPherson⁽⁵⁾의 절점 어드미턴스

법에 의하여 여자리액턴스가 접속된 마디에 대해서 전류평형식을 세우면

$$(Y_1 + Y_m + Y_2)E = 0 \quad (1)$$

이 되고, 발전기로 정상운전상태일때는 $E \neq 0$ 이므로

$$Y_1 + Y_m + Y_2 = 0 \quad (2)$$

이 되어야 한다. 여기서 Y_1 은 단자커패시턴스와 병렬인 부하저항과 고정자가지, Y_m 은 여자리액턴스가지, 그리고 Y_2 는 회전자가지의 합성어드미턴스이다.

발전기 단자의 등가 임피던스를 Z_1 라 하면

$$\begin{aligned} Z_1 &= \left(\frac{R}{a} + jX \right) // -j \frac{X_c}{a^2} \\ &= \frac{X_c^2 R}{a [a^2 R^2 + (a^2 X - X_c)^2]} \\ &\quad - j \frac{a^2 X_c X^2 + X_c R^2 - X_c^2 X}{a^2 R^2 + (a^2 X - X_c)^2} \\ &= R_1 - jX_1 \end{aligned} \quad (3)$$

이 되고, 고정자와 단자커패시턴스와 병렬인부하의 합성 임피던스 Z_1 은

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{R_1}{a} + jX_1 + Z_1 \\ &= \frac{R_1}{a} + R_1 + j(X_1 - X_1) \end{aligned} \quad (4)$$

이므로, Y_1 는

$$\begin{aligned} Y_1 &= \frac{\frac{R_1}{a} + R_1}{\left(\frac{R_1}{a} + R_1 \right)^2 + (X_1 - X_1)^2} \\ &\quad - j \frac{X_1 - X_1}{\left(\frac{R_1}{a} + R_1 \right)^2 + (X_1 - X_1)^2} \end{aligned}$$

$$= G_1 - jB_1 \quad (5)$$

이며, 여자회로의 어드미턴스 Y_m 은

$$Y_m = \frac{1}{jX_m} = -jB_m \quad (6)$$

이다. 그리고 회전자 회로의 합성 어드미턴스 Y_2 는

$$\begin{aligned} Y_2 &= \frac{a-b}{R_2 + j(a-b)X_2} \\ &= \frac{(a-b)R_2 - j(a-b)^2 X_2}{R_2^2 + (a-b)^2 X_2^2} \\ &= G_2 - jB_2 \end{aligned} \quad (7)$$

가 된다.

따라서 식(2)와 식(5),(6),(7)에서

$$\begin{aligned} Y_1 + Y_m + Y_2 \\ = G_1 + G_2 - j(B_1 + B_m + B_2) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

이 되고, 여기서

$$G_1 + G_2 = 0 \quad (9)$$

$$B_1 + B_m + B_2 = 0 \quad (10)$$

이 되어야 합을 의미한다.

식(9)에서 주파수 a 를 Newton Raphson법이나 정할법에 의하여 구하고, 그 결과를 식(10)에 대입하여 여자리액턴스 X_m 을 구한다. 다음으로 이들 결과를 이용하여 공극전압을 구하고 다음의 식으로 부하단자전압 V 를 구하여 제반특성을 구한다.

$$V = \left[\frac{R_t^2 + X_t^2}{\left(\frac{R_1}{a} + R_t\right)^2 + (X_1 - X_t)^2} \right]^{\frac{1}{2}} a E \quad (11)$$

이들의 과정은 종래 다항식 표현의 경우보다 간결하고 대수계산의 번거로움과 계산시간도 절약된다.

2.2 정할법과 Newton Raphson 법

방정식 $f(a) = G_1 + G_2 = 0$ 의 근을 구하는 방법 중 비교적 많이 사용되는 정할법과 Newton Raphson의 알고리즘⁽⁸⁾은 다음과 같다.

2.2.1 정할법

함수 $f(a)$ 와 두개의점 a_{-1}, a_0 이 주어지면 For $n = 0, 1, 2, \dots$, 만족할 때까지 do :

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= [f(a_n)a_{n-1} - f(a_{n-1})a_n] \\ &\quad / [f(a_n) - f(a_{n-1})] \end{aligned}$$

를 계산한다.

이방법은 수렴속도는 빠르나 $f(a_n)$ 과 $f(a_{n-1})$ 이 같은 부호가 될때 라운드 오프 오차의 영향을 받기 쉬우므로 a_{n+1} 은 다음의 식을 사용할 수 있다.

$$a_{n+1} = a_n - f(a_n) \frac{a_n - a_{n-1}}{f(a_n) - f(a_{n-1})}$$

2.2.2 Newton Raphson법

함수 $f(a)$ 가 연속 미분가능하고 점 a_0 가 주어지면

For $n = 0, 1, 2, \dots$, 만족할 때까지 do :

$$a_{n+1} = a_n - f(a_n)/f'(a_n) \text{을 계산한다.}$$

이상의 알고리즘에서 보듯이 $f(a)$ 의 미분을 쉽게 얻을 수 있는 경우에는 Newton Raphson법을 반대로 미분이 어렵거나 쉽게 얻을 수 있어도 결과식이 복잡한 경우에는 정할법이 유리하다.

III. 事例研究 및 比較

Newton Raphson법과 정할법에 의한 해석 결과를 비교하기 위하여 Chan⁽⁷⁾의 정수를 사용하였고 이 정수를 Table 1. 에 보였다.

Table 1 Chan's Circuit Parameters of Induction Generator

Specifications	Circuit Parameters
3ψ , 4pole	$R_1 = 0.100$ $R_2 = 0.0736$
frequency 50 [Hz]	$X_1 = 0.112$ $X_2 = 0.100$
voltage 380 [V]	
output 2 [KW]	
star connected	
squirrel cage	$E_1 = \begin{cases} 1.345 - 0.203X_m, & X_m < 1.728 \\ 1.901 - 0.525 X_m, & 1.728 \leq X_m < 2.259 \\ 3.156 - 1.08 X_m, & 2.259 \leq X_m < 2.446 \\ 37.79 - 15.12 X_m, & 2.446 \leq X_m < 2.48 \\ 0, & 2.48 \leq X_m \end{cases}$

Table 1의 유도발전기가 단자커패시턴스 $C = 0.79$ [pu]를 가지고 정격회전수로 회전하여 부하 임피던스를 변화시켰을때 Chan⁽⁷⁾의 반복법, Newton Raphson법 그리고 정할법의 주파수 계산결과를 Table 2 a), b), c) 에 보였다.

Table 2 Computed results of induction generator

a) load impedance $Z_L = 5 + j0$

No. of Iterations	Frequency [pu]		
	Chan's method	Newton's method	secant method
1	0.9775833	0.983675/0.978120	1.127769/0.961391
2	0.9784856	0.978333/0.978521	0.978240/0.978478
3	0.9784500	0.978514/0.978508	0.978513/0.978508
4	0.9784508	0.978508/0.978508	0.978508/0.978508
5		0.978508/	

b) load impedance $Z_L = 1.5 + j0$

No. of Iterations	Frequency [pu]		
	Chan's method	Newton's method	secant method
1	0.9181743	0.949282/0.994120	1.025225/0.885790
2	0.9272552	0.945950/0.946201	0.945160/0.945195
3	0.9262832	0.946111/0.946098	0.946090/0.946126
4	0.9263878	0.946103/0.946103	0.946103/0.946103
5	0.9263767	0.946103/0.946103	
6	0.9263777		
7	0.9263776		

c) load impedance $Z_L = 4 + j3$

No. of Iterations	Frequency [pu]		
	Chan's method	Newton's method	secant method
1	0.9828328	0.988301/0.982983	1.141033/0.973228
2	0.9832020	0.983058/0.983253	0.983751/0.983235
3	0.9831944	0.983050/0.983243	0.983234/0.983243
4	0.9831952	0.983250/0.983243	0.983243
5		0.983243/	

a)는 부하임피던스 $Z_L = 5 + j0$, b)는 $Z_L = 1.5 + j0$ 그리고 c) $Z_L = 4 + j3$ 의 경우이고, 어느 경우나 수렴오차는 1×10^{-6} 으로하여 / 왼편은 Newton Raphson법에서 $a_0 = 0.9$ 로 하고 정할법에서 $a_{-1} = 0.1$, $a_0 = 0.9$ 로 계산한 결과이고 / 오른편은 각각 $a_0 = 0.99$, $a_{-1} = 0.1$, $a_0 = 0.99$ 로 계산한것이다.

이들결과 부하임피던스 $Z_L = 1.5 + j0$ 인 경우 Chan⁽⁷⁾의 계산치가 다르게 나타났고 다른 경우는 거의 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. 초기값에 따라 반복수렴회수가 다르며 계산 결과에 의하면 초기치를 정격회전수 ($b = 1$ [pu])에 근접하게 주었을때가 수렴회수가 적어지고 있다. 또한 정할법이 다른 방법에 비하여 반복수렴회수가 적음을 알 수 있다.

Table 3은 유도발전기가 $C = 0.79$ [pu]의 단자 커패시터를 가지고 정격회전수로 회전할때 부하저항을 1.0 [pu]에서 6.0 [pu]까지 변화시켰

올때의 부하단자전압 계산결과이고 Fig. 2 는 이 경우의 외부특성곡선이다.

이 계산에서도 Newton Raphson법에서 $a_0 = 0.99$ 로 정할법에서 $a_{-1} = 0.1, a_0 = 0.99$ 로 하고 수렴오차는 1×10^{-6} 으로 하였다. 또한 C언어로 프로그램을 작성했을때 Newton Raphson법은 3293 byte, 정할법은 2433 byte을 차지하였다.

Table 3 Computed terminal voltage

Load Resistance [pu]	Terminal Voltage [pu]	
	Newton's method	secant method
1.0	0.501510	0.501509
1.5	0.906170	0.906170
2.0	1.003603	1.003603
2.5	1.045417	1.045417
3.0	1.072379	1.072379
3.5	1.091292	1.091292
4.0	1.105322	1.105322
4.5	1.116155	1.116155
5.0	1.124777	1.124777
5.5	1.131806	1.131806
6.0	1.137646	1.137646

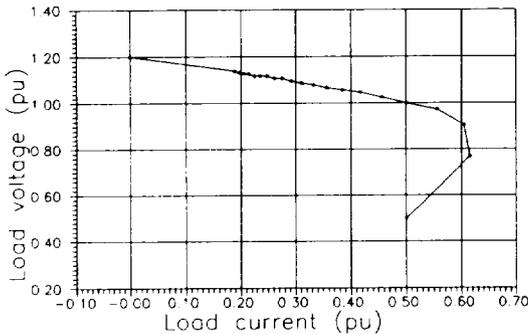


Fig. 2 External characteristic

이상의 결과에서 알 수 있는 바와 같이 최소의 대수계산으로 정할법을 사용하여 단위법으로 표시한 회전수에 근사한 초기치로 계산하는 것이 종래 사용되었던 다항식으로 표현하여 Newton Raphson법으로 계산하는 방법에 비해서 대수계산시간, 프로그램의 길이 그리고 반복수렴회수

가 적음을 알 수 있다.

結 論

풍력구동 자기여자 유도발전기의 정상상태 특성을 Newton Raphson법과 정할법에 의하여 해석하여 비교검토했었다. 해석을 위하여 절점 해석법을 적용하였고 최소의 대수계산으로 수행할 수 있도록 평형식차체를 이용하였다.

검토크결과 종래의 다항식으로 변형하여 해석하는 경우에 비하여 대수계산의 번거로움과 시간을 줄일 수 있고 해석식의 난이도에 관계없이 정할법이 프로그램의 길이와 반복수렴회수가 단축되었다. 주파수를 구하는 경우 초기치로써 단위법 회전수에 접근한 값을 취할 경우 반복수렴회수가 단축됨을 알 수 있다.

參考文獻

1. Murthy,S.S., Malik,O.P. and Tandon,A.K., 1982, Analysis of self-excited induction generators, *IEE PROC.*, Vol. 129, pt. C, No. 6, pp. 260-265
2. Raina,G. and Malik,O.P., 1983, Wind energy conversion using a self-excited induction generator, *IEEE Trans.P.A.S.*, Vol. PAS - 102, No. 12, pp. 3933-3936
3. Tandon,A.K., Murthy,S.S. and Berg, G.J., 1984, Steady state analysis of capacitor self-excited induction generators, *IEEE Trans. P.A.S.*, Vol. PAS-103, No. 3, pp. 612-618
4. Malik,N.H. and Haque,S.E., 1986, Steady state analysis and performance of an isolated self-excited induction generator, *IEEE Trans. E.C.*, Vol. EC-1,No.3, pp. 134-140
5. Quazene,L. and McPherson,G., 1983, Analysis of the isolated induction generator, *IEEE Trans.P.A.S.*, Vol. PAS-102, No. 8, pp. 2793-2798
6. Chan,T.F., 1994, Steady-state analysis of

self-excited induction generators, *IEEE Trans.E.C.*, Vol. 9, No. 2, pp. 288-296

7. Chan,T.F., 1995, Analysis of self-excited induction generators using an iterative method, *IEEE Trans.E.C.*, Vol. 10, 10.3, pp.

502-507

8. Conte,S.D. and Carl de Boor, 1980, *Elementary numerical analysis - An algorithmic approach*, 3rd ed. McGraw-Hill