

상대성이론에서 질량에 대한 고찰

Discussion on Mass in Special Theory of Relativity

강 동 식* · 박 규 은**

Kang, Dong-Shik · Park, Kyu-Eun

요 약

질량은 속도에 따라 변하는 양이 아니라 물체의 고유특성으로서 속도에 무관하다. 에너지와 질량의 등가성으로부터 물체가 에너지를 받으면 질량은 달라진다. 하지만 이 경우 에너지를 공급해 준 결과 속도(운동에너지)가 증가됐고, 따라서 질량증가는 속도증가에 의한 것이라고 결론 내려져서는 안된다.

Abstract

A mass is not a quantity which is changed with a velocity, but a proper property independent of the velocity. From the equivalence of energy and mass, one knows that mass is changed with energy. One, however, must not conclude that as a result of the supply of energy the velocity increases and the increase of mass, therefore, is due to the higher velocity

* 제주대학교 사범대학 과학교육과

** 제주대학교 사범대학 과학교육과

I. 서 론

물리량으로서의 질량은 기본량으로 물리학에서 중요한 위치를 점하고 있다. 뉴턴 역학에서는 관성개념으로서 힘과 가속도의 비(ratio)로 정의된다.

물체의 질량이 크다는 것은 가속시키는데 더 많은 힘이 든다는 것을 의미하며 어떤 외부적인 요인에 의해서 변화되는 성질이 아닌 물체의 고유한 특성이다. 특수상대성이론에서의 질량개념은 이와같은 물체 고유의 특성이 아니라 상태에 따라 변화하는 개념으로 잘못 사용되 오고 있다. 이때의 상태라 함은 물체의 속도를 말함이고, 속도가 증가함에 따라 질량이 달라진다고 생각되어졌다.

하지만 아인슈타인이 특수상대성이론을 1905년 발표했을 때^{1), 2)} 속의 함수로서 질량개념을 사용하지 않았다. 이 이론이 나오기 전후에서 프앵가레, 로렌즈 등 그 당시 주도적인 물리학자들에 의해서 속도함수로서 질량개념이 제시되었고,³⁾ 이후로 지금까지 수많은 책 또는 논문들 속에서 이를 그대로 받아들여 쓰고 있는 것이다. 아인슈타인의 특수상대성이론이 발표되고 나서 3년 후 괴팅겐 대학의 수학자 민코프스키가 시공 개념에 의한 상대론을 제시하고 나자⁴⁾, 질량이 속도와 무관하다는 사실이 분명해졌다. 시공개념에 의하면 에너지와 운동량은 관성계에 따라서 변하지만 이들의 결합으로 나타나는 질량은 관성계와 무관하다. 결국 아인슈타인이 제시한 공식($E_0 = mc^2$)은 질량이 속도에 따라서 변한다는 것이 아니라 에너지에 따라서 달라진다는 점을 제시하고 있다. 이런 점을 바탕으로 최근에 많은 물리학자들이 속도에 무관한 질량개념으로서 지금까지의 오류들을 바로 잡아야 된다고 주장하고 있다.^{4), 5)}

본 논문에서는 현재까지 논의되어 왔던 문제점들을 지적하고 의견을 제시하고자 한다.

II. 질량의 정의

물체의 질량이란 개념이 물리학에 사용된 것은 뉴턴의 운동의 법칙에 의해서이다. 뉴턴의 제2법칙(운동의 법칙)에 따르면 한 물체에 힘을 가하면 힘을 가한 방향으로

그 물체의 속도 변화가 일어난다. 식으로 표현하면

$$F = ma \quad (1)$$

으로서 여기서 F 는 힘, a 는 가속도(속도변화), 비례상수 m 은 질량이다.

질량 m 은 이 식에 의하면 가속도 당 작용한 힘으로 $|F|/|a|$ 와 같이 주어지며 물체의 특성에만 관계되는 양으로 알려지고 있다. 어떤 물체의 질량이 크다는 사실은 그 물체를 가속시키려 할 때 질량이 작은 물체에 비해서 더 큰 힘이 필요함을 의미하고, 이것은 곧 질량이 큰 물체가 질량이 작은 물체에 비해서 외부작용(힘)에 대한 저항이 크다고 말할 수 있는 것이다. 이러한 의미에서 질량을 그 물체의 관성이라고 정의되기도 한다.

우리가 물체에 힘을 준다는 것은 물체에 일을 해 준다는 것이고, 일과 에너지는 같은 것이므로 결국 더 큰 힘을 가한다는 것은 더 많은 에너지가 필요하다는 것과 일치한다. 질량이 큰 물체를 가속시키는데 드는 에너지는 질량이 작은 물체를 같은 정도로 가속시키는데 소비되는 에너지보다 크다고 쓸 수가 있다. 하지만 뉴턴은 운동의 제2법칙을 (1)식과 같이 표현하지를 않고 다음과 같은 식을 사용했다.

$$F = \frac{dP}{dt} \quad (2)$$

여기서 P 는 물체의 운동량으로서 특수상대성 이론이 나오기 전까지는 질량에다 속도를 곱한 양으로 정의됐다. 따라서

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = ma \quad (3)$$

만약 운동량의 정의가 속도 곱하기 질량이 아니라면 위에서 질량의 정의는 재고 해 봐야 될 것이다.

특수 상대성이론에 따르면 운동량은²⁾

$$P = m\gamma v \quad (4)$$

로 주어지고, 이 식은 단순히 우리가 이때까지 알고 있던 질량 곱하기 속도로 주어지는 식은 아니다. 식 (4)에서 γ 는

$$\gamma = \left[1 - \frac{v^2}{c^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

이고 c 는 빛의 속도로서 상수이다.

식 (4)에서 질량 m 에 γ 를 곱한 $m\gamma$ 를 질량으로 보면 새로이 정의된 질량은 속도에 따라서 달라지는 개념이 된다. 지금까지 거의 대부분의 대학교재 또는 논문에서 취하고 있는 질량의 정의는 이러한 해석 방법을 따르고 있으며 문제가 되고 있는 것도 바로 이 부분이다. 이러한 정의는 물론 위에서의 질량의 정의와는 다른 것임을 쉽게 알 수 있다. 식 (4)를 식 (2)에다 대입하면

$$a = \frac{F - (F \cdot \beta) \beta}{m\gamma} \quad (6)$$

으로 주어지고 (여기서 $\beta=v/c$) m 이 a 와 F 관계식의 비례상수로 나타나지는 않는다. 특별한 경우로서 힘 F 가 물체의 속도에 수직할 때, 말하자면 $F \cdot \beta=0$ 일 때는 힘과 가속도 관계식의 비례상수가 $m\gamma$ 로 주어지고, 힘 F 가 속도에 나란할 때는 비례상수가 $m\gamma^3$ 으로 주어진다. 이들 경우에 각각 $m\gamma$, $m\gamma^3$ 으로 정의한다면 단위가속도 당 가해지는 힘으로서의 질량의 정의를 회복시킬 수 있는 것처럼 보인다. 하지만 일반적인 경우가 되지 못하고 또한 상태에 따라서 다른 질량을 정의하는 불편함이 따르며 보다 근본적으로는 이러한 특별한 경우에서 조차 이것들이 질량의 정의가 되지 못함을 아래에서 볼 수 있다.

1905년 아인슈타인에 의해서 특수상대성이론(정확하게는 상대성에 대한 특수 이론)이 제시되고 3년이 지난 후 괴팅겐(Göttingen)대학의 수학자 민코브스키(Minkowski)에 의해서 시공(space-time) 개념에 의한 특수상대성이론이 발표된다.²⁾ 시공개념에 의하면 에너지와 운동량은 시공간의 벡터의 성분들로서 좌표가 바뀌면 표현이 달라지는 양들이며 물리적으로 말하면 어느 한 물체의 에너지와 운동량은 관성계에 따라서 변하는 물리량들이란 것이다.

이 시공간에는 좌표를 변환시켜도 변하지 않는 물리량들이 있는데 대표적으로 시공간 거리(공간거리와는 다름)와 질량이 있다. 수학적으로 표현하면

$$m^2 c^4 = E^2 - (Pc)^2 \quad (7)$$

으로서 좌표변환에 의해 E와 P는 달라져도 그들의 결합된 식 (7)의 좌변(=우변)은 변하지 않는다.

식 (7)로부터 질량은 속도가 변하여도 불변인 물리량임을 알 수 있고 이 사실은 고등물리(특히 입자물리)에서 분명히 밝히고 있다. 따라서 식 (7)에 의해서 주어지는 정의를 따른다면 지금까지 우리들에게 익숙해져 있는 질량은 속도에 따라서 변한다는 사실은 포기되어야 하고 그 많은 대학 교재들을 다시 수정하여 사람들로 하여금 “질량은 속도와 무관한 물리량”이라는 사실을 깨닫게 해야 한다.

III. $E_0 = mc^2$

이 절의 제목에서 제시된 공식에서 E₀는 정지에너지로서 질량m인 물체가 정지해 있을 때의 그 물체의 에너지를 말한다. 우리가 익숙해져 있는 $E = mc^2$ 이라는 표현은 질량이 불변이라는 사실에 의하면 잘못된 식임을 알 수 있다. 식 (4)와 (7)에 의해서 에너지는

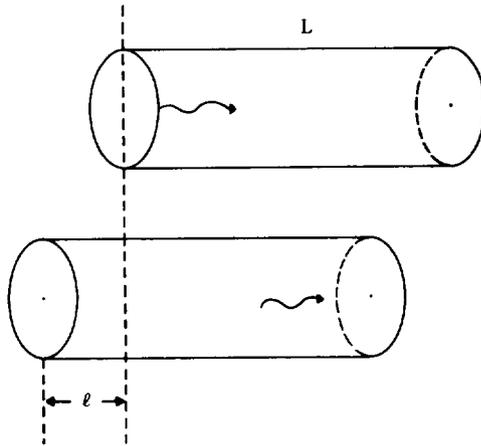
$$E_0 = m_0c^2 \quad (8)$$

로 주어지며, 물체의 속도가 달라지면 변하는 것은 운동량과 에너지이지 질량이 아님을 알 수 있다(식 (7)). 그렇다면 $E = mc^2$ 이라는 표현이 상대성 이론이 발표되고 나서 지금까지 계속 사용되어 온 이유는 무엇인가? 정확하게 이 식은 프랑스의 수학자이며 물리학자인 프앵까레(Poincaré)가 1900년에, 아인슈타인이 그의 특수상대성 이론을 발표하기 전, 에너지 E를 갖는 빛의 질량을 계산해서 얻은 결과이다. 이 결과보다 앞서서 로렌츠(Lorentz), 아브라함(Abraham)등이 전자의 전자기적 성질을 연구하면서 질량은 속도에 따라 변한다는 이론을 제시하고 있다. 물론 이 과정의 부산물로서 로렌츠는 물체의 길이는 운동방향으로 수축한다는 가정을 세우고 결과를 도출시키며 이것이 바로 그 유명한 로렌츠-피체랄드 수축으로서 보통의 대학교과에서 상대론을 배울 때 다루는 현상이다.(아브라함은 이와 반대로 운동방향으로 물체의 길이가 늘어남을 가정하며, 현재 이 이론과 다르다)

프앵까레, 로렌츠 등의 연구결과가 질량은 불변이 아니라 속도에 따라 다르다는 결과를 얻는데에는 그들이 출발점에서부터 잘못된 점의 식을 사용한다에 있다. 운동량

을 질량 곱하기 속도로 보고서 결론을 도출해 냈기 때문에 운동량을 얻기 위해 속도에 곱해지는 양으로서 속도에 따라 변하는 질량 개념을 얻게된 것이다. 아인슈타인 자신도 1906년 논문에서 $E = mc^2$ 이라는 결론을 다시 내리고 빛의 질량으로서 $m = E/c^2$ 을 취하고 있다.

도출과정으로 다음과 같은 사고실험을 해 보기로 하자. 속이 비고 양쪽 끝이 막힌 길이가 L 인 실린더의 한 쪽 끝에서 방출된 빛이 다른 한쪽에서 흡수된다고 하자. 빛이 실린더를 한번 횡단하는 동안 실린더는 ℓ 만큼 움직였다면 고립계의 질량 중심은 변하지 않는다는 사실로부터 다음과 같은 식을 얻는다.



$$Mv = -P = -E/c \quad |v| \ll 1 \quad (9)$$

$$\ell = vt = vL/c = -\frac{EL}{Mc^2} \quad (10)$$

$$M\ell + m(L - \ell) \approx M\ell + mL = 0, \quad |L| \gg |\ell| \quad (11)$$

여기서 M, v 는 실린더의 질량과 속도, P, E, t 는 각각 광자의 운동량, 에너지, 비행 시간이다.

(11)식에서 실린더의 질량 M 을 크게 함으로써 $|L| \gg |\ell|$ 이 되게 할 수 있고, 이 조건은 다시 상당한 정확도까지 (11)식을 성립하도록 하게 한다. (9), (10), (11)식에서 m 을 구하면 $m = E/c^2$ 이 되고 결국 광자의 질량은 영이 아니게 된다. 아인슈타인은 이 추론에 근거하여 빛은 질량이 있고, 따라서 중력장에서 그 경로가 휘다는

결론을 끄집어 내고 있다. 이 점은 아래에서 논하기로 하고, 위의 결과와 현재의 이론에 의한 광자의 질량은 영이라는 사실과는 어떤 모순이 있는가.?

위 논의에서 아인슈타인이 사용한 가정을 살펴보면 광자는 방출, 흡수시 물체에 압력을 가하며 이 가해진 압력에 의하여 물체의 운동량이 변하고, 따라서 질량을 가진 물체의 운동으로 질량중심이 변하지 않기 위해서는 광자 역시 질량을 가져야 한다는 것이다. 하지만 질량 중심의 정의는 당연히 질량을 가진 물체들에 적용되는 것이므로 처음부터 광자의 질량을 영이 아닌 값으로 가정해서 영이 아닌 광자의 질량을 도출해 내는 것은 바른 결과를 주는 추론이 되지 못한다. 아인슈타인은 결국 이러한 결과가 질량은 속도에 의존하지 않는다는 사실과 위배되므로 1921년 프린스턴 대학 연설에서 다시 $E = mc^2$ 으로 되돌아 가게 된다.

그렇다면 1906년 논문에서 광자의 질량을 $m = E/c^2$ 으로 놓으므로써 어떤 결론을 얻었는가? 중력장에서 질량을 가진 물체는 중력을 받게되고 빛의 경우에는 E/c^2 이라는 질량을 가정했을 때 이에 비례하는 중력을 받아서 그 경로가 휘게 된다. 하지만 일반상대성이론에 따르면 물체끼리의 중력은 질량에 의해 결정되는 것이 아니라 에너지-모멘텀 텐서라는 물리량에 의해서 결정된다(에너지, 운동량 같은 물리량들이 이 에너지-모멘텀 텐서에 의해서 계산되어짐). 따라서 빛의 질량을 가정하지 않아도 중력장에서 경로의 휨을 설명할 수 있으며 이것이 보다 더 정확한 것임은 말할 것도 없다(특수상대론보다는 일반상대론이 보다 자연을 잘 기술하기 때문). 그렇지만 왜 현대에 이르러서도 그 많은 대학교재들에서 빛의 질량은 영이 아니라고 쓰고 있는가?

이 점은 대학과정에서 빛이 중력장에서 그 경로가 휘어진다는 사실을 일반상대론으로 설명할 수 없다는데 그 연유가 있다(일반상대론 자체는 매우 어려운 수학적 표현에 의존하기 때문에 그 전개과정을 대학생이나 일반인들에게 전달시키기가 어렵다). 따라서 그 결과를(물리적 사실이기에) 전달, 이해시키기 위해서 일반상대론이 아닌 보다 쉬운 다른 개념을 찾게 되고 그 과정에서 위에서와 같은 오류를 범하게 된다. 이것은 질량이 속도에 따라 변한다는 설명을 하게 된 이유이기도 하다.

IV. 고유개념으로서의 질량

그러면 질량이 속도에 따라서 변한다는 개념을 가지고 해결한 것처럼(?) 보였던 문제들을 질량이 속도와 무관하다는 사실을 가지고 해결해 보기로 하자.

질량을 갖고 있는 물체는 아무리 가속시키더라도 빛의 속도에 도달할 수 없다는 것은 물리적 결과이다. 속도함수로서의 질량개념에 의하면 물체의 속도가 빨라지면 빨라질수록 질량은 커지고 따라서 그 물체를 가속시키기가 더 어려워진다. 빛의 속도에 그 물체의 속도가 근접하게 되면 물체의 질량은 무한대에 가까워지고 결국 가속시키는데 무한대의 힘의 필요하게 된다.

그렇다면 이처럼 질량이 커져 보이는 이유는 무엇인가? C. G. Adler는 그의 논문에서 이 겉보기 현상을 시간지연 효과로 설명하고 있다. 주어진 질량을 갖고 있는 움직이는 물체에 가해진 힘은 그 물체를 가속시키는데 정지해 있는 물체의 경우보다 더 많은 시간이 걸린다. 하지만 물체와 같이 움직이는 관측자는 같은 시간간격 동안 같은 효과를 관측하지만 빨리 움직이는 관측자의 시계는 실험실 관측자에게는 느리게 가는 것처럼 보이므로(시간지연효과) 속도가 작은 경우에 가해주는 힘보다 더 큰 힘을 줘야 속도가 작은 경우의 효과를 얻을 수 있게 된다.

이와 같은 질량증가의 개념은 착각인 것이다. 따라서 가속의 어려움은 식 (8)을 이용해서 설명해야 할 것이다.

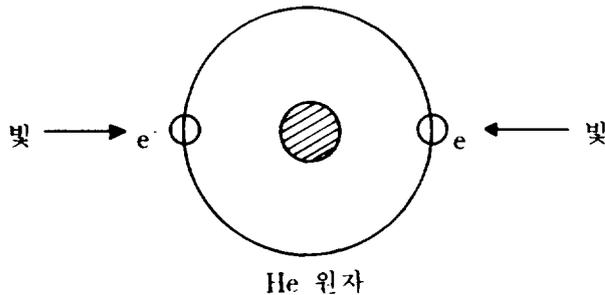
$$E = m_0 c^2 \left[1 - \frac{v^2}{c^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

이 식에서 알 수 있듯이 속도를 크게 증가시키려면 점점 더 많은 에너지를 공급해 줘야 한다.

V. 질량에너지 등가법칙

민코프스키의 4차원 시공간개념에 의한 질량표현식에서 나타나 있듯이 질량은 관성계에 따라서 달라지지 않는다. 움직이는 물체나 정지해 있는 물체의 질량은 같다. 하지만 관성계를 달리 하는 대신에 외부에서 물체에 에너지를 전해주면 어떻게 될까? 예를 들면 물체끼리 탄성 또는 비탄성 충돌을 시키거나, 열을 가해서 물체의 온도를 올리거나 또는 대전된 물체인 경우 물체를 전기장, 자기장 속에 넣으므로써 물체의

에너지를 변화시킬 수 있다. 식 (7)로부터 물체가 정지해 있을 때 질량-에너지 관계식은 $mc = E_0$ 가 되며, 외부에서 이물체에 ΔE 만큼 에너지를 전달시키면 에너지 보존법칙에 의해서 총에너지는 $(E_0 + \Delta E)$ 가 된다. 만약 운동량이 영이라면 식(7)로부터 $(E_0 + \Delta E)^2 = m' c^2 > mc^2$ 가 되고 질량은 m 보다 커지게 된다. 에너지 전달 전후의 운동량의 합을 영으로 하면서 에너지만 변화하는 경우를 구체적으로 알아보자. 외곽전자가 2개인 He원자를 보면 기저상태(에너지가 가장 낮은 상태)에서 전자는 가장 낮은 에너지 준위에 있다. 그림 2)와 같은 러더포드 원자모형을 이용하여 (실제로는 양자역학적 모형을 사용해야 하나 우리의 고찰은 모형에 무관하므로 그냥 러더포드 원자모형을 쓰기로 한다) 운동량 합이 영이 되도록 He원자에 충분한 빛(에너지)을 쬐어주면 전자들은 보다 높은 에너지 준위로 전이된다. 이러한 상태의 He원자를 여기상태에 있다고하며 기저상태의 He원자 보다 에너지가 높다. 운동량 합은 영이므로 식 (7)에 따라서 질량이 커지게 된다. 이 예에서 볼 수 있듯이 물체의 질량은 에너지에 따라 변한다는 사실을 알 수 있다. 하지만 이 경우 전자들이 운동에너지가 커진 결과 질량이 커졌다고 볼 수는 없는 것인가? 운동에너지가 커진 결과로 질량(He 원자의 질량)이 커진 것은 사실이나 이 경우 전자의 운동에너지가 커짐으로써 전자의 질량이 커졌다고 해서는 안된다. 전자는 더 이상 쪼갤 수 없는 입자로서 에너지가 커질 경우 반드시 운동량에도 변화가 생기고 이 두 물리량이 결합식인 식(7)에 의해서 질량은 달라지지 않는다(만약 전자가 복합체인 경우는 위의 He원자에 대한 고찰을 적용하면 된다). 전자의 운동에너지 증가에 따른 질량의 변화는 전자 자신이 아니라 He원자에 있는 것이다.



He원자인 경우 에너지 전달 과정 전후의 운동량 합이 영이 아닌 경우는 어떻게 될까? 빛을 쬐어준 결과로 He원자는 여기상태로 변하고 있는 운동에너지는 He원자의 질량에 아무런 기여도 하지 않고 단지 He원자의 총에너지 값을 크게하는데만 기여를 한다. 이상의 고찰에서 보듯이 복합체인 경우에는 외부에서 에너지를 받았을 때 내부에너지(He원자인 경우 전자를 여기 시킨 에너지) 변화가 생길 수 있고, 이때에는 그 물체의 질량이 변한다. 단일체(다른 물체들로 구성되지 않은 물체)인 경우에는 여기 상태는 있을 수 없으므로 가해진 에너지는 그 물체의 질량을 변화시키는데 쓰이지 못한다. 아인슈타인은 1921년 강연에서 " $E_0 = mc^2$ "으로부터 "질량과 에너지는 본질적으로 비슷한 것이며, 같은 것(the same thing)의 다른 표현 일뿐이다. 질량은 상수가 아니며 에너지에 따라서 변한다."라고 말하고 있다. 결국 에너지와 질량은 등가로서 에너지가 질량으로 변할 수 있고, 질량 또한 에너지로 바뀔 수 있다. 핵분열과 핵융합은 질량 - 에너지 변환의 대표적인 예이다.

VI. 결 론

지금까지의 고찰에서 보듯이 질량은 속도에 따라서 변하는 개념이 아니라 관성계와 무관한 물질의 고유한 성질임을 알 수 있다.

결국 속도의 함수로서의 질량 개념을 사용한 모든 논의나 연구는 운동량이 속도에 따라서 변한다는 개념으로 재고되어야 한다. 대학교재나 일반인들을 대상으로 하는 과학서적들 속에서 지금까지 잘못 사용되었던 질량개념을 바로 잡아야 한다. 에너지와 질량의 등가법칙은 속도와 무관한 질량의 개념과 모순을 일으킬 것처럼 보이나 마지막 절에서 보인 것처럼 서로 다른 상태에서의 물체의 기술과정을 생각하면 해결된다. 비탄성 충돌시 에너지 뿐만 아니라 운동량도 전달되고 결과적으로 속도변화도 일어난다.

하지만 비탄성 충돌에 의한 물체 "자체"의 변화를 고려에 넣고 또한 속도에 따른 에너지, 운동량 변화를 염두에 둔다면 모순없이 잘 설명된다. 여기서 언급해야 할 것은 앞서의 고찰이 모두 운동론적인 면만 고려해서 행해졌다는 점이다. 로렌츠와 그 이외에 많은 사람들이 제시하고 있는 전자기적 질량에 대한 고찰에서도 질량이 속도에 따라서 변한다는 이론을 제시하고 있을 때 이 또한 새로이 고찰해 보아야 한다고

생각한다. 따라서 이후의 연구는 질량의 전자기론적인 면에서 역시 제시되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

1. A. Einstein. The meaning of Relativity 1955. princeton.
2. A. Einstein, H. A. Lorentz, H. Weyl, H. Minkowski. The Principle of Relativity (A collection of original papers), 2nd. 1923 Dover.
3. J. J. Cushing. Electromagnetic mass, relativity, and the Kaufmann experiments, Am. J. Phys. 49(12), Dec. 1981.
4. L. B. Okun. The concept of mass. Physics today June (1981). 31.
5. C. G. Adler. Does mass really depend on velocity, dad? Am. J. Phys. 55(8), August. 1987.
6. E. F. Taylor and J. A. Wheeler. Space time physics, 2nd. Ed, 1966, Freeman.