

스펙트럴 영역 해석법을 이용한 무한 격자판에 의한 산란특성 연구

金 興 洙*

A Study of Scattering Characteristics for Infinite Strip Grating by Using the Spectral Domain Analysis

Kim Heung-soo*

Summary

When TE waves incident to the infinite conductor grating plane, current distributions on the strip is found by the spectral domain analysis and the moment method.

Current distributions on the strip as the function of incident angle of waves are calculated for the grating plane of which strip space is $0.05\lambda \sim 5\lambda$, and of which the ratio of strip width to its space is $0.4 \sim 0.8$.

序 論

전자파의 산란현상을 해석함에 있어 입사된 전자파에 의해 유기되는 전류분포를 계산하는 것은 매우 중요하다.

최근 금속 스트립이 격자를 이루고 있는 평면에 평면파가 입사될 때 스트립상에 유기되는 전류와 스트립에 의해 산란되는 전자파에 관한 많은 연구들이 진행되고 Richmond(1980)는 TM파가 입사되었을 때 도체부분의 전류분포를 Fourier 급수로 전개하였다. 또한 평면파가 입사

될 때 도체 스트립 혹은 스텔에 유기되는 전류 또는 자류를 Chebyshev 다항식으로 표현한 연구들이 많이 행하여 지고 있다. 그중 Buter and Wilton(1980)은 스트립에 TM파와 TE파가 입사될 때 경계조건을 만족하는 적분방정식의 해를 Chebyshev 다항식을 이용하여 구하였으며, 또한 Buter(1984)는 파장에 비해 매우 좁은 스트립들이 격자形式으로 배열되어 있는 경우에 대한 산란현상도 해석하였다.

한편 Uchida and Noda(1987), Mittra and Hall(1984)과 Walker and Butler(1984)는 산란현상을 연구하는데 있어 스펙트럴 영역을 이용함으로써 근사식을 이용하지 않고 좀더 정확한 해를

* 공과대학 전임강사

얻는 방법들을 연구하였다.

이 연구에서는 완전도체 스트립들이 格子形을 이루고 있는 평면에 TE파가 입사될 때 도체 표면에 유기되는 전류 분포를 스펙트럴 영역 해석법을 이용하여 계산한다.

材料 및 方法

1. 무한평면 격자판과 입사파

스트립 격자판은 Figure 1과 같이 y방향으로 무한히 길고 격자판의 두께는 무시할 정도로 얇은 것으로 한다. 스트립은 ±x방향으로 일정한 폭과 간격을 이루고 있다. 한편 입사파는 Figure 1과 같이 자체성분이 스트립과 평행을 이루고 있는 TE파로 한다.

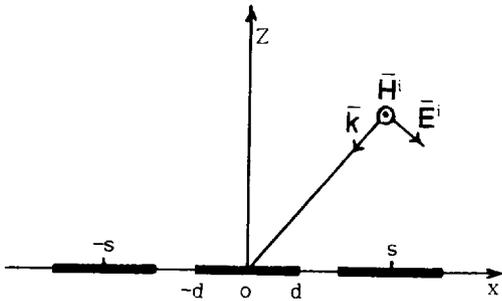


Figure 1. The TE waves and incident upon the conductor grating plane.

Figure 1에서 θ 는 파의 진행 방향과 z축이 이루는 각도를 나타내며 스트립의 폭은 $2d(=w)$ 이고 스트립 간의 간격은 s 이다. 따라서 입사파의 자체 및 電界 성분은 다음식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} \vec{H}^i &= \hat{y} \cdot H_0 e^{jk_0(x \sin \theta + z \cos \theta)} \quad \dots (1) \\ \vec{E}^i &= E_0 (\hat{x} \cdot \cos \theta - \hat{z} \cdot \sin \theta) \cdot e^{jk_0(x \sin \theta + z \cos \theta)} \quad \dots (2) \end{aligned}$$

x-y 평면 즉 $z=0$ 에서의 전계 및 자체에 대한 경계조건은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$E_x(x, y, 0^-) = E_x(x, y, 0^+) \quad \dots (3)$$

$$H_y(x, y, 0^-) = H_y(x, y, 0^+) : \text{도체 아닌 부분} \quad (4)$$

$$H_y(x, y, 0^-) - H_y(x, y, 0^+) = J_x(x) : \text{도체 부분} \quad (5)$$

스트립은 완전도체로서 입사파 E_x^i 와 산란파 E_x^s 다음의 관계식을 만족한다.

$$E_x^i(x, y, 0) = -E_x^s(x, y, 0) \quad \dots (6)$$

자체 성분에 의해 유기된 2차전류 $J_x(x)$ 에 의해 발생된 산란파의 전계식은 다음으로 주어진다.

$$\begin{aligned} E_x^s(x, y) &= -\frac{\eta}{4k_0} \left(\frac{d^2}{dx^2} + k_0^2 \right) \int_{-d}^d J_x(x') H_0^{(2)}(k_0 |x - x'|) dx' \quad \dots (7) \end{aligned}$$

여기서 k_0 는 자유공간의 파수이고 η 는 파동 임피던스를 나타낸다. $H_0^{(2)}$ 는 2종 Hankel 함수이다.

2. 영역의 변환

임의 함수 $f(x)$ 의 함수변환을 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{f}(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{j\beta x} dx \quad \dots (8)$$

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\beta) e^{-j\beta x} d\beta \quad \dots (9)$$

(7)식을 (8)식에 의해 변환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_x^s(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} E_x^s(x, y) e^{j\beta x} dx \quad \dots (10)$$

(10)식을 Fourier 변환하여 다음 식을 얻는다.

$$E_x^s(\beta) = -\frac{\eta}{2k_0} (k_0^2 - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \tilde{J}_x(\beta) \quad \dots (11)$$

여기서 $\tilde{J}_x(\beta)$ 는 $J_x(x)$ 의 변환된 함수이다.

스트립 격자는 주기성을 갖고 있으므로 (11)식의 β 를 Floquet 모드 혹은 Floquet harmonic을 이용하여 다음과 같이 놓는다.

$$\beta_\ell = k_0 \sin \theta + \frac{2\pi}{s} \cdot \ell \quad \ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (12)$$

여기서 ℓ 은 Floquet 모드의 번호이다. 따라서 하나의 스트립에 의한 산란전계식은 다음과 같다.

$$E_x^s(\beta) = -\frac{\eta}{2k_0} (k_0^2 - \beta_\ell^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \tilde{J}_x(\beta_\ell) \quad (13)$$

Figure 1과 같이 스트립을 주기적으로 배열하여 격자를 이룬 경우에 대하여는 $E_x^s(x)$ 를 (13)식에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_x^s(x) = -\frac{\eta}{2k_0} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} (k_0^2 - \beta_\ell^2)^{\frac{1}{2}} \tilde{J}_x(\beta_\ell) \cdot e^{-\beta_\ell x} \quad (14)$$

(14)식에 (2)식과 (5)식의 경계조건을 적용하면 다음식을 얻는다.

$$-\frac{\eta}{2k_0} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} (k_0^2 - \beta_\ell^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \tilde{J}_x(\beta_\ell) \cdot e^{-j\beta_\ell x} = -E_0 \cdot \cos \theta \cdot e^{-jk_0 \sin \theta \cdot x} \quad -d \leq x \leq d \quad (15)$$

여기서 $J_x(\beta_\ell)$ 은 전류를 나타내는 미지의 함수이다. 이것을 급수 형태로 다음과 같이 놓는다.

$$J_x(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \cdot f_n(x) \quad (16)$$

여기서 I_n 과 $f_n(x)$ 는 각각 계수와 전개함수를 나타낸다. 여기서 전개함수를 다음과 같이 선택한다.

$$f_n(x) = e^{j(n\pi/d) \cdot x} \quad -d \leq x \leq d \quad (17)$$

(16)식을 Fourier 변환하여 (15)식에 대입하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\eta}{2k_0} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} (k_0^2 - \beta_\ell^2)^{\frac{1}{2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \cdot \tilde{f}_n(\beta_\ell) \cdot e^{-j\beta_\ell \cdot x} = E_0 \cdot \cos \theta \cdot e^{jk_0 \sin \theta \cdot x} \quad (18)$$

여기서 $f_n(\beta)$ 는 $f_n(x)$ 의 변환된 함수이다. (18)식의 양변에 $f_m(x)$ 의 공액함수 $f_m^*(x)$ 를 곱하고 도체가 존재하는 구간에 대해 적분하면 다음식을 얻는다.

$$\frac{\eta}{2k_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} (k_0^2 - \beta_\ell^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \tilde{f}_n(\beta_\ell) \cdot \tilde{f}_m^*(\beta_\ell) = E_0 \cdot \cos \theta \cdot \tilde{f}_m^*(k_0 \sin \theta) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (19)$$

(19)식을 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$[Z_{mn}] [I_n] = [V_m] \quad (20)$$

여기서

$$Z_{mn} = \frac{\eta}{2k_0} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} (k_0^2 - \beta_\ell^2)^{\frac{1}{2}} \cdot \tilde{f}_m(\beta_\ell) \cdot \tilde{f}_n^*(\beta_\ell) \quad (21)$$

$$V_m = E_0 \cdot \cos \theta \cdot \tilde{f}_m^*(k_0 \sin \theta) \quad (22)$$

이다. 또한 $[Z_{mn}]$ 은 $N \times N$ 행렬이고, $[I_n]$ 과 $[V_m]$ 은 각각 $N \times 1$ 행렬로서 $[I_n]$ 은 다음식으로 구할 수 있다.

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (23)$$

(23)식에서 구한 계수 I_n 을 (16)식에 대입하면 스트립상에 분포되는 전류를 구할 수 있다. 또한 산란 전계는 (14)식으로 부터 다음과 같이 계산된다.

$$E_x^s(x) = -\frac{\eta}{2k_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} (k_0^2 - \beta_\ell^2)^{\frac{1}{2}} \cdot I_n \cdot \tilde{f}_n^*(\beta_\ell) \cdot e^{-j\beta_\ell \cdot x} \quad (24)$$

3. 전류 계산 결과

앞에서 유도한 전류에 관한식을 이용하여 입사 파에 의해 유기되는 전류분포를 계산한다. 입사 파의 주파수는 7.5(GHz)라 두고 전계의 세기는 1(v/m)라 한다.

입사각의 변화에 따른 스트립상의 전류분포 변화를 계산하고, 격자판에 파가 수직으로 입사될 때 스트립의 폭과 간격의 비에 따른 스트립상에 분포되는 전류의 변화를 계산한다.

Figure 2에서 Figure 9까지는 스트립의 간격이 $0.05\lambda \sim 5\lambda$ 까지의 격자에 대하여 입사각의 변화에 따른 전류분포를 나타내고 있다. 이때 스트립의 폭과 간격의 비($=w/s$)는 0.5로 한다.

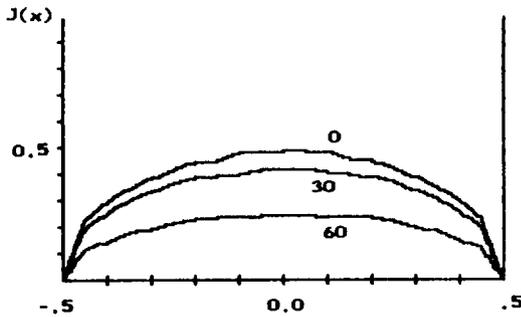


Figure 2. Current distributions for $S=0.05\lambda$.

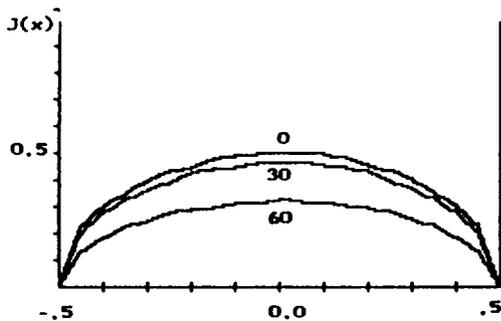


Figure 3. Current distributions for $S=0.5\lambda$.

Figure 2, 3은 스트립의 폭과 간격이 파장에 비해 좁은 경우이다. 이때의 전류분포는 입사각이 증가함에 따라 전류값은 감소하고 그의 분포 형태는 언제나 대칭형임을 알 수 있다. 또한 파가 수직으로 입사될 때는 폭과 간격의 변화에 관계없이 유기전류의 크기와 분포가 거의 같음을 알 수 있다.

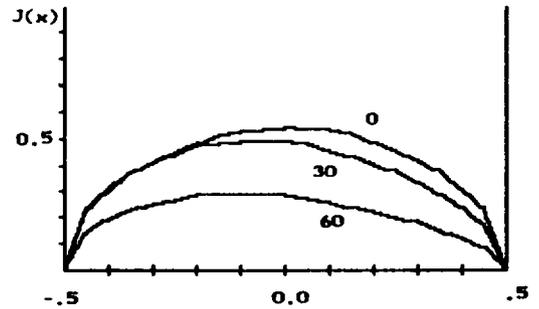


Figure 4. Current distributions for $S=0.75\lambda$.

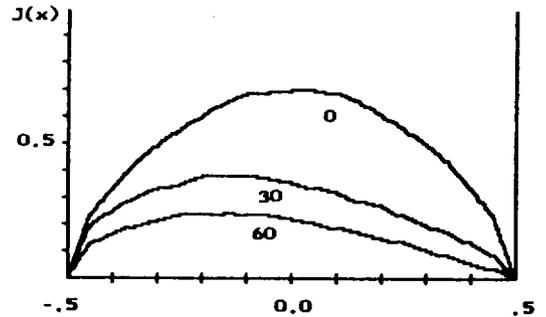


Figure 5. Current distributions for $S=\lambda$.

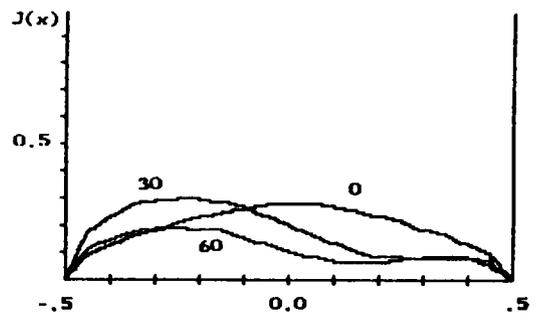


Figure 6. Current distributions for $S=1.5\lambda$.

Figure 4, 5, 6은 스트립의 간격이 약 한파장인 경우이다. 여기서는 파가 수직 입사한 경우만 대칭 분포를 이루며 그 외의 입사각에 대하여는 비대칭 분포를 하고 있다. 스트립 간의 간격이 한 파장일 때 전류의 크기가 최대가 되는 것을 알 수 있다. 간격이 한파장 이상이 되면 전류값은 점점 감소한다.

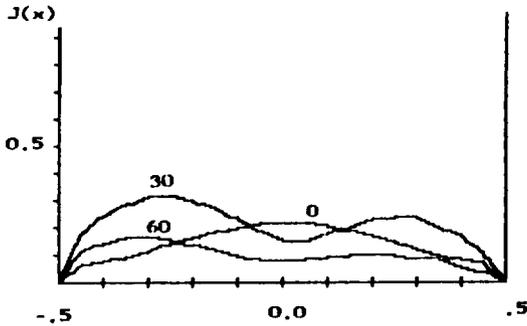


Figure 7. Current distributions for $S=2\lambda$.

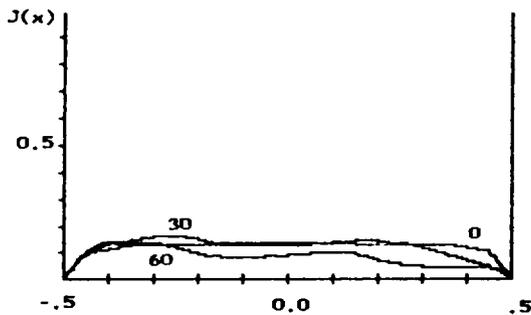


Figure 8. Current distributions for $S=2.5\lambda$.

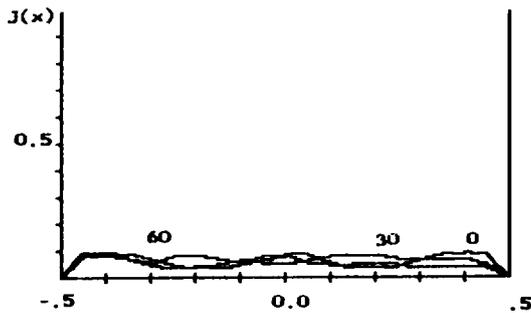


Figure 9. Current distributions for $S=5\lambda$.

Figure 7, 8, 9는 스트립 간의 간격이 두파장 이상인 경우이다. 간격이 넓어짐에 따라 전류의 크기는 감소하고 있으며 약간의 리플을 포함한다.

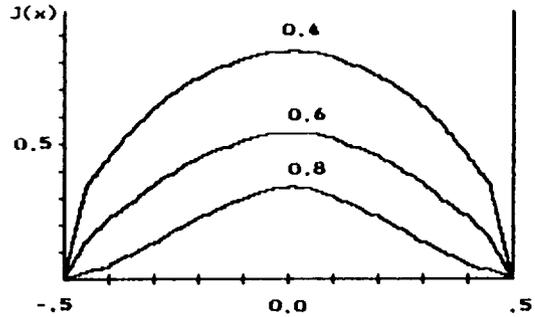


Figure 10. Current distributions ($s=\lambda$) for the ratio of strip width to its space ($=W/S$) : 0.4, 0.6, 0.8.

Figure 10은 파가 수직으로 입사될 때 스트립의 간격을 한파장으로 두고 스트립의 폭을 0.4 ~ 0.8 로 했을 때의 전류분포 변화이다. 스트립 간의 간격에 대한 폭의 비가 증가할 수록 전류값은 감소한다.

考 察

완전도체로 되어 있는 무한히 긴 스트립 격자판 위에 TE파가 입사될 때 유효되는 전류분포를 계산하였다.

일반적으로 스트립 소자의 수가 많은 경우 소자들을 작은 소구간으로 분할하여 계산하는 방법은 적용할 수 없다. 또한 지금까지 연구된 해석 방법은 스트립의 폭이 파장에 비하여 매우 작은 경우에 적용할 수 있는 근사적 방법이었다.

이 연구에서는 도체 스트립의 주기성을 이용하여 스펙트럴 영역 변환법과 모먼트법을 적용하므로써 스트립 폭과 간격이 파장에 비하여 매우 큰 경우에도 해석이 가능하다.

摘 要

무한히 긴 도체 격자판에 TE파가 입사될 때 스트립 위에 유기되는 전류분포를 스펙트럴 영역 해석법과 모멘트법을 이용하여 구한다. 스트립 간의 간격이 $0.05\lambda \sim 5\lambda$ 인 격자판에

유기되는 전류분포의 파의 입사각에 따른 '변화와 스트립 간격에 대한 스트립 폭의 비가 0.4~0.8 일때 스트립상의 전류분포 변화를 계산한다.

참 고 문 헌

- Butler, C. M. 1984, General solution of the narrow strip (and slot) integral equation, *IEEE Trans. Ant. Pro.*, AP-32, 1085-1090.
- Butler C.M. and D. R. Wilton, 1980, General analysis of narrow strips and slots, *IEEE Trans. Ant. Pro.*, AP-28, 42-48.
- Mitra, R. and R. C. Hall, 1984, Spectral domain analysis of circular patch frequency selective surfaces, *IEEE Trans. Ant. Pro.*, AP-32, 533-536.
- Richmond, J.H. 1980, On the edge mode in the theory of TM scattering by a strip or strip grating, *IEEE Trans. Ant. Pro.* AP-28, 883-887.
- Uchida, K. and T. Noda, 1987, Spectral domain analysis of electromagnetic wave scattering by an infinite plane metallic grating, *IEEE Trans. Ant. Pro.*, AP-35, 46-52.
- Walker, W.A. and C. M. Butler, 1984, A method for computing scattering by large arrays of narrow strips, *IEEE Trans. Ant. Pro.*, AP-32, 1327-1334.