

## RC 균열요소의 횡방향 전단탄성계수 거동 연구

민 창 식  
제주대학교 해양토목공학과

### A Study of Transverse Shear Modulus Behavior for RC Cracking Element

Chang-Shik Min

*Department of Ocean and Civil Engineering, Cheju National University, Cheju 690-756 Korea*

Currently, the design of RC shells is performed based on stresses obtained from a linear elastic analysis and then the reinforcing steel bars are provided according to pointwise limit state behavior. General applicability of this design practice is not yet established for RC shells. Numerical simulations using computers have been quite common in recent years as an alternative to expensive experiments. But the number and the size of the problems that could be studied have been limited due to the computing resources of conventional scalar machines. Introduction of supercomputers has brightened the prospects of solving many problems that could not be solved a few years ago.

An algorithm is developed on a Cray Y-MP supercomputer, which is suitable to implement an inelastic finite element program. In the course of developing the computer program the cracking model produces numerical instabilities in case of the through cracks. It was realized that the assuming zero transverse shear modulus was the reason to develop numerical problems. In this study we show that the transverse shear modulus does not have much physical significance in the real failure mode. Therefore, we used the same unreduced elastic shear modulus before and after cracking. To show the improvement of numerical stabilities a hyperbolic cooling tower was chosen and performed ultimate analyses. Load-deflections curves show that the use of the same unreduced elastic shear modulus for the cracking model improves numerical stability significantly.

Key words : finite element analysis, transverse shear modulus, cooling tower.

## 서 론

현재 철근콘크리트 셸 구조물의 설계시 사용 설계하중에 대한 응력은 탄성 해석에 의해서 구하고, 보강 철근의 설계는 설계하는 부분의 극한 상태에 의거하고 있다(ACI 318-89, 1989). 다른 철근콘크리트 구조물들과는 달리 이러한 설계 방법의 일반적인 적용은 실험 결과의 미비와 실험의 어려움 때문에 아직은 콘크리트 셸 구조물에 대해서는 확연하게 규명되지 못하고 있는 형편이다. 근래에 와서 컴퓨터를 이용하여 유한요소 수치해석으로 셸 구조물의 극한거동 해석을 시도하였으나(Akbar

and Gupta, 1985 ; Hand *et al.* 1973 ; Hu and Schnobrich, 1988 ; Lin and Scordelis, 1975), 컴퓨터 용량의 제한 때문에 많은 연구는 하지 못하고 있었다(Akbar and Gupta 1985). 최근에 들어와 슈퍼컴퓨터의 출현으로 이 제한을 극복하고 더 많은 해석을 시도할 수 있게 되었다.

철근과 콘크리트의 복합재료로 구성되어 있는 철근콘크리트 구조물은 그 거동에 있어서 매우 다양한 비선형 거동을 보여주고 있으며, 여러 요인들 중에서 콘크리트의 인장균열과 철근의 항복이 철근콘크리트 구조물의 극한거동과 강도에 가장 큰 영향을 미친다고 볼 수 있다. 따라서 성공적인 철

근콘크리트 해석용 유한요소의 개발은 콘크리트의 인장균열을 실질적으로 표현할 수 있는나는 것에 좌우된다고 볼 수 있다. 균열 방향이 재하하중의 상태에 따라 회전할 수 있는 분산균열 모델을 (Gupta and Akbar, 1984) 층상 화하여 (Hand et al. 1973; Lin and Scordelis, 1975) 모델이 막과 휨의 복합 거동을 사실적으로 표현할 수 있는 유한요소 컴퓨터 프로그램을 개발하였다 (Min and Gupta, 1992). 분산균열 유한요소를 개발할 때에 수치해석상에 문제를 야기시키는 현상을 발견하고, 이 문제가 횡방향 전단탄성계수에 연관되어 있다는 사실을 발견하였다. 이 균열요소의 횡방향 전단탄성계수 문제를 규명하고 수치해석상의 문제를 해결하기 위한 노력에 대해서 보고하고자 한다. Cray Y-MP 슈퍼컴퓨터를 사용하여 새로운 분산균열 유한요소의 거동을 시험하기 위해서 정적인 바람하중을 (ACI-ASCE 1984) 받는 12×12, 24×18와 36×36 요소 망으로 구성된 쌍곡냉각탑의 해석을 시도하여 그 결과를 비교하였다.

횡방향 전단탄성계수의 역할

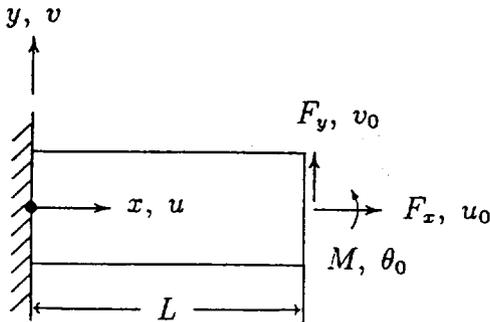


Fig. 1. One-element cantilever beam.

Fig. 1에 보여주는 하나의 요소로 구성된 캔틸레버보를 이용하여 횡방향 전단탄성계수의 역할을 설명할 수 있을 것이다. 이 요소에서 축방향과 연직방향 변위는

$$u = \frac{x}{L}u_0 - \frac{xy}{L}\theta_0, v = \frac{x}{L}v_0 \tag{1}$$

와 같이 주어진다. 변형률-변위의 관계는

$$\{\epsilon\} = [B] \{d\}, \tag{2}$$

로 표현될 수 있으며, 여기에서

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & -\frac{y}{L} \\ 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix},$$

$$\text{그리고 } \{d\} = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ \theta_0 \end{Bmatrix},$$

$r_{xy}$ 는 전단-locking 문제를 없애기 위해서  $x=L/2$ 에서 산정 하였다 (Ahmad et al. 1970; Akbar and Gupta 1985). 힘-응력관계식은 가상일의 원리에 따라

$$\{F\} = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV, \tag{3}$$

가 되며, 여기에서 응력벡터와 힘벡터는

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \{F\} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{Bmatrix},$$

로 표현된다. 응력-변형을 관계식은

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\}, [D] = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix}, \tag{4}$$

가 된다. 따라서, 힘-변위 관계식은

$$\{F\} = [K] \{d\}, \tag{5}$$

로 얻을 수 있다. 여기에서 강성매트릭스,  $[K]$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{GA}{L} & -\frac{GA}{2} \\ 0 & -\frac{GA}{2} & \frac{EI}{L} + \frac{GAL}{4} \end{bmatrix}.$$

위의 강성매트릭스의 적분을 수행하기 위해서,  $dV = dx dA$ , 이고  $dA$ 는 보의 미소 단면적이다. 그러므로,  $\int_A dA = A$ ,  $\int_A y dA = 0$ ,  $\int_A y^2 dA = I$ 이다. 여기에서  $A$ 와  $I$ 는 각각 보의 단면적과 단면2차 모멘트이다. 식 (5)를 미지의 변위들을 구하기 위해서 풀면

$$u_0 = \frac{F_x L}{EA}, v_0 = \frac{F_y L^3}{4EI} + \frac{F_x L}{GA} + \frac{ML^2}{2EI},$$

$$\text{그리고 } \theta_0 = \frac{F_x L^2}{2EI} + \frac{ML}{EI}. \tag{6}$$

변위  $v_0$ 의 첫 번째 항에서 보는 바와 같이  $F_x L^3 / 4EI$ 는 이론적인 변위,  $F_x L^3 / 3EI$ 보다 적은 것을 발견할 수 있다. 그 이유는 등매개변수 요소가 한 요소 내에서 오직 균일한 모멘트 분포만을 표현할 수 있기 때문이며, 이 경우에 있어서 균일한 모멘트는

$F_y L/2$ 이다. 그러므로, 만약에 캔틸레버가 균일한 모멘트( $M_0$ )를 받고 있을 때 변위를 계산해보면  $F_y L^3/4EI$ 이며 ( $v = M_0 L^2/2EI$ 에서  $M_0$ 를  $F_y L/2$ 로 대체하면 된다), 이 값은 앞의 계산에서 구한 값과 동일하게 된다.

두께가 얇은 탄성적인 보나 판형에서 횡방향 전단변형이 무시할 수 있을 정도로 매우 작다는 것을 알고 있다. 예를 들어서  $E = 2000 \text{ t/cm}^2$ ,  $G = 1000 \text{ t/cm}^2$ ,  $L = 10 \text{ m}$ , 폭  $b = 10 \text{ m}$ , 깊이  $h = 1 \text{ m}$ 일 때  $F_y = 10 \text{ t}$ ,  $F_x = 0$ , 그리고  $M = 0$ 의 하중이 재하 되었다면, 연직변위의 휨부분은

$$v_b = \frac{F_y L^3}{4EI} = \frac{(10)(10^3)(100)}{(4)(2,000 \times 100^2)(0.833)} = 0.015 \text{ cm},$$

여기에서  $I = bh^3/12 = 10/12 = 0.833 \text{ m}^4$ 이다. 연직 변위의 전단부분은

$$v_s = \frac{F_y L}{GA} = \frac{(10)(10)(100)}{(1,000 \times 100^2)(10)} = 0.0001 \text{ cm}.$$

이 값은 휨부분의 오직 0.7 %에 해당하는 변위이다.

따라서 콘크리트 유한요소가 균열 후에도 역시 횡방향 전단변형 부분이 휨변형에 비해서 아주 적다는 사실을 알고 있을 뿐만 아니라, 그렇다고 가정했다고 해서 수치해석상에 어떤 예기치 않았던 문제를 야기하지는 않을 것이다. 통계적으로 콘크리트의 연직단면상에 일직선의 균열이 발생하지는 않을 것이다. 오히려 균열은 전체 단면의 걸쳐서 나타나지 않고 두께의 일부분에서 보나 판형의 연직 방향에 경사를 갖는 형태로 나타날 것이다. 그러나 판형-셀 유한요소에서(Min and Gupta, 1992) 경사균열에 대한 고려를 하지 않았으며, 오직 연직균열만이 가능하도록 되어 있다. 만약에 식 (5)에서 횡방향 전단탄성계수를  $G=0$ 로 가정하면 연직변위  $v_0 = \infty$ 이다. 수치해석상에서 강성매트릭스가 Singular 가 되고 따라서 해를 구할 수 없게 된다. 반면에 만약에 어떤 유한한 값으로  $G$ 를 유지시키면 그렇게 큰 오차를 도입하지 않으면서도 해를 어려움 없이 구할 수 있게 된다. 따라서 본 연구에서는 균열전과 균열 후에 동일한 횡방향 전단탄성계수를 사용하였다(Hu and Schnobrich, 1988 ; Min and Gupta, 1992).

### 쌍곡냉각탑의 극한거동 - 전단탄성계수의역할비교

횡방향 전단탄성계수의 역할을 비교하기 위하여 미국 미시시피의 Port Gibson에 1975년에 세워진 쌍곡냉각탑의 설계자료를 사용하였다. 쌍곡탑의 높이는 150 m 이고 목부분에서의 지름은 73 m 이며, 대부분의 셀에 있어서 두께는 20 cm 이다. 본 쌍곡냉각탑에 대한 자세한 제원은 참고자료 9에 나와 있으므로 생략한다. 풍하중은 ACI-ASCE가 (ACI-ASCE, 1985) 제안한 방법으로 계산하였으며, 설계풍속은 100년을 기준으로 하여 지상 9 meter 높이에서 145 km/h를 사용하였다. 유한요소 컴퓨터 프로그램은 본래에 Akbar와 Gupta가(Akbar and Gupta, 1985) 개발한 프로그램을 수정하여 Cray Y-MP 슈퍼컴퓨터를 사용하여 비탄성해석을 수행하였다. 콘크리트의 균열전의 2축거동과 균열 후의 1축거동은 압축과 인장에서 모두 선형탄성으로 가정하였으며, 보강철근은 인장과 압축에서 모두 탄성-완전소성 재료로 가정하였다. 유한요소 모델은 각각 점차적으로 작은 망으로 잘라 12×12, 24×18 그리고 36×36의 3모델을 구성하여, 모델의 요소 수가 많아짐에 따라 (요소의 크기는 작아짐) 모델이 수치해석상에서 더욱더 예민해져서 횡방향 전단탄성계수의 역할이 점차 증대하고 있는 현상을 보이고자 하였다.

Table 1. Material properties

콘크리트	철근
$\sigma_{ck} = 5000 \text{ psi}$	$\sigma_y = 60 \text{ ksi}$
$\sigma_{rn} = 462 \text{ psi}$	$E_s = 4.32 \times 10^9 \text{ lbs/ft}^2$
$E_c = 5.87 \times 10^8 \text{ lbs/ft}^2$	
$\nu = 0.175$	

Table 1에 콘크리트와 철근의 재료의 성질을 보여 주고 있다. 비선형해석은 변위증분 방법에 의해서 수행되었으며, 변위의 증분은 쌍곡냉각탑의 목부분에 재하 하였다. 이 방법은 특히 하중-변위 곡선의 상승부분을 포착할 뿐만 아니라 감소부분도 포착할 수 있기 때문에 특히 극한하중에 접근했을 때 다른 방법보다 수치해석상에서 안정된 해를 구할 수 있다. 균열 후 균열방향에 평행한 전단탄성계수를 영으로 가정한 경우의 3모델의 비탄성 해석의 하중-변위곡선이 Fig. 2에 주어졌다. 12×

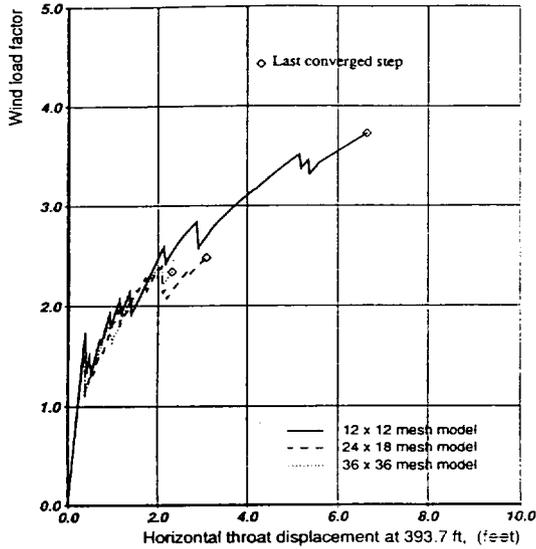


Fig. 2. Load-deflection curves with zero transverse shear modulus after crack.

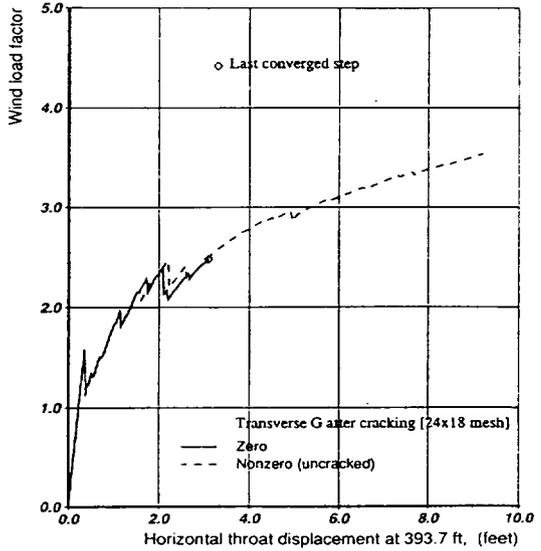


Fig. 4. Load-deflection curves for 23x18 mesh model.

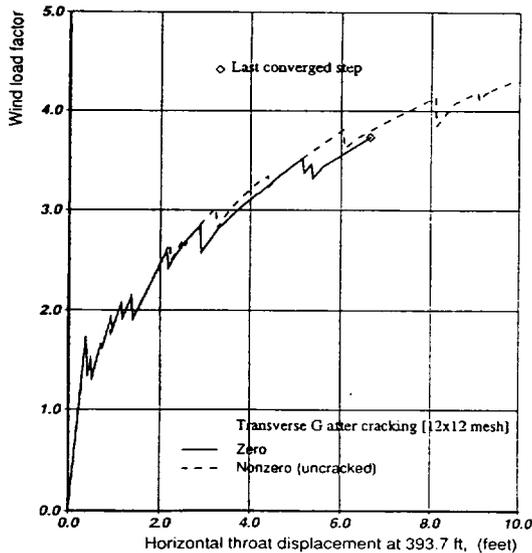


Fig. 3. Load-deflection curves for 12x12 mesh model.

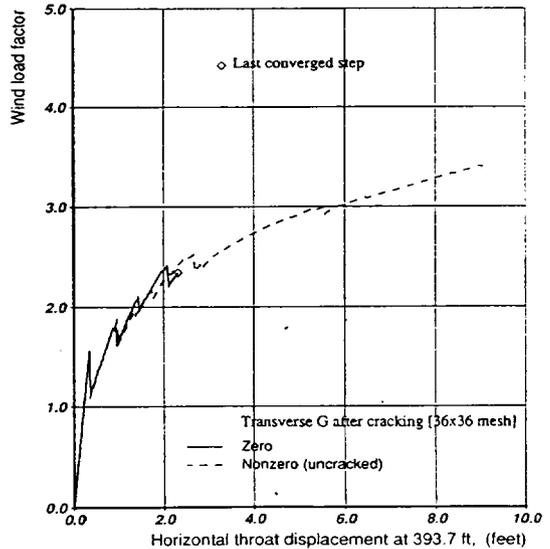


Fig. 5. Load-deflection curves for 36x36 mesh model.

12망의 모델의 곡선에서 마지막 수렴은 목부분 변위가 6.5 ft일 때이었다. 그러나 24x18과 36x36망 모델의 마지막 수렴은 각각 목부분 변위가 3.09 ft와 2.32 ft에 불과할 때 나타났으며, 이 변위가 실제의 쌍곡냉각탑의 극한상태라고 보기에는 너무

작은 양이었다. 이 모델들에서 나타났던 마지막 수렴 결과가 실제의 탑의 거동을 표현한 것이 아니라, 균열 후에 횡방향 전단탄성계수를 0으로 한 수치해석상의 문제라는 것이 관찰되었다. 따라서 앞에서 거론한바와 같이 균열 전과 균열 후에 동일한 횡

방향 전단탄성계수를 사용하였다. Fig. 3-5에 12×12, 24×18, 36×36-3 모델의 비탄성해석의 하중-변위곡선의 각각의 두 해석결과의 비교를 보여주고 있다. 그림에서 실선은 균열 후에 횡방향 전단탄성계수를 0으로 본 경우이고, 점선은 균열 후에도 균열전과 동일한 횡방향 전단탄성계수를 사용한 경우이다. 동일한 횡방향 전단탄성계수를 사용한 경우 그림들에서 보는 바와 같이 어떤 모델에서도 수치해석상에서 인위적으로 계산을 정지시킬 때까지 계속적으로 수렴을 하였으며, 곡선들의 기울기도 상당히 가파랐다. 이러한 곡선의 거동은 셸이 자오선 방향 응력을 계속적으로 원주방향으로 재분배하기 때문일 것이다. 각각의 두 하중-변위곡선을 비교하여 보면 횡방향 전단탄성계수를 0으로 고려한 실선과 균열전과 동일한 횡방향 전단탄성계수를 사용한 경우에 매우 유사한 거동을 보이고 있음을 관찰할 수가 있다. 따라서 앞절에서 하나의 요소로 구성된 캔틸레버 모델에서 규명한 것과 같이 균열 후에 동일한 횡방향 전단탄성계수를 사용하는 것이 셸의 극한거동에는 거의 영향을 미치지 않는 것이 증명되었다.

## 결 론

분산균열 유한요소에서 횡방향 전단탄성계수의 역할을 규명하였다. 콘크리트 유한요소가 균열 후에도 역시 횡방향 전단변형 부분이 휨변형에 비해서 아주 적으므로, 수치해석상에서 강성매트릭스가 Singular가 되지 않도록 균열 전과 균열 후에 동일한 횡방향 전단탄성계수를 사용하였다. 횡방향 전단탄성계수의 역할을 비교하기 위하여 쌍곡 냉각탑을 점차적으로 작게 잘라 3 모델을 구성하여 극한거동을 해석하였다. 균열 전과 균열 후에 동일한 횡방향 전단탄성계수를 사용한 결과 수치해석상의 불안정성을 더 이상 보이지 않고, 모든 모델에서 인위적으로 계산을 정지시킬 때까지 계속적으로 수렴을 하였다. 균열요소에서 수치해석상에 안정될 수 있는 임의의 유한한 값의  $G$ 를 유지하면 되므로, 해석 시에  $G$ 의 값을 변화시켜서 최적의  $G$ 값을 결정할 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

ACI 318-89. 1989. Building Code Requirements

- for Reinforced Concrete(ACI 318~89). American Concrete Institute, Box 19150, Redford Station Detroit, Michigan 48219.
- ACI-ASCE. 1984. "Reinforced Concrete Cooling Tower Shells-Practice and Commentary." ACI Journal, November-December. ACI-ASCE Committee 334, Title NO. 81~52.
- Ahmad S., Irons, B. M. and O. Z. Zienkiew, and Zienkiewicz, O.C. 1970. "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements." *Int. J. for Numer. Meth. in Eng.*, Vol. 2, p.419~451.
- Akbar, H., and Gupta, A. K. 1985. "Membrane Reinforcement in Concrete Shells : Design Versus Nonlinear Behavior." North Carolina State University, Raleigh, North Carolina 27695-7908, January. Reinforced Concrete Shell Research Report.
- Gupta, A. K., and Akbar, H. 1984. "Cracking in Reinforced Concrete Analysis." *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 110 (8), 1735~1746.
- Hand, F. R., Pecknold, D. A., and Schnobrich, W. C. 1973. "Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells." *J. Struct. Div.*, 99(7), 1491~1505.
- Hu, H. T, and Schnobrich, W. C. 1988. "Nonlinear Analysis of Plane Stress State Reinforced Concrete Under Short Term Monotonic Loading." Technical report, University of Illinois, Urbana, Illinois 61801, April 1988.
- Lin, C. S., and Scordelis, A. C. 1975. "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form." *J. Struct. Div.*, 101(3), 523~538.
- Min, C. S. and Gupta, A. K. 1992. "A Study of Inelastic Behavior of Reinforced Concrete Shells Using Supercomputers." Technical report, Department of Civil Engrg., North Carolina State Univ., Raleigh, North Carolina 27695-7908, March. Reinforced Concrete Shell Research Report.