

전기임피던스 토모그래피의 역변환 문제에 대한 연구

- 노드 저항값에 근거한 유한요소법과 영상복원 -

조 경 호*

A Study on EIT Inverse Problem

- FEM by Node-based Resistivity and Impedance Imaging

Kyung-Ho Cho*

ABSTRACT

In this study, the assumption that the resistivity is constant within an element in the traditional EIT's FEM inverse solver is reviewed in detail. The review results show that this assumption may cause the incorrect calculations of the Jacobian and Hessian matrices in the EIT inverse process. As an alternate, a new formulation in which the resistivity distribution is assumed to be linearly interpolated with the nodes' resistivities so that the C^0 continuity is preserved throughout the entire domain is proposed. The validity and performance of the proposed method has been tested and compared with the traditional method.

Key words : C^0 continuity, inverse problem, Jacobian, Hessian, EIT(electrical impedance tomography), image reconstruction, ill-posedness

1. 서 론

최근의 여러 연구에서 EIT(Electrical Impedance Tomography) 기술을 2상유동 혹은 다상유동의 유동 메카니즘을 규명하는데 응용하고자 하는 노력이 나타나고 있다¹⁻⁴⁾. 그러나, 아직까지는 몇가지 면에서 EIT 기술의 문제점이 해결되지 않고 있어 이러한 응용에 대한 연구가 크게 가시적인 성과를 보이지 못하고 있다. 현재까지 알려진 EIT 기술의 가장 큰 문제점은 측정 데이터를 실용화에 필요한 분해능으로 영

상복원하지 못하고 있는 데 있다. EIT 영상복원의 분해능 향상에 가장 큰 걸림돌은 이 문제가 갖는 고유한 특징인 '역변환 문제(inverse problem)'의 난해성에 주로 기인한다. EIT 영상복원 과정은 사실 수학적으로는 매우 비선형적(non-linear)이고 부정치성(ill-posedness)이 큰 역변환 문제로 분류되어 연구되고 있다^{5,6)}.

EIT 역변환 문제를 해결하는 방법론은 크게 나누어 1) 비선형성을 완화하기 위한 여러 가지의 가정을 도입하여 문제를 크게 단순화(혹은 선형화)하여 문제의 근사해를 구하고자 하는 방법과, 2) 비선형성에 가능한 충실하게 접근하여 문제의 정확한 해를 얻고자 하는 방법으로 분류할 수 있다. 전자의 방법으로

* 제주대학교 기계에너지생산공학부, 산업기술연구소
Faculty of Mechanical, Energy and Production Eng., Res.
Insti. Ind. Tech., Cheju Nat'l Univ.

는 문제가 상당히 단순화되어 얻어지는 결과 또한 실제의 해와 오차가 크게 마련이다. 그러나, 빠른 처리시간으로 문제의 정성적 성향(qualitative trend)을 파악할 수 있다는 장점이 있어 현재 일부 분야에서 그 응용이 가시화되고 있다.

후자의 방법론은 보다 이론적인 접근법으로서 문제의 정량적 분석(quantitative analysis)이 가능한 수준으로 정확한 해를 얻고자 하는 방법들이지만, 알고리즘도 복잡하고 처리시간, 복원된 영상의 분해능 등에서 아직은 실용화에 필요한 수준에 이르지 못하고 있다. EIT 역변환 문제에 대해서는 사실 수학적으로는 'straight forward' 한 해결책이 존재하지 않는 것으로 알려져 있다. 이에 따라 주로 여러 종류의 반복 연산 처리 과정으로 문제의 해를 구하고자 한다. 이러한 방법에서 가장 이론적인 근거가 확실한 것으로 알려진 방법이 위스콘신 대학에서 제안된 Newton-Raphson (NR) 계열의 반복법⁷⁾이다.

본 연구에서는 기존의 NR 계열의 반복법에서 사용되는 유한요소법(finite element method)에서 간과되었던 문제점을 재조명하고 새로운 대안을 제안하고자 한다. 즉, 기존의 NR 반복법에서 사용되는 유한요소법에서는 미소요소의 저항값을 미소요소 속에서는 일정하다고 가정하고 있다^{6,7)}. 사실 공학의 여러 분야에서 이미 유한요소법이 성공적으로 사용되어 왔고, 그러한 유한요소법의 응용에서는 미소요소의 크기가 작아질수록 위와 같은 가정은 합당한 것으로 인식되어 왔다. 이러한 가정에 근거한 유한요소법이 그동안 타 분야에서 보여준 괄목할 성과에 연유하여 볼 때, NR계열 유한요소법에서의 위와 같은 가정은 아직까지도 동 분야에서는 논란의 여지가 없이 매우 타당한 접근법으로 받아들여져 왔다.

그러나, 본 연구에서는 이러한 가정, 즉, 미소요소에서의 저항값을 일정하다고 하는 가정은 EIT 역변환 문제의 수렴성에 매우 심각한 부작용을 유발하고 이점이 그동안 EIT 역변환 문제의 ill-condition 현상과 어울어져 영상복원의 수렴성을 크게 훼손하는 주요 원인의 하나가 될 수 있다는 점과, 이에 따른 대안으로서 미소요소에서의 저항값을 연속함수로 가정하여야 함을 확인하였다.

앞으로 기술되는 본 연구의 내용은 다음과 같다.

제 2 절에서는 기존 NR 계열의 반복법의 개요와 문제점에 대하여 기술하고, 제 3 절에서는 본 연구에서 제안하는 방법에 대한 상세한 기술과, 제 4 절에선 제안된 방법의 작동성능이 기존의 것과 비교분석되었고, 제 5 절에서 본 연구의 결론이 기술되었다.

II. 기존 NR 반복법의 개요와 문제점

측정 대상물의 저항분포(resistivity distribution)가 $\rho(x, y)$ 로 알려져 있고, 주입전류(injection current)가 I_0 이면, 내부 전류원(inside current source)이 없는 물체에 야기되는 전압분포(voltage distribution) $V(x, y)$ 는 다음과 같은 Laplace 방정식의 해로서 주어진 경계조건(boundary conditions)에 따라서 일의적으로 결정된다.

$$\nabla \cdot \frac{1}{\rho} \nabla V = 0, \quad \text{on } D \quad (1)$$

$$V = V_0, \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial n} = I_0, \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (3)$$

이와는 반대로 EIT 영상복원 - 보다 정확히는 $\rho(x, y)$ 를 구하는 일이기 때문에 통상 impedance imaging이라고도 일컬어짐 - 작업은 적절히 설계된 I_0 를 주입하고 경계에서만 측정된 경계전압 $V_c^0(x, y)$ 를 바탕으로 미지의 저항분포 $\rho(x, y)$ 를 재구성하고자 하는 일이다. 이를 위한 대표적인 방법인 NR법에서는 $\rho(x, y)$ 의 초기치를 가정하여 식 (1) ~ (3)을 유한요소법으로 풀어 경계전압 계산치 $V_c^0(x, y)$ 를 구한다. 계산치와 측정전압과의 오차를 $e(x, y) (= V_c^0(x, y) - V_o^0(x, y))$ 라 하면 NR에서는 수렴조건이 만족될 때까지 최소오차자승법(least-squared-error)으로 이들 오차를 최소화하는 방향으로 해 $\rho(x, y)$ 를 반복적으로 개선한다^{6,7)}.

그러나, 기존의 EIT용 NR계열의 반복법에서 사용되는 유한요소법에서는 '미소요소에서의 저항값은 일정하다' 고 가정하고 있다. 이러한 가정은 유한요소법

이 개발된 이래로 여러 공학분야에서 그 편의성과 타당성이 익히 입증되어 왔던 것으로서, EIT 분야의 역변환 문제 해결을 위한 반복적 수치해석의 일환으로 유한요소법이 도입되면서 위와 같은 가정이 자연스럽게 EIT용 유한요소법 코드에 도입되었고, 아직까지도 동 분야에서는 논란의 여지가 없이 매우 타당한 접근법으로 받아들여져 왔다. 그러나, 다음에서 보는 바와 같이 요소 내에서의 저항값을 일정하게 가정하는 것은 다음과 같은 문제점을 야기함을 알 수 있다.

$$\nabla \frac{1}{\rho} \cdot \nabla V + \nabla^2 V = 0 \quad (4)$$

식 (4)는 식 (1)을 다르게 표현한 것으로서 첫 번째의 항은 전산유체역학(computational fluid dynamics) 분야에서 나타나는 'false diffusion' 항과 유사한 수치해석적 특성을 야기하는 항이다. 실제로, NR 계열의 반복법에서는 해의 갱신 방향을 추정하기 위하여 시스템의 응답특성을 알아야 하고, 이를 위하여 시스템의 Jacobian과 Hessian을 계산하여 사용하고 있다. 즉, 식 (4)에서와 같이 $1/\rho(x, y)$ 항에 대한 gradient 값의 계산은 필요로 한다. 그러나, $\rho(x, y)$ 이 유한요소 내에서 일정하다고 할 경우 $1/\rho(x, y)$ 항에 대한 gradient 계산은 다음과 같다.

$$\nabla \frac{1}{\rho} = \begin{cases} 0 & : \text{within element} \\ \pm \infty & : \text{at element boundary} \end{cases} \quad (5)$$

식 (5)에서 보는 바와 같이 미소요소에서의 저항 값이 일정하다고 가정할 경우에는 요소의 경계에서는 $\rho(x, y)$ 의 변화율은 정의되지 않음을 알 수 있다.

III. 노드 저항값에 근거한 EIT용 Inverse Solver

본 연구에서는 저항분포를 전체 영역에 대하여 연속함수로 근사하는 가장 간단한 방법으로서, 1) 전체 영역을 삼각형 요소로 분할하고, 2) 각 삼각형 요소에서의 저항분포는 해당 요소의 세 노드에서의 저항값의 선형보간(linear interpolation)으로 표현하는 방법을 사용하였다. 즉,

$$\frac{1}{\rho(x, y)} = \sigma(x, y) \approx \sum \varphi_n(x, y) \sigma_n, \quad \sigma_n = \frac{1}{\rho_n}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

여기서, $\varphi_n(x, y)$ 은 선형 기저함수(linear basis function)이고, $\rho_n = \rho(x_n, y_n)$ 은 노드 n 에서의 저항값이다. 이제, 오차(residual) 함수 R 을 다음과 같이 정의한다.

$$R = \nabla \cdot \sigma \nabla v, \quad \text{on } D \quad (7)$$

여기서, σ, v 는 각각 $1/\rho, V$ 의 근사해이다. Galerkin 법에 의하면 기저함수 φ_n 와 위의 오차함수 R 은 다음의 직교성질(functional orthogonality)을 만족하여야 한다.

$$\langle \varphi_n, R \rangle \equiv \langle \varphi_n, \nabla(\sigma \nabla v) \rangle = 0 \quad (8)$$

이식을 다시 쓰면,

$$\int_D \{ \varphi_n \}^T \nabla(\sigma \nabla v) dD = 0 \quad (9a)$$

$$\int_{\Gamma} \{ \varphi_n \}^T (\sigma \nabla v) \eta d\Gamma - \int_D \{ \nabla \varphi_n \}^T \sigma \nabla v dD = 0 \quad (9b)$$

여기서, η 는 경계에 수직한 방향의 단위벡터이다. 기저함수 φ_n 은 경계 Γ 에서는 0(zero)이기 때문에 위의 첫째 항은 0이 되어 식 (9b)는 다음과 같이 된다.

$$\int_D \{ \nabla \varphi_n \}^T \sigma \nabla v dD = 0 \quad (9c)$$

이론적으로는 식 (9a)로부터 식 (9b)를 얻기 위해서는 부분적분(integration by parts) 과정을 거쳐야 한다. 부분적분을 수행하기 위해서는 모든 피적분 함수는 적분영역에서 연속이어야 한다⁸⁾. 그러나, 요소에서의 저항값을 일정하게 가정하는 경우는 저항분포가 전체 적분영역에 대하여 연속이 되지 않는다. 따라서, 이러한 경우의 부분적분 수행결과 (9b)는 정확성이 결여(incorrect)되어 있다. 물론, mixed/hybrid 형의 유한요소법처럼 이러한 조건이 만족되지 않아도 되는 유한요소법도 있다⁹⁾. 그러나, 일반적으로는 영

역내에서의 불연속 현상은 가능한 한 피하는 것이 유한요소법의 결과가 부적절하게 되는 것을 방지하는데 큰 도움이 된다⁹⁾.

전체 영역에 대한 식 (9c)의 적분은 각 요소영역에서의 적분의 합으로 표현할 수 있으므로,

$$\sum \int_{D_e} \{\nabla \varphi_n\}^T \sigma \nabla v \, dD_e = 0 \quad (10)$$

이제 근사해 v 를 다음과 같이 기저함수 φ_n 을 이용하여 노드 (x_n, y_n) 에서의 값 $v_n (= v(x_n, y_n))$ 으로 선형보간하여 표현하면,

$$v = \sum \varphi_n(x, y) v_n \quad (11)$$

식 (11)를 이용하여 식 (9c)의 요소별 적분항을 다시 쓰면,

$$\int_{D_e} B_e^T \sigma B_e \{v_n\} \, dD_e = 0 \quad (12)$$

여기서,

$$\begin{aligned} B_e &= \{\nabla \varphi_n\} = \{\nabla \varphi_1, \nabla \varphi_2, \nabla \varphi_3\} \\ &= \frac{1}{2S_e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

이고, $|S_e|$ 는 미소요소 e 의 면적이고, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 들은 e 의 노드별 좌표값들이다. 식 (13)에서 보는 바와 같이 요소 내에서 선형 기저함수의 변화율은 노드 좌표값으로 표현되는 상수가 됨을 알 수 있다¹⁰⁾. 따라서, 식 (12)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\int_{D_e} \sigma \, dD_e \, B_e^T B_e \{v_e\} = 0 \quad (14)$$

따라서, 요소행렬(element matrix) $[y_{ij}^e]$ 는

$$[y_{ij}^e] = \int_{D_e} \sigma \, dD_e \, B_e^T B_e \quad (15)$$

가 된다. 식 (6)에서처럼 σ 를 선형함수로 가정할 경우 식 (15)의 적분은 세 개의 노드에서의 σ 값

$(\sigma_{1e}, \sigma_{2e}, \sigma_{3e})$ 들의 평균과 요소면적 S_e 의 곱으로 표현할 수 있다. 따라서, 이 때의 요소행렬은 다음과 같이 된다.

$$y_{ij}^e = \frac{1}{3} (\sigma_{1e} + \sigma_{2e} + \sigma_{3e}) S_e B_e^T B_e \quad (15a)$$

만일, 기존의 NR 계열의 반복법처럼 요소 내에서의 저항값을 일정하다고 가정할 경우는 위의 식 (15a) 대신에

$$y_{ij}^e = \sigma_e S_e B_e^T B_e \quad (15b)$$

을 사용해야 한다.

식 (14)로 표현되는 모든 요소에 대한 방정식을 전부 조합(assembly)하여 전체 시스템에 대한 연립방정식을 구성한 것을

$$[Y]\{v\} = \{b\} \quad (16)$$

라 하면, 전체 행렬 Y_{ij} 는 요소행렬 y_{ij}^e 들의 조합으로 구성되고, 식 (16)의 해 v 가 식 (1)의 근사해이다.

이상의 이산화과정(discretization process)은 식 (1)의 해를 구할 때에는 적절한 방법 같지만, 역변환 문제를 풀고자 할 때에는 심각한 문제를 야기하는 것으로 나타난다. 즉, NR 반복법에서 저항분포 $\rho_e, e=1, 2, \dots, N$ 의 개선 방향 $\Delta\rho$ 는 다음과 같이 계산되어야 한다.

$$\Delta\rho = -H^{-1} J^T E \quad (17)$$

이를 위해서는 ρ_e 의 미소변화에 대한 시스템의 반응을 알아야 한다. 즉, 다음과 같이 정의되는 시스템의 Jacobian과 Hessian의 계산을 필요로 한다. 즉,

$$J \equiv \frac{\partial Y_{ij}}{\partial \rho_e} \text{ or } \frac{\partial Y_{ij}}{\partial \rho_n} \quad (18a)$$

$$H \approx J^T J \quad (18b)$$

$$E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\} \quad (18c)$$

$$e_i = V_i^e - V_i^f \quad (18d)$$

$$V_i^e = Tvec(v) \quad (18e)$$

이다. 함수 $Tvec()$ 는 현재의 저항분포에 대하여 식 (16)를 만족하는 노드별 전압분포의 계산치 v 로부터 경계노드에서의 전압분포 계산치 V_i^e 를 추출하는 매핑함수이다.

$$\rho^{k+1} = \rho^k + \Delta\rho, \quad \rho = \rho_e \text{ or } \rho_n \quad (19)$$

$|\Delta\rho| < \epsilon$ 을 만족하면 ρ^k 가 수렴된 해이고, 그렇지 않으면 식 (19)로 저항분포를 갱신하여 식 (16)~(19)의 과정을 수렴조건이 만족될 때까지 반복한다.

이제 역변환 문제에서 필요로 하는 식 (18a)의 계산과정을 기존 방법과 본 연구의 방법에 대해서 좀더 상세히 검토하면 다음과 같다.

대표적인 EIT 연구그룹인 위스콘신 대학에서 개발된 iNR (improved Newton Raphson) 법에서 사용하고 있는 방법^{6,7)}의 핵심은 요소 속에서는 일정 값을 갖는 것으로 가정된 요소별 저항값에 근거하여 역변환 문제를 풀고자 하는 데 있다. 즉, 역변환 문제에서 구하고자 하는 것은 요소별 저항분포 $\rho_e, e=1,2,\dots,E$ 이다. 이 경우에는 식 (15b), (18a)로부터

$$\frac{\partial y_{ij}^e}{\partial \rho_e} = \frac{-1}{\rho_e^2} S_e [B_e^T B_e] \quad (20)$$

$$J \equiv \frac{\partial Y_{ij}}{\partial \rho_e} \equiv ASSM_e \left(\frac{\partial y_{ij}^e}{\partial \rho_e} \right) \quad (21)$$

여기서, $ASSM_e()$ 는 요소행렬의 변화율을 모든 요소에 대하여 assembling하는 함수이다.

본 연구에서는 iNR과는 다르게 요소 내에서의 저항분포를 해당 요소의 노드에서의 저항 값들의 선형 보간으로 표현하는 방법을 사용하고, 역변환 문제에서 구하고자 하는 것은 노드별 저항분포 $\rho_n, n=1,2,\dots,N$ 이다. 이 경우에는 식 (15a), (18a)로부터

$$\frac{\partial y_{ij}^{en}}{\partial \rho_n} = \frac{1}{3} \frac{-1}{\rho_n^2} S_{en} [B_{en}^T B_{en}] \quad (20a)$$

$$J \equiv \frac{\partial Y_{ij}}{\partial \rho_n} \equiv ASSM_n \left(ASSM_{en} \left(\frac{\partial y_{ij}^{en}}{\partial \rho_n} \right) \right) \quad (21a)$$

여기서 y_{ij}^{en} 는 노드 n 에 연결된 임의의 요소 en 의 요소행렬이다. 또한, $ASSM_{en}()$ 은 노드 n 에 연결된 모든 요소 en 에 대하여 요소행렬의 변화율을 조합하는 함수이고, $ASSM_n()$ 는 $ASSM_{en}()$ 의 작업을 모든 노드에 대하여 수행하는 함수이다.

식 (20), (21)과 식 (20a), (21a)를 비교하여 보면, 기존의 EIT 역변환 방법에서 요소별 저항을 일정하게 가정하는 것이 요소별 적분항의 변화량만을 고려하기 때문에 식 (21a)에 비하여 Jacobian을 매우 간단히 계산하고 있음을 알 수 있다. 그러나, 다음의 전산실험에서의 비교결과는 식 (21)의 계산보다는 식 (21a)에 의한 Jacobian의 계산이 보다 정확하다는 것을 암시하고 있다.

IV. 전산실험 및 토의

앞에서 본 바와 같이 노드 저항값에 근거한 유한요소법은 요소 저항값에 근거한 방법보다 사실 구현이 까다롭다. 그러나, 이 방법에 의거하여 유한요소법 코드를 좀더 정확히 작성하여 기존의 요소 저항값에 근거한 방법^{6,7)}과 비교한 결과 다음과 같은 비교우위의 특징을 확인하였다.

Fig. 3에서는 요소 속에서의 저항값은 일정하다고 가정하고 있는 데 반하여 (이 경우 일반적으로는 전

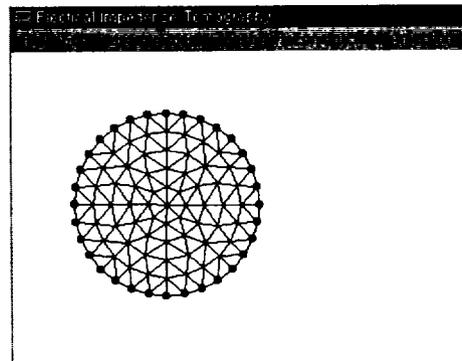


Fig. 1 Small mesh

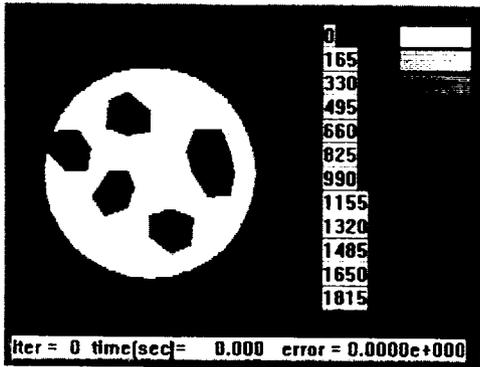


Fig. 2 True image



Fig. 4 Image by this study

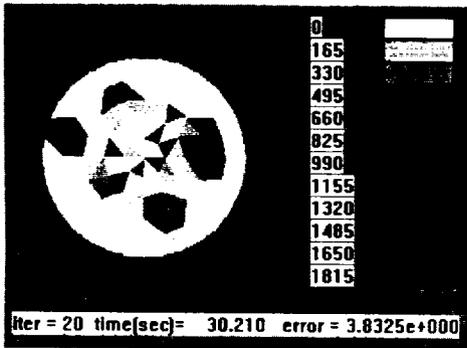


Fig. 3 Image by iNR

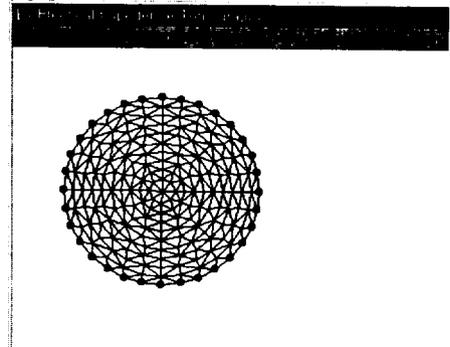


Fig. 5 Large mesh

체 영역에 대한 저항분포의 C^0 연속은 보장되지 않음). Fig. 4에서는 요소 내에서의 저항은 요소의 세계 노드의 저항값의 선형보간으로 표현하고 각 요소 사이에는 C^0 연속이 보장되도록 가정한 경우의 영상 복원 결과들이다. Fig. 3의 결과는 기존의 방법으로 EIT 영상복원을 할 경우에 나타나는 대표적인 문제점을 보여준다. 즉, 복원영상에는 국부적으로 매우 큰 오차가 존재하고 복원영상의 수렴성도 극히 나쁘다. 이러한 현상은 저항분포의 C^0 연속성이 전체 영역에 대하여 보장되지 않아 역변환 과정에서의 Jacobian, Hessian 계산이 부정확했기 때문으로 사료된다. Fig. 4는 본 연구에서 제안된 방법으로서 Fig. 3과 비교하여 보면 C^0 연속이 보장되는 노드별 저항값에 근거한 유한요소법이 역변환 과정의 수렴성을 증진시켜서 복원영상의 질을 정성적(qualitatively)으로 크게 개선시키고 있음을 알 수 있다.

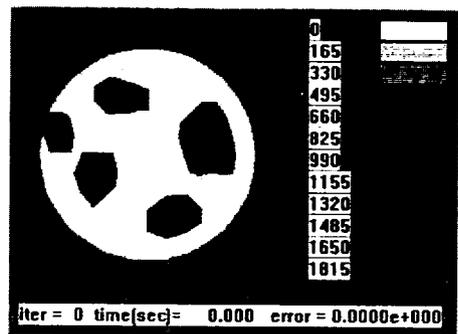


Fig. 6 True image

Fig. 7, 8은 Fig. 6을 Fig. 5과 같이 요소 수가 많은 상태에서 복원한 결과이다. 복원영상의 분해능, 즉 요소 수를 증가시키면 EIT 역변환 과정은 무척 어려워짐을 보인다. 이는 시스템의 자유도(요소수) 증가와 더불어 역변환 과정의 부정치성이 더욱 심화되기 때

문으로 사료된다. 그러나, 이러한 상황에서도 Fig. 7, 8의 상대적인 비교에서 본 연구에서 제안하고 있는 방법이 기존의 방법보다 복원영상의 질을 크게 개선시키고 있음을 알 수 있다.

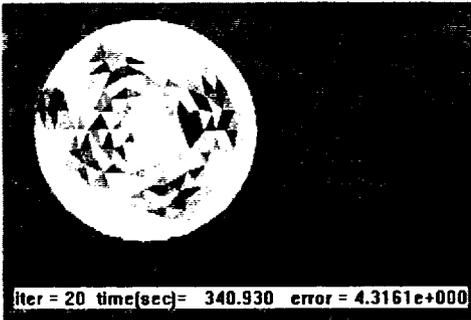


Fig. 7 Image by iNR

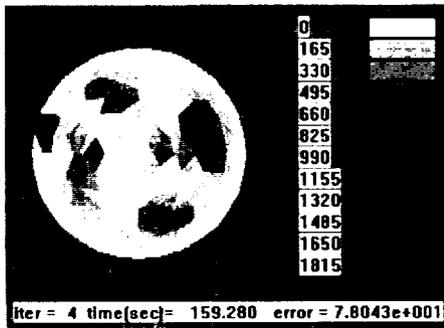


Fig. 8 Image by this study

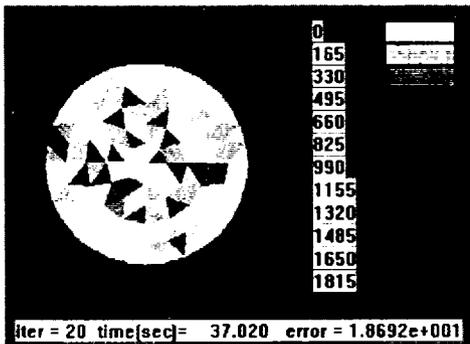


Fig. 9 iNR image at small mesh

Fig. 9, 10은 'inverse crime' 회피 및 유한요소 모델

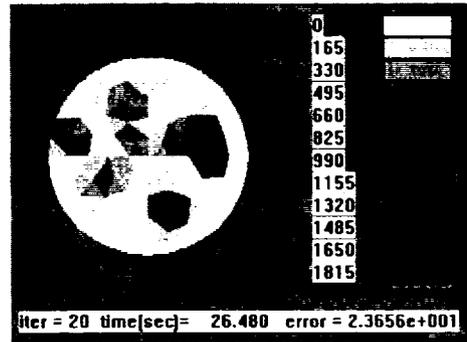


Fig. 10 By this study

링 오차가 존재할 경우의 영상복원 정도를 가늠하기 위하여, Fig. 6의 영상을 Fig. 1의 작은 요소모델(low resolution)에서 복원한 결과들이다. Fig. 3, 7, 9에서 보는 바와 같이 iNR 복원영상에서는 인접 요소 사이의 복원(계산된) 저항값에 편차가 매우 크게 나타나 마치 영상에 노이즈가 많은 것처럼 보임에 반하여, 본 연구에서 제안된 새로운 복원방법(Fig. 4, 8, 10)에서는 역변환 계산과정이 상당히 안정화되어 복원된 저항값에 편차가 상당히 작게 나타나고 있음을 알 수 있다.

V. 결론 및 향후 과제

기존의 EIT용 NR제열의 반복법에서 사용되는 유한요소법에서는 '미소요소에서의 저항값은 일정하다'고 가정하고 있다. 이 경우 요소의 경계에서는 저항값의 변화율은 정의되지 않는다. 그러나, 기존의 방법에서는 이러한 가정 때문에 저항값의 미소 변화에 대한 시스템의 반응도, 예컨대, Jacobian이나 Hessian 행렬이 부정확하게 계산될 수도 있다는 점이 간과되었다. 본 연구에서는 이러한 문제의 가능성을 검토하였고, 제기된 문제점을 해결하기 위하여 전체 영역에 대하여 C^0 연속성이 보장되는 노드별 저항값에 근거한 유한요소법을 제안하여 그 작동성능을 기존의 방법과 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 기존의 방법에서의 저항분포에 대한 가정은 일견 매우 당연한 접근법으로 받아들여졌었으나 역변환 과정에서의 Jacobian 및 Hessian 계산을 부정확하

게 하는 문제점이 있음을 확인하였다.

- 저항분포에 대한 C^0 연속성 보장은 기존 방법 보다 Jacobian 및 Hessian 계산을 정확하게 할 수 있게 하고, 결과적으로는 EIT 역변환 과정의 부정치성 (ill-posedness)도 기존 방법에 비하여 크게 개선시킬 수 있게 한다.
- 연산시간 면에서는 일회의 반복연산에 소요되는 연산시간은 크게 차이가 없지만, 본 연구에서 제안된 방법으로는 전체적으로 역변환과정의 수렴성이 개선되기 때문에 일정수준의 해에 도달하는 데 필요로 하는 총 반복연산 횟수는 상대적으로 작아진다.

본 연구에서 검토·제안된 저항분포에 대한 C^0 연속성 보장을 바탕으로 하는 EIT 역변환 문제는 다음과 같은 후속 연구의 가능성을 제시하고 있다. 즉, 저항분포에 대한 C^0 연속성이 보장되면 기존의 iNR보다 저항분포가 훨씬 부드럽게 안정적으로 계산된다. 이는 다음과 같은 가능성을 시사한다 - iNR에서는 저항값이 들쭉날쭉하게 계산되기 때문에 영상복원 시간의 단축을 위해서 개발된 요소 그룹핑법¹¹⁻¹³⁾의 적용이 어려웠던 반면에, 저항분포가 보다 안정적으로 계산되면 인접요소간의 저항값의 차이가 iNR에서처럼 급격하지 않게 계산된다. 이러한 저항분포에 대한 그룹핑 방법의 적용은 기존의 방법보다 훨씬 효과적인 EIT 영상복원 결과를 보일 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- 1) Reinecke N., Petritsch G., Schmitz D. and Mewes D., 1998. Tomographic Measurement Techniques - Visualization of Multiphase Flows. *Chemical Engineering Technology*, Vol.21, No.1, pp.7-18.
- 2) Ovacik L., Lin J. T. and Jones O. C., 1997. Progress in Electrical Impedance Imaging of Binary Media. '97 *OECD/CSNI MTG on Advanced Instrumentation*
- 3) Reinecke N. and Mewes D., 1997. Investigation of the two-phase flow in trickle-bed reactors using capacitance tomography. *Chemical Engineering Science*, Vol.52, No.13, pp.2111-2127.
- 4) Savolainen T., Kaipio J. P. and Karjalainen P. A., 1996. An electrical impedance tomography measurement system for experimental use. *Reviews on Science and Instrumentations*, Vol. 67, No.10, pp.3605-3609.
- 5) Isaacson D., 1986. Distinguishability of conductivities by electric current computed tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, MI-5, 91-5.
- 6) Woo E. J., 1990. *Finite element method and reconstruction algorithms in electrical impedance tomography*. PhD Thesis, Dept. of Electrical and Computer Eng., Univ. Wisconsin
- 7) Webster J. G. (ed), 1990. *Electrical Impedance Tomography*. Bristol, Adam Hilger
- 8) Kikuchi N., 1986. *Finite Element Methods in Mechanics*. Cambridge University Press
- 9) Zienkiewicz O. C. and Morgan K., 1983. *Finite Elements and Application*. John Wiley & sons, Inc.
- 10) Vichnevetsky R., 1981. *Computer Methods for Partial Differential Equations*, Volume 1, Prentice-hall, Inc.
- 11) Cho K. H., Woo E. J., and Ko S. T., Fast Static Image Reconstruction Using Adaptive Mesh Grouping Method in EIT. *19th Annual Conference of the IEEE Engineering in Medicine & Biology Society*, Oct. 30-Nov. 2, 1997, Chicago
- 12) Cho K. H. and Kim S., 1999. Adaptive Mesh Grouping in Electrical Impedance Tomography for Bubble Visualization. *KSME International Journal*, Vol.13, No.6, pp.504-515.
- 13) Cho K. H., Kim S. and Lee Y., 1999. A Fast EIT image reconstruction method for the two-phase flow visualization. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.26, No.5, pp.637-646.