

제주지역 겨울기온에 대한 확률모형*

金 鐵 洙**

Stochastic Model for the Temperature of Winter in Cheju Area*

Chul-Soo Kim**

Summary

In this paper we study the time series model for the temperature of winter in Cheju area. The daily minimum temperature is used for the research. We investigate the trends, periodicities and dependencies for the temperature series. Finally, we construct a time series model for the temperature.

서 론

우리의 일상 생활에서 기후요소는 밀접한 관계를 갖고 있다. 특히 기온은 우리의 삶에 있어서 의식주 모든 면에 영향을 끼치고 있을 뿐만 아니라 농수산업에도 지대한 영향을 준다. 따라서 기온이 끊임없이 주된 연구의 대상이 되고 있다. 최근에 와서는 이상 기온이 자주 나타나고 있다. 기온의 경우는 자연적요인 뿐만 아니라 인위적요인의 영향도 많이 받는 것이 알려졌다. 따라서 기온에 대한 분석은 결정적이라기 보다는 확률적 모형으로 분석하는 것이 바람직하다 할 수 있다.

본 연구의 목적은 제주지역, 특히 제주시 지역의 경우 동절기(11월~2월)의 특징적인 요소로서 최저 기온에 대해 지난 30년간의 기온자료로부터 확률모

형을 설정하는 데 있다. 제주의 경우 매년 11월말부터 다음해 3월까지 불어오는 북서계절풍과 바다에 의한 해륙풍, 대마난류, 제주를 가로질러 놓여있는 한라산등의 영향이 국지적 기온에 크게 영향을 미치고 있으므로 제주지역 겨울기온이 어떠한 확률모형을 갖고 있는지를 통계적방법을 통하여 분석하여 여기서 얻어진 모형으로부터 얻어진 예측값을 실제 자료와 비교하여 모형의 적합도를 살펴보았다.

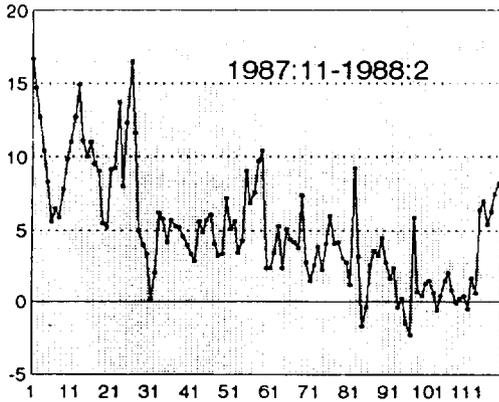
연구방법으로는 기온속에 내재하는 패턴을 여러부분 패턴, 추세요인, 주기요인, 확률요인으로 분해하여 즉 추세요인을 선형회귀방법으로, 주기요인은 주기도를 이용하며 확률요인은 Box-Jenkins방법을 이용하였다.

자료의 특성 및 추세요인

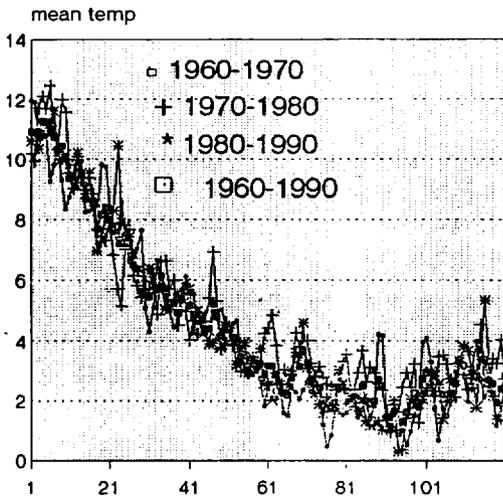
* 이 논문은 1991년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구비에 의하여 연구되었음.

** 자연과학대학 수학과 (Dept. of Mathematics, Cheju Univ., Cheju-do, 690-756, Korea)

본 연구를 위하여 제주측후소에서 관측된 1960년에서 1990년까지의 기온자료 가운데서 동절기(11월~2월)의 최저일별기온을 사용하였다. 자료가운데 1987. 11~1988. 2 기온과 10년 평균한 60년대 70년대 80년대 자료가 다음 그림에 나타나 있다.



〈그림 2-1〉 1987. 11~1988. 2 기온 자료



〈그림 2-2〉 60, 70, 80년대 평균 최저 기온

〈표 2-1〉 2차 다항회귀식 계수추정값

variable	estimate	표 준 편 차	H에 대한 t값	P value
α_0	12.163316	0.795437	15.291	0.0001
α_1	-0.201775	0.030347	-6.647	0.0001
α_2	0.001063	0.000242	4.376	0.0001

〈그림 2-1〉과 〈그림 2-2〉를 보면 제주지역의 경우 동절기 기온에 대해 몇몇 특성을 찾을 수 있다. 즉 자료의 외관상 특징으로는 일일 최저기온은 11월부터 점점 떨어지다가 1월 하순경에는 최저에 도달하고 그 이후 조금씩 상승하는 어떤 추세(trend)를 보여주고 있으며 추세주위를 상하 반복왔다갔다하는 일정한 패턴을 보여주고 있다. 또 기온의 경우 연속적인 변화로서 기온사이에 단절이 없는 종속성을 보여주고 있다. 즉 오늘의 기온은 어제의 기온의 영향을 받고 있음을 보여주고 있다.

따라서 본 연구에서는 일일 기온자료가 시계열자료이므로 시계열자료가 가지고 있는 패턴을 여러성분의 부분패턴으로 분해하여 분석하였다. 즉 동절기 120일간 일일 최저기온을 Y_t 라 할 때

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + E_t \quad t = 1, 2, \dots, 120 \quad (2.1)$$

로 가정하며 T_t 는 추세요인

C_t 는 순환요인으로 주기성분

S_t 는 확률요인이며

E_t 는 측정오차를 포함하는 확률오차성분이다.

한편, 확률성분 S_t 와 E_t 의 합, $Z_t = S_t + E_t$ 는 기온의 특성상 다음과 같은 ARMA(p, q)의 모형으로 설명된다.

$$\sum_{j=0}^p a_j Z_{t-j} = \sum_{k=0}^q b_k e_t \quad (2.2)$$

여기서 p, q는 양의 정수이며, e_t 는 백색잡음이다.

(2.2)를 이용하여 (2.1)은

$$Y_t = T_t + C_t + Z_t \quad (2.3)$$

의 형태로 나타난다.

분석의 첫단계로서 원래의 기온자료로부터 추세요

인을 분리해 낸다. 분석자료로서 대표적으로 그림 2-1에 나타난 1987. 11~1988. 2의 자료를 이용하였다. 그림 2-1에서 보면 2차 다항식이 타당한 것으로 보여진다.

따라서 추세모형은

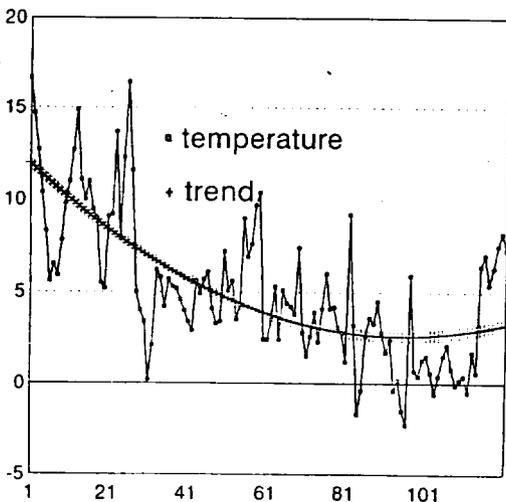
$T_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \varepsilon_t$ 의 형태로서 $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ 에 대한 최소제곱추정량이 표 2-1에서 처럼 $\hat{\alpha}_0 = 12.163316$, $\hat{\alpha}_1 = -0.201775$, $\hat{\alpha}_2 = 0.001603$ 으로 나타났으며 이 추정량들의 표준오차 또한 각각 0.79543, 0.03034, 0.00024로서 매우 작음을 볼 수 있을 뿐만 아니라 $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$ 모두 통계적으로 유의함을 볼 수 있다.

따라서 추세요인은

$$\hat{T}_t = 12.163316 - 0.201775t + 0.001603t^2$$

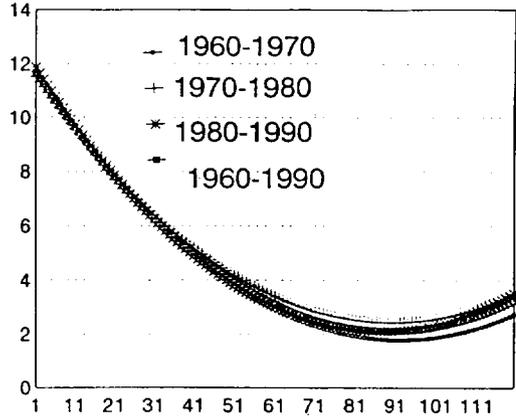
으로 구해졌다. 그림 2-3은 원래의 기온과 추세요인의 식을 함께 나타낸 것이다.

본 연구를 통하여서 30년 각각의 경우에도 추세요인은 2차 다항식으로 나타났으며 2차 다항식의 특징을 결정하는 t의 계수는 어느해나 매우 작게 나타나나 통계적으로는 모두 유의하였다. 그림 2-4는 10년씩 평균한 기온과 30년 평균한 기온에 대한 추세 다항식의 모양이다.

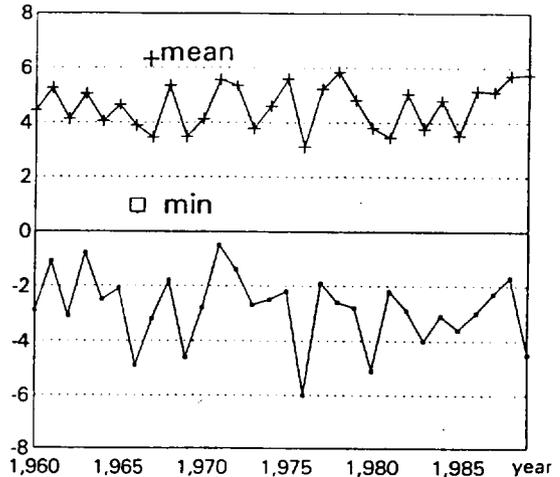


〈그림 2-3〉 1987. 11~1988. 2 기온과 추세다항식

〈그림 2-4〉는 제주시 지역의 경우 지난 30년간 각 년도의 동절기의 기온 중 최저기온의 모양을 나타낸 것이다.



〈그림 2-4〉 10년 평균기온과 30년 평균기온의 추세식

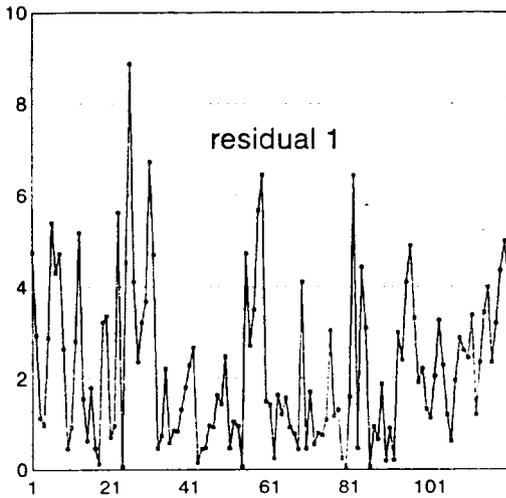


〈그림 2-5〉 매 해의 최저기온과 평균최저기온

지난 30년간의 경우 이상 저온의 경우는 66. 11~67. 2, 69. 11~70. 2, 76. 11~77. 2, 80~11~81. 2에 나타나며 이는 20세기 지구전체의 경우 1960~1970년대 짧은 냉기를 보였던 요인에도 기인하는 것으로 생각된다.

순환요인 및 주기분석

원 기온자료 $\{Y_t\}$ 로부터 추세요인 T_t 를 제거한 제 1잔차 $\{R_t(t)\}$ 를 보면 〈그림 3-1〉에서 처럼 순환요인을 갖고 있음을 알게 된다.



〈그림 3-1〉 제1잔차 (R₁(t))

R₁(t)가 주기함수 f(t)의 형태를 갖는다면 Weierstrass 정리에 의해 f(t)는 sine과 cosine 함수의 일차결합인 다항식으로 근사화 될 수 있다.

이러한 관점으로부터 전통적으로 피리어도 그래램을 이용해 순환요인으로서 주기를 찾게 된다.

피리어도그래램을 이용하여 잔차 (R₁(t))의 순환요인은 삼각함수들의 선형결합

$$\sum_{i=1}^q \left[a(i) \cos\left(\frac{2\pi}{T_i}t\right) + b(i) \sin\left(\frac{2\pi}{T_i}t\right) \right]$$

t = 1, 2, ..., 120

의 형태로 나타날 수 있다.

여기서 q는 순환요인의 설명에서 사용되는 주, 부주기의 개수, T_i는 피리어도그래램으로부터 선택된 주, 부주기들이다.

본 연구에서는 q=3일 때 주기성이 어느정도 제거 되는 것을 알 수 있었다. 따라서 T₁, T₂, T₃의 주기를 갖는 삼각함수의 선형결합으로 순환요인을 설명할 수 있다. 이 경우 주기 T₁, T₂, T₃를 갖는 sine항과 cosine항 모두를 포함시키기 보다는 모수결약의 원칙에서 순환요인을 가장 잘 설명하는 축소모형을 사용하여 다중회귀분석으로부터 순환요인을 추출해낸다. 변수선택은 단계별회귀(stepwise), CP, MSE의 방법을 사용하였다. 이러한 방법으로 추정된 순환요인은

$$\hat{C}_1 = \sum_{i=1}^q \left[A(i) I(i) \cos\left(\frac{2\pi}{T_i}t\right) + B(i) J(i) \sin\left(\frac{2\pi}{T_i}t\right) \right]$$

의 형태이며 I(i)와 J(i)는 각각 주기 T_i를 갖는 cosine과 sine항이 변수선택에 의해 선택될 때 1이고 그의 0인 함수이다. 즉 I(i)는 주기 T_i를 갖는 cosine항이 선택되면 1이고 그의 0이며, J(i)는 주기 T_i를 갖는 sine항이 선택될 때 1이고 그의 0인 함수이다.

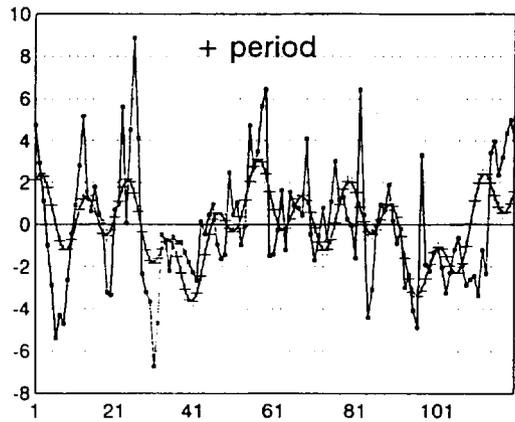
잔차 (R₁(t))에 대해 피리어도 그래램을 찾으면 주 주기로서 10.9일 부주기로서 60일과 30일이 나타난다.

이러한 방법에 의해 1987. 11~1988. 2의 경우 추정된 순환요인은

$$\begin{aligned} \hat{C}_1 = & 1.29759 \sin\left(\frac{2\pi}{10.9}t\right) + 0.99879 \cos\left(\frac{2\pi}{60}t\right) \\ & + 0.79023 \sin\left(\frac{2\pi}{60}t\right) + 0.57965 \cos\left(\frac{2\pi}{30}t\right) - \\ & 1.1153 \sin\left(\frac{2\pi}{30}t\right) \end{aligned}$$

로 나타나며 이 경우 결정계수의 값은 0.309였다.

〈그림 3-2〉는 제1잔차 (R₁(t))와 순환요인으로서의 주기식을 나타낸다.



〈그림 3-2〉 제1잔차 (R₁(t))와 주기식

표 3-1은 지난 30년간 10년간씩 일일 평균 최저기온에 대한 주기 및 30년 일일 최저기온은 평균에 대한 주기이다.

〈표 3-1〉 일일평균 최저기온에 대한 주기표

순 위	1	2	3	4
60년대 평균	10	30	5.4	60
70년대 평균	60	30	13.3	5.2
80년대 평균	15	30	9.2	40
30년 평균	30	15	20	13.3

〈표 3-1〉을 보면 10년 일일 평균최저기온의 경우 30일 주기가 공통으로 나타나고 있음을 보게되고

60년대의 경우가 단주기를 갖고 있음을 알 수 있다. 이는 표 3-2를 통해서도 확인된다.

〈표 3-2〉 1960.11~1970.2 주기

년 도	주 주 기	부 주 기	년 도	주 주 기	부 주 기
60~61	15	10.9 60	65~66	17.1	8.5 5.2
61~62	40	17.1 40	66~67	17.1	6 40
62~63	60	6.3 40	67~68	20	8.5 7.5
63~64	13.3	30 24	68~69	17.1	60 24
64~65	10.9	5 10	69~70	24	20 10.9

30년 전체를 통틀어서 보면 30일주기와 17.1일 주기가 주주기로서는 각각 8회, 10.9일은 5회나 나타나며 20일 이하의 주기가 18회로 30년간의 대부분의 주주기가 20일 이하로 나타났다. 단주기의 경우는 옛부터 겨울기온의 특징인 삼한사온으로 설명될 수 있다.

김태수(1989)에 의하면 서울지역의 경우 대표적인 주기는 40일, 30일, 11일이었다. 제주지역의 경우는 국지적요인이 제주지역의 경우 주기도 강하게 나타남을 알 수가 있다.

종속성 및 모형의 적합성 진단

기온시계열 자료의 확률모형에 나타난 확률성분은 (Y_t) 에 내존하는 상호종속성을 뜻한다. 원래의 기온 Y_t 로 부터 추세요인과 순환요인을 제거한 제2잔차 $(R_2(t))$ 의 그림을 보면 직관적으로도 시간에 따라 평

균과 분산이 일정한 stationary 상태를 보여주고 있다.

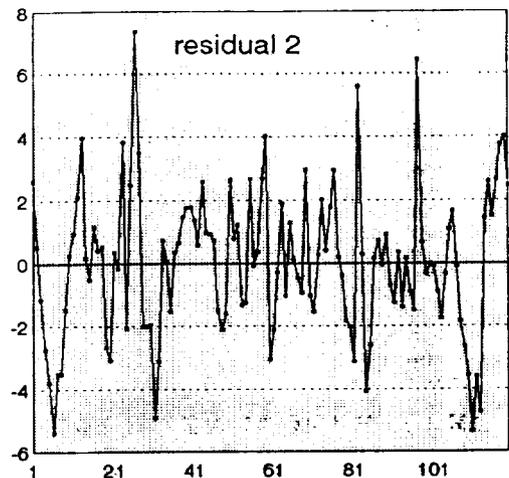


그림 4-1. 제2잔차시계열 $(R_2(t))$

잔차들 사이에 난수성이 있기보다는 직전기온의 영향을 받는 어떤 특정한 형태를 보여주고 있다. 실제로 제2잔차 $\{R_2(t)\}$ 에 대해 난수성 검정이 요구된다. 난수성 검정으로는 런검정과 스펙트럼검정등이 있으나 본 연구에서는 스펙트럼 검정을 사용하였다.

〈표 4-1〉 스펙트럼검정표

- Test for White Noise for variable RESID2 -

Fisher's Kappa :	(M-1) * MAX(P(*))/SUM(P(*))	
Parameters :	M-1	= 59
	MAX(P(*))	= 89.339
	SUM(P(*))	= 659.145
Test Statistic :	Kappa	= 7.9967
Bartlett's Kolmogorov-Smirnov Statistic :		
Test Statistic =	0.3268	

Autocorrelations

Lag	Covariance	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
0	5.504998	1.00000	:											*****									
1	2.299054	0.41763	:											*****									
2	0.526491	0.09564	:											***									
3	0.263155	0.04780	:											**									
4	-0.134300	-0.02440	:											*									
5	-1.197804	-0.21758	:											****									
6	-1.446293	-0.26272	:											****									
7	-1.046564	-0.19011	:											****									
8	-1.039695	-0.18886	:											****									
9	-0.648762	-0.11785	:											**									
10	0.069710	0.01266	:											*									
11	-0.048277	-0.00877	:											*									
12	0.044673	0.00811	:											*									

〈그림 4-2〉 $\{R_2(t)\}$ 에 대한 자기상관함수

Partial Autocorrelations

Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	0.41763	:												*****									
2	-0.09542	:												**									
3	0.05366	:												*									
4	-0.07043	:												*									
5	-0.22042	:												****									
6	-0.10503	:												**									
7	-0.05215	:												*									
8	-0.11269	:												**									
9	0.00362	:												*									
10	0.03210	:												*									
11	-0.11424	:												**									
12	-0.00396	:												*									

〈그림 4-3〉 $\{R_2(t)\}$ 에 대한 부분자기상관함수

〈표 4-1〉로부터 Fisher의 Kappa검정통계량과 Bartlett의 Kolmogorov-Smirnov검정통계량 모두로부터 $\{R_2(t)\}$ 가 난수성이 있다는 귀무가설이 기각된다.

따라서 $\{R_2(t)\}$ 에 내재하는 종속성을 찾는 단계로서 보편적인 Box-Jenkins의 ARMA모형을 사용하였으며 Akaike의 AIC방법과 BIC방법을 함께 사용하여 AR모형을 추정하였다.

$\{R_2(t)\}$ 에 대한 ACF와 PACF는 다음 〈그림 4-2〉, 〈그림 4-3〉에 나타나 있다.

그림 4-3을 보면 표본부분자기상관함수는 시차 1 이후에서 급격히 쇠퇴함을 볼 수 있다. 따라서 AR(1)모형으로 식별된다. 검진의 과정을 통해서도 AR(1)모형이 적합함이 판명되었다.

즉 제2잔차 $\{R_2(t)\}$ 는 $Z_t = \phi Z_{t-1} + e_t$ 의 형태의 종속성에 의해 설명된다. 조건부최소제곱법으로부터 추정된 ϕ 는 0.42187, ϕ 의 표준오차는 0.08395이었다. AR(1)모형이 적합함은 〈표 4-2〉에 의해 주어진 퍼트맨트우 통제량을 통해서도 확인된다. 어느 시차에서도 퍼트맨트우 통제량은 크게 나타나 모형이 적합함을 설명해 주고 있다.

〈표 4-2〉 AR(1) 모형에 대한 퍼트맨트우 통제량

		Autocorrelations													
To	Chi														
Lag	Square	DF	Prob												
6	8.70	5	0.122	0.038	-0.097	0.037	0.056	-0.163	-0.163						
12	12.57	11	0.322	-0.034	-0.118	-0.081	0.075	-0.028	-0.035						
18	17.72	17	0.407	0.093	0.020	0.040	-0.105	0.115	-0.043						
24	22.72	23	0.477	-0.048	-0.003	-0.081	-0.081	0.074	0.112						

여기서 e_t 는 백색잡음이다. 즉 $R_2(t)$ 로부터 근사화 되는 추정된 확률성분 \hat{Z}_1 는

$$\hat{Z}_1 = 0.42187 \hat{Z}_{t-1} + e_t \text{의 식이며}$$

$\hat{Z}_2 = R_2(0)$, $\hat{Z}_1 = 0.4287 \hat{Z}_0$, $t \geq 1$ 일 때 $\hat{Z}_t = 0.42187 \hat{Z}_{t-1}$ 로 근사화된다.

이제 최종적으로 원 기온 Y_t 로부터 추세요인, 순환요인, 종속성으로서 확률요인을 제거한 나머지 잔차 $\{R_3(t)\}$ 는

$$R_3(t) = R_2(t) - \hat{Z}_t \text{이며}$$

$\{R_3(t)\}$ 는 (2-1)로 주어지는 모형에서의 백색잡음에 해당하는 잔차이다. 실제로 $\{R_3(t)\}$ 가 백색잡음인가하는 점은 다음의 〈그림 4-5〉와 〈그림 4-6〉, 〈표 4-3〉을 통해 알 수 있다.

〈그림 4-5〉와 〈4-6〉에서 보면 ACF와 PACF의 값

Lag	Covariance	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0	4.535891	1.00000	:																				
1	0.170615	0.03761	:									*											
2	-0.439543	-0.09690	:								**												
3	0.167564	0.03694	:								*												
4	0.253879	0.05597	:								*												
5	-0.740494	-0.16325	:								***												
6	-0.739606	-0.16306	:								***												
7	-0.154110	-0.03398	:								*												
8	-0.537341	-0.11846	:								**												
9	-0.367023	-0.08092	:								**												
10	0.342503	0.07551	:								*												
11	-0.126862	-0.02797	:								*												
12	-0.156572	-0.03452	:								*												

〈그림 4-5〉 잔차 $R_2(t)$ 에 대한 자기상관함수

Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	0.03761	:									*											
2	-0.09846	:									**											
3	0.04515	:									*											
4	0.04343	:									*											
5	-0.16204	:									***											
6	-0.14576	:									***											
7	-0.05914	:									*											
8	-0.14448	:									***											
9	-0.06546	:									*											
10	0.04662	:									*											
11	-0.09228	:									**											
12	-0.05174	:									*											

〈그림 4-6〉 잔차 $R_2(t)$ 에 대한 부분자기상관함수

들이 모두 표준오차의 2배 범위내에 포함되고 또 어떠한 패턴도 나타나지 않고 있다.

〈표 4-3〉으로부터 $\{R_2(t)\}$ 가 난수성이 있는 백색잡음을 알 수 있다.

〈표 4-3〉 퍼트맨도우 통계량

Autocorrelation Check for White noise											
To	Chi	Autocorrelations									
Lag	Square	DF	Prob	6	8	12	18	24	30	36	42
6	8.71	6	0.190	0.038	-0.097	0.037	0.056	-0.163	-0.163		
12	12.59	12	0.400	-0.034	-0.118	-0.081	0.076	-0.028	-0.035		
18	17.73	18	0.473	0.093	0.021	0.040	-0.105	0.115	-0.043		
24	22.73	24	0.536	-0.048	-0.003	-0.080	-0.080	0.074	0.112		

30년 전체를 통해서 종속성을 조사하면

AR(2)모형이 15회로서 전체의 50%, AR(1)모형이 12회로 40%, AR(3)모형이 3회로 10%로 나타난다. 한편 10년 평균한 경우 60, 70, 80년대 모두 AR(2)모형으로 식별되었다.

〈표 4-4〉를 보면 60년대의 경우가 AR(2)모형과 AR(3)모형이 더 많이 나타남을 알 수 있다. 즉 60년대의 경우 기온 상호간의 종속성의 정도가 70대와 80년대 보다 더 심했고 오래 지속되었음을 보여주고 있

〈표 4-4〉 AR모형 회수

년 도	AR (1)	AR (2)	AR (3)
60년대	2	6	2
70년대	5	5	0
80년대	5	4	1

다.

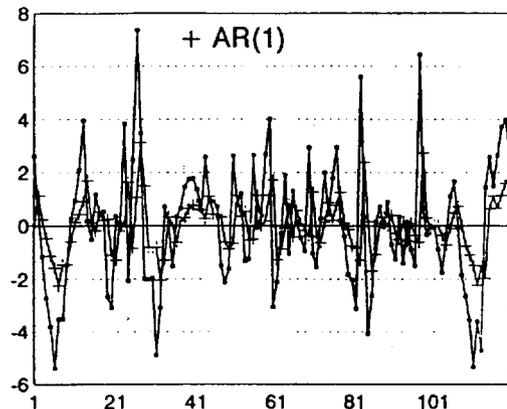
지금까지의 과정을 통해서 제주지역 겨울 최저기온에 대한 확률모형은

$$Y_t = \alpha_2 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \sum_{i=1}^q \left[A(i) I(i) \cos\left(\frac{2\pi}{T_i} t\right) + B(i) J(i) \sin\left(\frac{2\pi}{T_i} t\right) \right] + a_1 Z_{t-1} + a_2 Z_{t-2} + a_3 Z_{t-3} + \epsilon_t \quad (4-1)$$

의 형태이며

Z_t 는 $R_2(t)$ 로 사용될 수 있는 확률변수, ϵ_t 는 백색잡음이다. 모형(4-1)에서 확률성분이 AR(1)이면 $a_2 = a_3 = 0$, AR(2)이면 $a_3 = 0$ 이 된다. 따라서 1987.11~1988.2의 기온의 경우

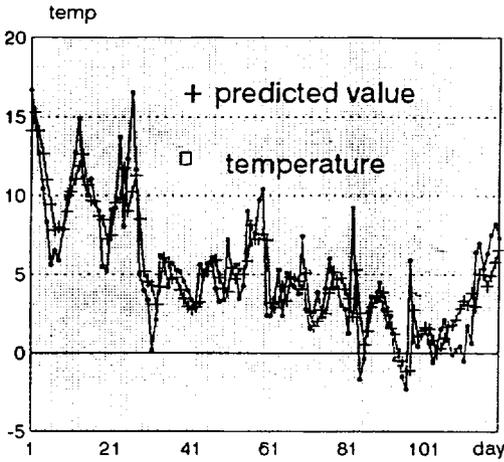
$$\hat{Y}_t = 12.163316 - 0.201775t + 0.001063t^2 + 1.29759 \sin\left(\frac{2\pi}{10.9} t\right) + 0.99879 \cos\left(\frac{2\pi}{60} t\right) + 0.79023 \sin\left(\frac{2\pi}{60} t\right) + 0.57965 \cos\left(\frac{2\pi}{30} t\right) - 1.11531 \sin\left(\frac{2\pi}{30} t\right) + 0.42187 Z_{t-1} \quad (4-2)$$



〈그림 4-7〉 제2잔차 $R_2(t)$ 와 AR(1)모형

로 결정되었다.

<그림 4-7>은 제2잔차 $\{R_2(t)\}$ 와 추정된 AR(1) 모형에 의한 값을, <그림 4-8>은 원 기온 Y_t 와 (4-2)에 의해 예측된 값을 나타낸 것이다.



<그림 4-8> 1987. 11~1988. 2의 기온과 예측값

적 요

제주지역의 경우 동절기의 최저기온에 대한 확률 모형분석결과 매년 이차함수 형태의 추세를 갖고 있으며 1월하순 2월초를 정점으로 하여 점차 완만하게 상승하는 경향이 있음이 30년 전체를 통해 나타나며 순환요인으로서 주기는 매해마다 같은 형태의 주기가 반복 되풀이 되지는 않지만, 제주지역의 경우 대표적인 주기는 30일과 17.1일이었고 60년대 경우는 단주기가 많이 나타나며 70~80년대로 올수록 장주기의 출현을 알 수 있었다.

기온상호간에 내재하는 종속성의 경우 60년대의 경우에 비해 70~80년대로 올수록 AR(1) 모형이 빈번히 나타남을 볼 때 제주지역 국지 기상 특히 기온의 경우 제주도가 위치한 지리적 요건으로서의 요인, 즉 11월부터 다음해 3월까지 불어오는 북서계절풍과 1일 주기의 해륙풍, 대마난류등의 요인과 함께 연구 되는 것이 바람직한 부분으로 여겨지며 동절기의 일일 평균기온에 대한 분석도 앞으로 연구되어야 할 과제이다.

참 고 문 헌

- 김원경(1991). 시계열분석. 경문사.
- 김해경(1992). 엘니뇨현상에 관한 통계적분석. 한국 대기 보전 학회지. vol.127, 35~45.
- 김해경(1992). 대기오염농도에 관한 확률모형. 한국 대기 보전 학회지. vol.17, 127~136.
- 김태수(1989). 서울지역동절기 기온의 확률모형. 연세대대학교 석사학위 논문.
- 중앙기상대(1987). 한국기온자료. Vol.1.
- 중앙기상대(1988). 한국기온자료. Vol.2.
- 중앙기상대(1989). 한국기온자료. Vol.3.
- 최병선(1992). 단변량 시계열 분석 I. 세경사.
- Abraham, B & J.Ledolter(1983). Statistical methods for forecasting. NewYork : Wiley.
- Box, G.E.P. & G.M.Jenkins(1976). Time Series analysis : Forecasting and control(revised edition), San Francisco : Holden-Day