



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

석사학위논문

초등학교 수학 수업 분석과 반성을 통한
교사 자신의 신념 및 태도 변화 연구

A Study on the Change of Teacher's
Belief and Attitude through Analysis and
Reflection of Elementary School
Mathematics Classes

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

임수지

2020년 8월



초등학교 수학 수업 분석과 반성을 통한
교사 자신의 신념 및 태도 변화 연구

A Study on the Change of Teacher's
Belief and Attitude through Analysis and
Reflection of Elementary School
Mathematics Classes

지도교수 김 해 규

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

임 수 지

2020년 5월



임 수 지의
교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 최 근 배 

심사위원 이 호 수 

심사위원 김 해 주 

제주대학교 교육대학원

2020년 6월

목 차

국문 초록	i
I. 서론	1
1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 연구 문제	3
3. 연구의 제한점	4
II. 이론적 배경	5
1. 수업 반성 및 수학 수업 반성을 위한 증거 선정	5
2. 수업 전문성 및 수학 수업 전문성	11
3. 학생 중심 수업	12
4. 신념	14
5. 선행 연구 검토	15
III. 연구의 대상, 방법 및 절차	17
1. 연구 대상	17
2. 연구 방법 및 절차	21
IV. 연구의 실제	23
1. 수업 반성 전·후의 교사의 신념 및 태도 변화 분석	23
2. 교사 자신의 단원별 수업 분석 및 반성	38
V. 결론 및 제언	157
1. 수업 반성 전·후 교사의 신념 변화	157
2. 수업 반성 전·후 수업 모습의 변화	158
3. 수업 반성 전·후 교사의 전반적인 태도 변화 및 제언	159
참고 문헌	162
ABSTRACT	164

표 목 차

<표 II-1> 수업 전 반성 준거 최종본	9
<표 II-2> 수업 중·후 반성 준거 최종본 및 활용 여부	10
<표 III-1> 교과서 차시와 실제 수업의 흐름 비교	17
<표 III-2> 1단원 수업 흐름	17
<표 III-3> 2단원 수업 흐름	18
<표 III-4> 4단원 수업 흐름	19
<표 III-5> 3단원 수업 흐름	20
<표 III-6> 5단원 수업 흐름	20
<표 III-7> 6단원 수업 흐름	21
<표 III-8> 신념 조사 문항의 종류에 따른 문항 수	22
<표 IV-1> 초등 교사의 수학에 대한 생각 I 전·후 비교	23
<표 IV-2> 초등 교사의 수학에 대한 생각 II 전·후 비교	24
<표 IV-3> 초등 교사의 수학 학습에 대한 생각 전·후 비교	27
<표 IV-4> 초등 교사의 수학 교수에 대한 생각 I 전·후 비교	30
<표 IV-5> 초등 교사의 수학 교수에 대한 생각 II 전·후 비교	32
<표 IV-6> 초등 교사의 교수 실제에 대한 생각 전·후 비교	34
<표 IV-7> 2019학년도 6학년 A반 학생들의 과목 선호도	38
<표 IV-8> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(1단원)	40
<표 IV-9> 수업 관찰 및 수업 반성(8.26.)	41
<표 IV-10> 수업 관찰 및 수업 반성(8.27.)	46
<표 IV-11> 수업 관찰 및 수업 반성(8.30.)	50
<표 IV-12> 수업 관찰 및 수업 반성(9.3.)	54
<표 IV-13> 수업 관찰 및 수업 반성(9.5.)	59
<표 IV-14> 수업 관찰 및 수업 반성(9.9.)	61
<표 IV-15> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(2단원)	63
<표 IV-16> 수업 관찰 및 수업 반성(9.19.)	66
<표 IV-17> 수업 관찰 및 수업 반성(10.1.)	67
<표 IV-18> 수업 관찰 및 수업 반성(10.2.)	72
<표 IV-19> 수업 관찰 및 수업 반성(10.4.)	75

<표 IV-20> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(4단원)	83
<표 IV-21> 수업 관찰 및 수업 반성(10.17.)	88
<표 IV-22> 수업 관찰 및 수업 반성(10.18.)	90
<표 IV-23> 수업 관찰 및 수업 반성(10.24.)	92
<표 IV-24> 수업 관찰 및 수업 반성(10.28.)	94
<표 IV-25> 수업 관찰 및 수업 반성(11.7.)	95
<표 IV-26> 수업 관찰 및 수업 반성(11월 중)	96
<표 IV-27> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(3단원)	98
<표 IV-28> 수업 관찰 및 수업 반성(11.8.)	101
<표 IV-29> 수업 관찰 및 수업 반성(11.11.)	104
<표 IV-30> 수업 관찰 및 수업 반성(11.12.)	107
<표 IV-31> 수업 관찰 및 수업 반성(11.14.)	110
<표 IV-32> 수업 관찰 및 수업 반성(11.18.)	113
<표 IV-33> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(5단원)	121
<표 IV-34> 수업 관찰 및 수업 반성(11.25.)	126
<표 IV-35> 수업 관찰 및 수업 반성(11.28.)	131
<표 IV-36> 수업 관찰 및 수업 반성(11.29.)	136
<표 IV-37> 수업 관찰 및 수업 반성(12.2.)	139
<표 IV-38> 수업 관찰 및 수업 반성(12.6.)	140
<표 IV-39> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(6단원)	148
<표 IV-40> 수업 관찰 및 수업 반성(12. 13.)	150
<표 IV-41> 수업 관찰 및 수업 반성(12. 16.)	153
<표 IV-42> 수업 관찰 및 수업 반성(12. 17.)	155

그림 목 차

<그림 IV-1> $1 \div \frac{1}{2}$ 을 그림으로 학생들이 나타낸 결과	42
<그림 IV-2> 교과서 문제 상황(p. 12)	49
<그림 IV-3> B 학생 발표 내용	56
<그림 IV-4> 학생들의 의견을 분류한 결과	68
<그림 IV-5> 모듈별 비율신문	95
<그림 IV-6> 모듈별 초대장	96
<그림 IV-7> 모듈별 작품	114
<그림 IV-8> 학생 3 그림	129
<그림 IV-9> 학생 5 그림	129
<그림 IV-10> 교사의 설명 장면	130
<그림 IV-11> 학생들이 마름모, 평행사변형 넓이 구하는 방법을 생각한 예	135
<그림 IV-12> 학생들이 생각한 마름모 넓이 구하는 공식이 나오게 된 까닭	135
<그림 IV-13> 학생들이 만든 문제 및 모양	140

국 문 초 록

초등학교 수학 수업 분석과 반성을 통한 교사 자신의 신념 및 태도 변화 연구

임 수 지

제주대학교 교육대학원 초등수학교육전공
지도교수 김 해 규

본 연구는 교사 자신의 수업 전문성 향상을 궁극적인 목표로 삼아 교사 본인의 수업 사례 연구를 진행하였다. 수업이란 학생, 교사, 내용, 방법, 환경 등 다양한 요소가 어우러져 이루어지는 종합적인 행위이다. 따라서 한순간에 수업 전문성을 끌어올리기란 힘들며 수업을 하는 교사의 의지가 없어도 힘들다. 또한, 수업 방법, 기술에 대한 이론적인 이해만으로는 수업 기술의 일부를 배울 수는 있어도 궁극적으로 수업 전문성을 향상시키기에는 부족함이 있다. 따라서 이에 가장 우선시 되고 바탕이 되어야 할 것은 교사의 전문성 향상을 위한 의지 함양과 교사 자신의 수업에 대한 이해이다.

이에 따라 본 연구자는 자신이 근무하는 초등학교 학생들을 대상으로 한 학기 동안의 수학 수업을 단원별, 차시별로 분석하고 반성하는 활동을 진행하였다. 이를 통해 교사 자신의 신념 및 전반적인 태도 변화와 더불어 수업 방법의 변화 등을 다양한 방면에서 분석하고 연구하였다. 우선 수업 전 단원별 수업에 대한 전반적인 계획, 강조할 점 등을 포함하여 반성을 시작하였고 수업 중, 후의 수업 장면을 보면서 자기반성을 실시하고자 하였다. 수업 반성은 수업 장면을 녹화한 것을 본인이 관찰하면서 기술하고 그것을 토대로 다시 한번 분석 및 반성하여

정리하였다. 그리고 이후에 그 내용을 분석하면서 수업 전과 후에 교사 자신의 신념에 어떤 변화가 있었는지, 교사의 전반적인 태도와 학생들의 의견은 연구 전과 후에 어떤 변화가 있었는지 등을 알아보았다.

다양한 배움과 이번 연구의 경험을 통해 본 교사가 겪은 변화를 간단하게 이야기하자면 다음과 같다.

첫째, 교사 자신의 신념 변화를 겪게 되었다. 반성 과정 중 교사의 신념과 일치하지 않는 수업 장면들을 직접 보면서 놀람을 겪기도 하였고, 신념들끼리 서로 불일치하기도 하였다. 이렇게 교사 자신이 불확실하게 지니고 있었고, 때로는 정립되지 않았던 신념들이 반성 과정을 겪으면서 점차 진정한 학생 중심의 수업 방향으로 정립되는 것을 볼 수 있었다. 이전에도 학생 중심 수업에 대한 중요성과 필요성을 인정하고 있었지만, 실제 수학 수업에서 잘 이루어지지 않았었다. 그러나 이번 연구를 계기로 진정한 학생 중심의 수업에 대해 끊임없이 고민하면서 다양한 방법들을 적용해보았고 그 장면들을 반성하면서 자신의 신념을 정립할 수 있는 계기를 만들었다.

둘째, 수업 모습에서 변화를 느낄 수 있었다. 이 변화는 교사가 직접 기술하고 분석한 단원별, 차시별 수업 장면에서도 드러났으며, 학생들이 직접 제시한 다양한 의견에서도 알 수 있었다. 수업 중 맞닥뜨리는 예상치 못했던 질문과 상황에 대처하는 모습, 학생들의 수학적 사고를 확장할 수 있는 창의적인 발문 및 수업 내용 등에서도 변화를 보였다.

셋째, 교사의 수학 수업을 대하는 전반적인 태도의 변화를 엿볼 수 있었다. 이 변화는 본 교사가 들었던 강의, 전문가 및 동료 교사와의 의견 교환 등을 통해 이루어지기도 했으며 연구의 경험을 통해 이루어지기도 하였다. 여러 번의 수업 실행과 반성을 통해 교사와 학생의 역할 변화는 물론 수업 속 학생들의 참여도와 반응을 이끌어내는 태도의 변화도 볼 수 있었다. 이는 곧 수학, 수학 학습, 수학 교수, 수업 실제에 대한 생각의 변화 즉 신념이 변화함에 따라 태도의 변화도 이루어졌음을 의미한다.

이 연구는 교사 본인에게 큰 의미가 되었고 앞으로 나아가야 할 방향을 제시 해주었다고 할 수 있다. 따라서 이러한 경험은 본 교사가 앞으로도 더욱더 수업에서의 전문성을 찾아 나갈 수 있도록 의지를 다지는 계기가 되었다.

주요어 : 수업 전문성, 수업 반성, 신념

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

이 연구를 시작하게 된 계기는, 본 연구자가 2018학년도 J 대학교 교육대학원 1학기 때 실시한, 2009 교육과정에 따라 개발된 6학년 1학기 4단원 비와 비율의 10차시(비율이 사용되는 경우를 알 수 있어요. (1)~(2)) 수업 촬영 및 분석을 통하여 많은 것을 느끼게 되면서였다. 본 연구자의 수업 장면을 직접 보고 관찰 하면서 이제까지 가지고 있었던 수학 교과에 교수-학습에 관련된 생각 및 신념이 실제 현장에서는 제대로 반영되지 않고 있었을 뿐만 아니라, 수업을 진행하는 자신의 모습조차도 낯설게 느껴졌다. 가장 많은 생각을 들게 했던 부분은 평소에 학생 중심의 수업이 필요하고 중요하다는 것을 인식하고 있었음에도, 실제 수업에서는 교사 중심의 수업을 하고 있었고, 교사의 역할이란 단지 지식을 전달하는 전달자와 학생을 관리하는 관리자의 역할에 지나지 않았다는 것이었다. 그 수업에서 드러난 모습은 무엇보다 교사가 학생들에게 비율을 구하는 방법을 단순히 답하게 하였고, 학생의 반복 연습과 훈련이 강조된 수업, 시간에 맞춰 나가야 할 수학 교과 진도만을 신경 쓴 채 획일적인 수업 방법으로 학생들이 함양해야 할 중요한 것들을 제대로 살펴보지 못한 채 수업을 하는 모습이였다. 비록 그 차시가 4단원 비와 비율 중 속력을 비교하는 차시로써 학생들이 많이 어려워하고 비율을 구하는 방법은 물론이고 복잡한 계산이 가능해야 했지만, 교사가 좀 더 다양한 발문을 시도하거나 학생들이 스스로 먼저 그 문제에 도전해보며 서로의 생각을 교환하는 기회들을 제시했다면 좀 더 다른 방향으로 수업이 흘러갔을 것으로 생각한다.

본 연구자가 교육대학원 초등수학교육과에 지원하게 된 계기라 할 수 있는 수학의 유용성을 학생들에게도 알게 해주고 흥미와 자신감을 느끼게 해주며, 수학 교과를 통해 많은 사고력을 함양시켜 주고 싶다는 의도와는 전혀 다르게 수업이 흘러가고 있었다. 이에 따라 수업에서의 교사의 역할과 교사의 수업 전문성과 관련된 고민을 하게 되었고 이것이 본 연구를 시작하는 직접적인 계기가 되었다.

교사의 전문성이란 단순히 정의할 수 없으며, 이는 어느 한 영역에서만 발휘되는 것도 아니다. 학생들이 성장하는 작은 사회 속에서 교육을 하는 교사들

은 수업은 물론 학생의 인성 교육을 포함하여 전반적인 모든 분야에서 전문성을 발휘하게 된다. 교사의 전문성과 관련된 유신영(2005)의 선행 연구에서는 교사의 전문성 신장과 관련된 연구들이 많아지고 있고 이러한 연구들은 교사의 전문성 신장은 교육의 질을 높이는 중요한 조건이며 교사 전문성의 핵심 영역은 수업이라고 주장하고 있다고 하였다.

또한 유신영(2005)은 연구에서 다음과 같이 언급하고 있다.

한편 Schön(1983)은 현대사회의 많은 전문가들이 자신의 전문영역에 대한 자신감을 상실하기 시작하면서 ‘전문성의 위기’에 처하게 되었다고 지적하고 있다. 즉, 교사들 역시 그들의 전문영역인 학교 수업에 있어서 전문가로서의 충분한 역량을 발휘하지 못하고 자신들을 향한 각계각층의 다양한 비판과 비난의 목소리들로 인해 위축되고 있다는 것이다(유신영, 2005, p.1 재인용).

교사의 전문성에 대한 자신감 상실에는 여러 가지 이유가 있을 것이고 교사 개개인의 따라 차이도 있을 것이다. 다만 본 연구자가 교사로서의 경력이 길지는 않지만, 그동안의 교육 경험을 되돌아보며 이유를 생각해본다면 우선 학교 교육의 특성을 이유로 들 수 있을 것이다. 교실과 학교는 하나의 작은 사회이며 이 사회 속에는 저마다의 개성을 지닌 학생들이 존재하고, 그 학생들이 모였을 때 생기는 또 다른 예측하기 어려운 상황들이 끊임없이 발생한다. 따라서 이러한 상황 속에서 교육을 하는 교사는 교육의 방법을 마치 하나의 기계 사용법처럼 한 번 익혀 계속해서 적용할 수 있는 것이 아니며 시대의 흐름, 학생, 상황에 따라 교육의 방향과 목표는 비슷할지라도 그에 맞는 방법의 적용과 역할을 요구받게 된다.

수업 전문성 향상은 결코 쉽거나 단순하지 않은 만큼 본 연구에서는 수업 전문성 향상의 발판을 마련하기 위한 방법으로 수업 반성을 활용하려고 한다. 본 연구의 대상이 된 수학 교과목의 필요성은 학생, 학부모, 교사 모두가 잘 인식하고 있지만 정작 그 중요성과 필요성은 단순히 입시에서의 수학 교과목의 필요성, 경쟁에서 우위를 얻기 위한 수단으로서의 중요성만 강조되는 경향이 있다. 실제로 본 연구자가 학교 현장에서 관찰한 결과, 학생들이 받아들이는 수학 교과목의 흥미도, 유용성 등은 현저하게 떨어지는 것을 볼 수 있었다. 특히 고학년으로

올라갈수록, 수학에 대해 가지고 있는 고정관념, 부정적인 태도 등도 관찰할 수 있었다. 따라서 교과 및 학생의 특성과 함께 수업의 종합적인 면을 고려하여 수업 반성을 진행하고자 한다.

수업 반성 유형으로는 자신의 수업을 대상으로 한 반성과 타인의 수업을 대상으로 한 것으로 나눌 수 있는데, 타인의 수업 또는 우수 수업 동영상을 분석(방정숙, 김정원(2013))하거나, 예비 교사의 수업실습(권종겸, 2014)을 분석하거나, 연구 주제와 관련된 주제를 선정하여 그와 관련된 수업 몇 가지를 선정해 분석하는 연구(오영순, 2016)가 있다. 박영은(2015)은 수학 수업을 개선하기 위해서는 효과적인 교수 학습 방법을 적용하기 이전에 자신의 수업에 대한 충분한 이해가 선행되어야 한다고 하였으며 자신과 수업에 대한 깊이 있는 이해는 자신에게 적합한 수업 개선 방법을 찾는 데 도움이 된다고 하였다(p. 196).

본 연구에서는 박영은(2015)의 관점과 맥을 같이 하여, 연구자 본인의 수업 반성을 통해, 연구자 본인의 수업 전문성 향상을 목적으로 한다. 따라서 본 연구에서는 이와 같은 목적을 달성하기 위해, 공개 수업 또는 장학 수업이 아닌 한 학기 동안 진행된, 전체의 평소 수학 수업을 연구의 대상으로 삼아, 자신의 수업을 분석 및 반성하여 그 결과를 제시함과 동시에, 수업 반성 전, 후에 나타난 교사의 신념 변화, 수학 수업 모습의 변화 및 수학 수업을 대하는 교사의 전반적인 태도의 변화 양상을 연구하고자 한다.

2. 연구 문제

본 연구에서는 한 교사가 자신의 수학 수업을 분석하고 반성하여 교사 자신의 신념이 실제 수업 현장에서도 잘 드러나는지, 배치되는 부분은 없는지, 혹은 연구를 하기 전과 후의 교사 자신의 신념과 태도에는 어떤 변화가 있는지 등을 알아볼 것이다. 그리고 수업의 전체적인 변화를 살펴보며 궁극적으로 자신의 수업 전문성 향상을 위한 발판을 마련하는 데 목적이 있으므로 이를 위해 자신의 수업을 분석 및 반성하였으며 본 연구의 목적을 위한 연구의 내용은 다음과 같다.

첫째, 반성적 사고에 관한 선행 연구를 검토하고, 수업 반성을 수업 전문성 향상을 위한 토대로 삼는다.

둘째, 연구자의 실제 수학 수업을 계획하는 단계부터 수업을 하는 과정을 거쳐 수업 후 분석까지, 수업에 대한 전반적인 분석 및 반성을 통해 정리한 내용과 깨달은 점을 기술한다.

셋째, 이 연구를 통해 연구자가 연구 전과 후에 어떠한 신념과 태도의 변화가 있었는지를 기술한다. 나아가 교사의 수업에 대한 전반적인 생각 및 수업 모습의 변화를 살펴본다.

3. 연구의 제한점

이 연구는 수업 분석 및 반성을 통한 교사 자신의 신념, 태도 변화를 연구하는 것으로 연구자가 자신의 수업을 분석하고 반성하는 자기반성에서부터 수업의 전문성 향상을 위한 발판을 찾는다는 것에서 그 의미를 찾을 수 있다. 본 연구 결과는 연구자 본인의 주관적인 해석이며, 본 연구에 참여한 학생들도 특정 지역의 소수 학생이고, 수업에 참여한 학생들의 학업 성취도도 우리나라 동학년 전체 학생의 학업 성취도를 대표할 수 없기 때문에, 본 연구의 결과를 일반화하기에는 무리가 따른다. 따라서 추후 연구에서는 이금선(2011)은 수업 반성 연구에서 언급된 사례 연구가 지닌 내재적 한계를 극복하기 위해, 연구 대상의 학생 수를 더 늘리고, 연구자 본인의 수업을 동료 교사와 전문가의 도움을 받아 분석할 필요가 있다고 하였다.

II. 이론적 배경

1. 수업 반성 및 수학 수업 반성을 위한 준거 선정

가. 수업 반성

수업 연구, 수업 전문성과 관련된 연구를 살펴보면 교사의 수업 전문성을 향상시킬 수 있는 방법으로 교사의 ‘반성’을 주장하는 경우를 많이 볼 수 있다.

교사가 학교교육에서 점점 설 자리를 잃어가는 현실에서 그 위상을 회복하려면 교사가 공교육의 질을 높여야 하며 이를 위해서는 무엇보다 교사의 전문성 향상이 필요하며 특히 전문성의 여러 영역 중에서 수업 전문성이 주목을 받기 시작하였다고 하였다(권중겸, 2014, pp. 365-366). 또한 “수업 전문성과 관련하여 특별히 교사의 반성을 강조하고 있으며, 수업에 대한 교사의 반성이야말로 교사 자신의 수업 전문성을 향상시키며 교사 전문성을 인정받을 수 있는 가장 중요한 요인으로 부각되고 있다”고 하였다(권중겸, 2014, pp. 365-366).

국립국어원 표준국어대사전에 의하면 ‘반성’이란 ‘자신의 언행에 대하여 잘못이나 부족함이 없는지 돌이켜 봄’이라고 되어있다. 그리고 어떤 의미에서 ‘반성’이라는 단어는 옳지 못한 잘못된 행동을 한 것에 대해 뉘우치는 것이라고 보며 이는 마치 자신이 부족하고 모자란 것 같은, 잘못에 대한 부정적인 의미와 느낌이 담긴 것으로 여겨지는 때도 있다. 그러나 진정한 반성은 자신을 돌아보는 것만큼 자신의 더 나은 발전을 위한 발판이 될 수 있다.

수업 반성과 관련해서는 많은 학자가 언급하고 있는데 Artzt, Armour-Thomas와 Curcio(2002)은 반성은 수업에 대하여 반성적으로 생각하는 것이라고 볼 수 있으며 그 정의는 다양하지만, 그 구조는 Polya(1945)의 문제 해결 과정과 비슷하다고 보고 있다. Artzt 등(2002)은 연구에서 능숙한 문제 해결자들이 문제 해결 과정을 다시 검토하듯이 교사도 수업을 마친 후에 수업의 목표를 다시 생각해보고, 수업하는 동안에 교사와 학생이 주고받은 대화, 행동하는 느낀 것들을 다시 검토해야 하며 학습자들이 문제를 해결할 때 문제 이해

-계획-실행-검토의 과정을 거치듯 교사도 그러한 과정을 거치는 것으로 보고 있다.

반성과 관련해서 빼놓을 수 없는 “Dewey(1933) 역시 반성을 사고와 동의어로 사용하고 있으며 「민주주의와 교육」에서 Dewey의 사고에 대한 정의는 “사고는 ‘우리의 활동과 그 결과의 세밀한 관련을 알아냄으로써 활동(및 그 결과)에 의미를 부여하는 지적 활동’이다.”(Dewey, 이홍우(역), 1987, pp. 229-30; 양기창, 2014, p. 5에서 재인용)라고 하였다.” 유신영(2005)의 연구에 따르면 Dewey의 반성적 사고는 1) 문제인식(반성적 사고의 선행 조건), 2) 문제 명료화, 3) 가설, 4) 가설의 결과 추론, 5) 가설 검증의 과정을 거치며 각 과정 단계들은 고정된 서열이나 기능을 갖는 것이 아니라 어떤 것이 포괄적으로 작용하여 다른 단계를 포함하기도 하고 중첩되기도 하고 넘겨버리기도 한다고 하였다. 또한, Dewey는 세 가지의 태도 1) 개방된 마음, 2) 책임감, 3) 전심이 반성적 행위에 통합된다고 주장하며(Zeichner and Liston, 1996; 유신영, 2005, p. 25에서 재인용) 유신영(2005)은 이와 같은 태도는 반성적 사고를 하기 위해서 교사나 학습자가 가져야 할 태도에 해당한다고 하였다. 본 연구자 역시도 이러한 태도에 주목하고 싶다. 우선 개방된 마음은 열려있는 자세이자 새로운 것을 받아들일 수 있는 것이며 이러한 태도가 선행되어야 진정한 반성이 이루어질 수 있다. 유신영(2005)은 여기에는 가장 바람직한 것으로 여겨지는 신념 안에서도 오류가 있을 수 있다는 가능성을 인식하는 것 등이 포함된다고 하였다. 본 연구자가 이번 연구를 통해서 연구하고 싶은 주제 중 하나도 이와 깊은 관련이 있으며 신념과 관련된 이야기는 이후 [II-4. 신념]에서 다뤄보도록 하겠다. 또한 유신영(2005)은 책임감은 어떤 행동이 가져올 결과를 사려 깊게 고려하는 것이고 교사의 교수가 예상치 못한 결과를 초래하더라도 그에 대한 반성을 반드시 포함해야 한다고 보고 있으며, 전심과 관련해서도 이 태도를 지닌 교사가 그들의 행위의 결과에 대해 점검하고 새롭게 배울 수 있는 자세를 갖출 수 있다고 하였다. 이렇듯 반성적 사고를 위해서는 반성을 하는 행위자, 즉 교사 자신이 지닌 마음가짐과 태도가 그만큼 중요하다고 할 수 있다.

Schön 역시 반성과 관련된 연구에서 빠질 수 없다. 이금선과 강옥기(2008)의 연구에 따르면 Schön(1983)은 그의 저서 ‘반성적 실천가(reflective practitioner)’

에서 전문직의 전문성 위기를 지적하며, 이론적 지식의 전문가가 아닌 이론을 실천하는 실천가의 개념을 강조하고 전문가로서 자신의 행위를 반성하는 교사를 반성적 실천가로 정의하였다고 밝히고 있다. 여기서 Schön은 기술적 합리성에 기초하여 연구자가 형성한 ‘이론적 지식’과 실천에 대한 반성 과정에서 얻어지는 ‘실천가의 지식’을 다르게 보았다(이종일, 2003; 유신영, 2005, p. 28에서 재인용). 유신영(2005)은 Schön은 실천적 행위를 이론적 지식에 수동적으로 적용되는 것으로 여기는 기존의 입장을 비판하면서 실천적 지식은 이론적 지식과는 다른 영역이며 현장에서 실천가가 계속해서 노력하고 연구하면서 만들어지는 독자적인 것으로 보았다고 밝히고 있다. 또한, Schön은 이론적 지식은 연구자의 논문, 강의 등을 통해 전달할 수 있으나 실천적 지식은 거의 대부분 실행의 과정 중 행위에 대한 자기반성의 과정에서만 얻어질 수 있다고 하였다(유신영, 2005, p. 28). 특히 Schön의 반성에 대한 이해는 ‘행위 중 반성(reflection-in-action)’과 ‘행위 후 반성(reflection-on-action)’의 구분으로 살펴볼 수 있으며 이 두 가지 개념 중에서도 Schön은 전자를 강조하였다(유신영, 2005, p. 29). ‘행위 중 반성’은 교사가 어떤 행위를 하는 중에 일어나는 것이고, ‘행위 후 반성’은 의문의 여지가 있는 사건과 행위를 되돌아보며, 그것을 분석, 해결하는 의도적 과정인 반성이 일어나게 되면 현상과 거리를 두게 되고 그 상황을 평가적, 비판적으로 숙고할 수 있게 된다고 하였다(이금선 등, 2008, p. 202). 이금선 등(2008)은 “Schön은 ‘행위 중 반성’은 놀람의 경험에서 시작되며, 행위가 계속되는 상황에서 실천가는 놀람의 경험을 가져온 행위 기저에 있는 암묵적 앎을 표면화하고 이를 비판적으로 고찰함으로써[원문대로] 자신의 앎을 재구성한다”(서경혜, 2005, 재인용; 이금선 등, 2008, p. 202에서 재인용)라고 언급하고 있다.

그밖에 다른 학자들이 반성에 대해 언급한 내용을 살펴보면 다음과 같다. McDuffie(2004)는 Schön(1987)의 반성을 세분화하였고 행위 중 반성을 ‘즉각적인 행위 중 반성(immediate reflection-in-action)’, ‘유예된 행위 중 반성(delayed reflection-in-action)’으로 구분하였다(이금선 등, 2008, p. 202).

또한, 이금선 등(2008, p. 203)의 연구를 보면 “Ross(1989)는 반성은 어떤 교육적 문제에 대해 합리적인 선택을 하게 해주고 그 선택에 대해 책임 질 수 있

는 능력이 요구되는 사고의 한 방법이라 정의하였다”고 하였다.

Cruickshank[2]는 ‘교사 스스로가 수업 반성이 필요하다.’라고 주장하였으며 수업을 잘하는 교사는 다른 교사에 비하여 자기 자신의 수업에 대하여 반성의 기회를 자주 가진다는 특징을 지닌다고 하었다고 밝히고 있다(권종겸, 2014, p. 368).

이금선(2008)은 “수업 반성은 교사가 자신의 교수와 학생의 학습활동에 대하여 수업 중이나 수업 전·후에 반성함으로써 특정 수업 상황에 대한 원인과 이유를 살피는 것으로 시작된다. 반성의 결과, 개선점을 모색하여 자신의 수업 상황에 적극적으로 적용하고 실행해 나감으로써 수업에 필요한 전문적 지식과 기술 및 수업에 대한 실천적 지식을 형성하고 개발해 나가는 일련의 과정을 의미한다”고 하였다.

나. 수학 수업 반성을 위한 준거 선정

이금선 등의 연구(2008, p. 200)에 따르면 선행 연구들이 수업에 대한 반성 준거들을 많이 제시하고 있으나 수학 과목에 대한 특성과 영역의 체계성 부족, 지나치게 세분화 되어 있어 숙고된 반성이 결여 될 가능성이 있어 수학 수업에 관한 분석 영역을 좀 더 체계화하고 체크리스트적 자기 평가지와 차별화되는 반성적 분석 준거들을 도출할 필요성이 제기되고 있다고 하였다. 이에 수학 교사의 수업 전문성 향상의 관점에서, 수학과 수업 반성 절차를 수업 전·중·후로 분류하고 수업 분석의 관점은 분석의 내용을 교수와 학습의 관점으로 분류하여 제시하여 교사와 학생의 상호적 입장에서 수업을 분석토록 하였다(이금선 등, 2008).

따라서 본 연구자는 수업 반성 시 이금선 등(2008)이 제시한 반성적 준거를 기본 토대로 하여 연구하고자 한다. 단, 제시된 모든 준거, 문항들을 매시간 적용하여 문항에 대한 답을 찾고 체크하기보다는 교사가 수업 전 미리 준거를 파악하고 이를 염두에 두어, 수업 전 계획 수립(반성)을 하며, 수업 중 반성과 수업 후 반성은 수업(단원) 흐름에 맞춰 교사와 학생 간의 상호적 입장에서 수업을 기술하는 식으로 분석 및 반성을 하고자 한다.

다음은 이금선 등의 연구(2008)에서 제시한 수업 반성을 위한 반성적 준거 최종본이다. 수업 전 반성 준거 중 본 연구에서 활용한 준거들은 각 단위별로 표에 정리하였으며 수업 중·후 반성 준거 활용 여부 칸에는 본 교사가 이번 연구에서 활용하고자 하는 준거에 표시하였다.

<표 II-1> 수업 전 반성 준거 최종본(이금선 등, 2008)

		분석내용	
수업 전 반성		◆나는 이번 수학 수업에서 가르칠 수업 목표와 학생들에 대해 충분히 이해하고 있는가?	
	교수관점	수학 교과 지식의 이해	<ul style="list-style-type: none"> -교수할 수학적 개념(내용)의 위계성과 연계성을 알고 있는가? -이 개념을 가르칠 때의 어려움과 한계점을 고려하고 있는가? -이 수학적 개념(내용)의 역사적 배경을 알고 있는가? -교수할 수학적 내용과 실생활과의 관련성을 고려했는가?
	수업설계		<ul style="list-style-type: none"> -이 수학 수업에 대한 적절한 교수 방법 및 전략을 생각하고 있다면 그 방법 및 전략을 선택한 이유는 무엇인가? (그림 그리기, 학생들과 의견 나누기) -계획된 수학 과제를 어떻게 선정되었으며 어떠한 방식으로 제시할 것인가? -적절한 동기유발 방법에 대하여 고려하고 있다면 왜 그 방법을 택했는지 설명할 수 있는가? -그 수학 교구를 왜 활용하여 어떻게 활용하려 하는가?
학습관점	학생특성의 이해		<ul style="list-style-type: none"> -학생들의 참여를 지원하기 위한 방법을 생각하고 있는가? -학생들의 수학적 오류와 오개념에 대한 지식을 갖고 그것에 대한 대처 방안을 마련하여 수업에 임하는가? -학생들의 학습을 다양한 방법으로 평가하고 있는가? -학생들의 수학 능력을 고려한 집단 운영 방법을 선택했는가? -학생들의 수준에 맞는 수학 수업 내용을 구성하는가?

<표 II-2> 수업 중·후 반성 준거 최종본(이금선 등, 2008) 및 활용 여부

		분석내용	활용 여부	
수업 중 반성	◆나는 학생들의 반응에 적극적으로 대처하고 있는가?			
	교수 관점	수학 수업 실행 및 관리	-학생들에게 수업 목표를 분명하게 제시하였는가?	√
			-학생들이 나타내는 수학적 오류와 오개념에 대하여 적절히 반응하고 있는가?	√
			-수업 방법상의 문제점을 확인하고 고쳐나가고 있는가?	
			-예상치 못했던 질문, 상황, 문제점에 적절히 대처하고 있는가?	√
			-학생들의 수학적 사고를 확장하는 창의적인 발문을 사용하고 있는가?	√
			-수학 수업에 집중하도록 규칙을 통하여 적절한 학생 관리를 하고 있는가?	
	학습 관점	수학 수업 실행 및 관리	-학생들의 상호작용은 활발히 진행되고 있는가?	√
			-학생들이 질문과 설명에 반응할 충분한 시간을 주고 있는가?	√
			-모든 학생들에게 공정하게 반응하고 적절한 피드백을 주고 있는가?	√
수업 후 반성	◆나는 이번 수학 수업의 결과에 만족하는가?			
	교수 관점	평가	-이번 수학 수업에 만족하는 점은 무엇이고 그 이유는 무엇인가?	√
			-이번 수학 수업에서 불만족스러운 점 혹은 개선이 필요한 점이 무엇인지 설명할 수 있고 그것이 어떻게 개선되어야 하는지 구체적인 개선안을 제시할 수 있는가?	√
	학습 관점	평가	-학생들이 이번 시간에 수업의 목표에 도달했다고 생각하는가? 그러면 그 이유는 무엇이고, 그렇지 않다면 그 이유는 무엇인가?	
			-이번 수업 시간에 이용한 평가 방법이 학생들의 학습에 대한 효과적인 정보를 제시하고 있는가?	

2. 수업 전문성 및 수학 수업 전문성

가. 수업 전문성

손승남(2005)은 연구에서 교사 전문성의 의미와 포함되는 요소들은 학자들 간의 의견이 분분하다고 밝히면서 과거에는 전공학문에 대한 해박한 지식을 바탕으로 최상의 교육 효과를 내는 것을 전문성의 척도로 삼았다면 시대의 흐름과 함께 교사의 가치관, 의식, 성향 등을 총체적으로 고려하는 경향이 강하다고 밝히고 있다. 앞서 본 연구자도 언급했듯이 교사의 전문성이란 어느 특정한 한 분야에 한정 지어질 수는 없다. 그러나 그중에서도 교사에게 있어 수업 전문성이란 본질적이며 필수적이라고 할 수 있을 것이다.

이렇듯 수업은 교사에게 있어서 핵심적인 일이라고 할 수 있다. 그렇다면 과연 수업 전문성 신장을 위한 방안에는 어떤 것들이 있을까? 유한구(2001, 손승남, 2005, p. 93에서 재인용)는 교사의 전문성 가운데서도 특히 수업 전문성을 강조하고 있으며 실제적 수업 기술로서의 수업 전문성과 수업 실제의 이해로서의 수업 전문성을 구분하면서 그동안 소홀히 다루었던 교사의 이해능력, 반성 능력 등을 상대적으로 강조하고 있다. 이진향(2002, 손승남, 2005, p. 93에서 재인용)의 연구 또한 수업 개선을 위한 방법으로 대두되고 있는 교사의 반성적 사고를 교사의 전문성 신장의 필수요소로 보고 있다. Artzt 등(2002) 역시 반성의 중요성을 강조하며 교사가 자신의 수업을 여러 가지 방향에서 깊이 있게 반성하고 성찰하는 것은 전문성 신장의 첫걸음이라 할 수 있다고 하였으며 교사들은 반성의 결과로 나타날 수 있는 문제를 받아들이고 인정해야만 한다고 하였다.

‘수업’이라는 것은 단순하고 기계적인 지식 전달을 의미하지 않는다. 따라서 가르치는 교과 지식만 알고 있다고 해서 그 수업의 전문가가 될 수 없으며, 교과 지식의 전달만이 그 수업을 ‘좋은 수업’으로 평가하는 척도가 될 수 없다. 수업의 전문가, 즉 교사는 많은 수업 분석 및 평가 관련 연구에서 언급되고 있는 여러 가지 준거들처럼 수업 내용, 교수법 및 학생에 대한 이해, 교실을 둘러싼 다양한 환경들의 변화를 민감하게 받아들이고 배워야 한다. 또한, 이러한 배움은 수업 전 계획 단계에서 뿐만이 아니라 수업 중, 후에 교사가 자신을 반성

하는 과정에서도 일어난다는 점이 본 연구에서도 중요하게 언급될 것이다.

나. 수학 수업 전문성

박영은(2015)은 수학 수업 전문성에 대하여 다음과 같이 밝히고 있다.

수학 수업 전문성은 단순히 수학 내용과 학생에 대한 지식을 바탕으로 적절한 교수 방법을 사용하여 수업 목표에 도달하도록 이끄는 교수 능력에만 초점을 두는 것이 아니라 수업을 위한 준비, 설계와 실천 과정, 수업 후 성찰과 소통을 통해 전문성을 신장해 나가는 전 과정을 모두 포괄해야 한다. ... 수학 수업 전문성을 가르쳐야 할 수학 내용과 학생에 대한 이해를 바탕으로 수업을 설계하고, 수업 목표 도달을 위해 적절한 교수 방법을 실행하며, 자신의 수업 개선을 위해 수업을 성찰하고, 자신의 실행에 대해 동료와 소통하는 능력으로 정의하고 수학 수업 전문성 영역을 수업 설계 능력, 수업 실행 능력, 수업 성찰 능력, 수업 소통 능력으로 개념화하고자 한다(pp. 17-18).

3. 학생 중심 수업

시대가 변화하면서, 교사에게 기대하는 역할이 달라지고 있고 미래를 살아갈 우리 학생들에게 요구되는 역량들도 변화되고 있다. 따라서 이러한 변화에 맞추어 학교 현장에서는 학생 중심의 수업이 필요하며, 교사들도 그 필요성과 중요성에 대해서 인정하고 있을 것이다.

우리나라 2015 개정 교육과정의 성격에서 제시한 내용 중 하나를 살펴보면 학습자의 자율성과 창의성을 신장하기 위한 학생 중심의 교육과정임을 명시하고 있다. 이는 그 성격에 언급되어 있듯이 교육과정은 학교 교육과정의 공통적이며 일반적인 기준을 제시함과 동시에 지역, 학교, 개인 수준의 다양성을 추구하고 있다고 볼 수 있다. 교육은 다양한 지역에서 다양한 학생들을 대상으로 하므로 국가 수준 교육과정을 그에 맞게 변화시켜 적용할 수 있어야 한다. 이렇게 되었을 때 진정한 학생 중심 수업이 가능하다.

Artzt 등(2002)도 그들의 연구에서 학생 중심 수업에 관한 중요성과 필요성을 이야기하고 있다. 그들은 연구에서 학습이란 능동적인 문제 해결 과정이고, 이

과정에서 사회적 상호작용이 중요한 역할을 한다고 여러 문헌이 밝히고 있다고 하였다(Cobb, 1986; Vygotsky, 1978; Artzt 등, 2002).

그러나 실제 현장에서 학생 중심 수업이 제대로 이루어지는가에 대해서는 고민을 해 봐야 할 것이다. Artzt 등(2002)의 연구에서도 학생 중심 수업이 직면하고 있는 난점을 밝히고 있는데 그 이유 중 하나는 학생 시절부터 시작된 깊이 박혀 있는 교사의 신념을 변화시킬 수 있는 방법을 정확하게 알지 못한다는 것이고 둘째는 교사의 수업방식을 변화시키기 위해 똑같은 학습경험을 제공하더라도 교사의 변화를 예측할 수 없다는 것이라고 하였다.

Artzt 등(2002)은 연구에서 예비 교사들에게 반성과 자기 평가의 과정을 거치게 함으로써 교사의 전문성 신장과 관련된 이슈를 해결하는데 주안점을 둔 프로그램을 제시하고 있으며 교사들이 진정으로 학생 중심 수업을 구현하고자 한다면 교사 자신의 전문성 개발에서도 스스로 능동적인 학습자가 되어야 한다고 밝히고 있다. 교사는 단순히 가르치는 사람으로 그치는 것이 아니라 가르침과 동시에 배울 수도 있어야 하고 끊임없는 반성과 개선의 노력도 필요하다는 것이다. 이혁규, 심영택, 김남수, 이현명(2012, p. 19) 역시 교사들은 학습자들을 가르치는 존재이며 가르침은 배움과 함께한다고 하였다. 그러면서 이혁규 등(2012, p. 19)는 “잘 가르치는 것은 잘 배우는 것을 수반해야 한다. 그러나 가르치는 활동이 직업에 된 사람들-교사들-에게 있어 가르치는 활동의 필수적인 이면이어야 할 배우는 활동이 오히려 잘 관찰되지 않는다”고 언급하고 있다.

국가 수준의 교육과정을 실제 현장에 투입하고 적용하는 것은 교사이다. 교육과정에서 학생 중심의 다양성을 추구하고, 사회에서도 이러한 변화를 추구하고 있다 하더라도 실제 수업에서 적용되지 않으면 다양성과 변화는 있을 수 없다. 학생 중심의 수업 변화는 교사가 가지고 있는 신념과 변화하고자 하는 의지 및 태도와 밀접한 관련이 있다. 학생 중심 수업을 구현하고자 하는 의지, 태도, 신념 등을 지닌 교사가 노력할 때 비로소 수업 현장에서도 이러한 변화가 가능하다. 즉 교사 역시 꾸준한 배움이 필요하기에 본 연구에서도 교사의 변화하고자 하는 의지 및 신념과 태도의 변화에 주목하고자 한다.

4. 신념

임해경, 추신해, 김정은(2010)은 “교수-학습 과정을 이해하기 위해서는 기본적으로 교사의 신념을 알아야 하며(Kagan, 1992), 수학 교실에서 교수 방법을 결정하는 근본적인 요인은 교사의 수학에 대한 인식이다”(Hersh, 1986; 임해경, 추신해, 김정은(2010), p. 103에서 재인용)라고 하였다.

Artzt 등(2002)은 교사의 인지는 매우 중요하며 이것이 어떻게 작용하느냐에 따라 수업의 양상이 달라진다고 보았으며 핵심적 인지의 3요소(수업 목표, 지식, 그리고 신념) 중 신념은 교과목, 학생, 학습, 수업의 본질에 대한 개인적인 생각의 통합된 체계로 정의된다고 보았다. 또한, 신념이 교사의 실제 수업을 이끄는 중요한 요소인 것은 분명하지만 그 신념과 행동이 항상 일치하는 것은 아니며 수업에서 교사의 신념과 그들의 행동 사이에 유사한 모순이 있음을 여러 연구자(Cohen, 1990; Cooney, 1985; Cooney, Shealy, & Arvold, 1998; Franke, Fennema, & Carpenter, 1997)도 발견하였다고 하였다(Alice F.Artzt·Eleanor 등, 2002). 임해경 등(2010, p. 107)에 따르면 교사의 신념의 중요성에 대한 논의는 이제까지 많이 이루어져 왔으며 교사의 수학 및 수학 교수-학습에 대한 신념은 교사의 교수-학습 행동을 형성하는데 많은 영향을 미친다고 하였다. 또한, 임해경 등(2010, pp. 107-108) 연구에 의하면 “수업 내용 조직, 수업 방법 결정, 설명, 발표자 선정 방식, 평가와 교과서 외적인 시도, 수업 분위기와 학생들의 참여도에 교사의 신념과 태도가 반영되며”(이경화, 안금조, 2002; 임해경 등, 2010, p. 108, 재인용)라고 하였으며 수학 교사의 신념이 교수 실제와 일치되지 않는다는 연구들도 존재한다고 밝혔다(Thompson, 1984; Cooney, 1985; Raymond, 1997; 임해경 등, 2010, p. 108 재인용).

국립국어원 표준 국어 대사전에 보면 ‘신념’이라는 것은 ‘굳게 믿는 마음’ 이라고 풀이하고 있으며, 이는 자신이 어떤 것에 대해 맞는 것이라고 여기며 굳게 믿고 있는 것이라고 할 수 있다. 이러한 신념을 바탕으로 우리는 생각하고, 판단하고, 행동하게 된다. 그러나 내가 옳다고 여기던 신념은 어떠한 계기로 바뀌기도 하고, 심지어 옳다고 여기며 이를 바탕으로 행동을 해야 한다고 생각하던 내가 실제 행동에서는 이와 맞지 않는 행동을 보이기도 한다. 그러나 실제로 신

념과 행동이 불일치하더라도 본인이 관심을 두지 않는 한 그냥 지나치기 쉬우며 이를 알아차리고 ‘놀람’을 경험해 볼 기회를 얻기란 어렵다.

또한, 이금선(2011, p. 390에서 재인용)은 “장인옥, 전평국(2001)은 신념을 실제에 반영하기 위해서는 교사의 자기반성이 가장 중요하며 경력 교사는 초임 교사보다 신념을 실제에 잘 반영한다고 하였다.” 언급하고 있다. 따라서 본 연구자의 경력과 경험을 살려 자기반성을 통한 신념의 변화에 대한 연구를 병행하고자 한다.

5. 선행 연구 검토

본 연구 주제와 관련한 선행 연구들을 살펴보면 다음과 같다. 우선 교사의 전문성을 수업 전문성에서 찾아야 한다는 전제하에 선행 연구를 바탕으로 수업 전문성의 요소를 파악하여 수업 전문성을 짚 수 있는 척도를 개발하고, 현직교사를 대상으로 조사하여 분석하고 교사 교육에 주는 시사점을 준 연구를 찾아볼 수 있다(손승남, 2005). 또한, 수업 전문성에 대한 관심과 중요성이 커짐에 따라 반성적 사고, 수업 반성의 개념 역시도 주목을 받고 있는바, 이와 관련된 연구들도 찾아볼 수 있다. 수업 반성, 반성적 사고의 개념을 고찰하고, 여러 학자가 언급한 반성 관련 이론을 고찰한 연구(양기창, 2014)를 볼 수 있다. 그리고 이러한 반성 관련 이론적 배경을 바탕으로 반성적 수업 분석과 관련된 모형을 개발(유신영, 2005)한 연구와 본 연구에서도 활용된 수학 교사의 전문성 신장을 위한 수업 반성의 준거를 제안한 이금선 등(2008)의 연구를 살펴볼 수 있다.

또한, 수업 반성을 실제로 한 사례 연구로써 연구에 참여할 교사들을(경력 교사, 초임 교사) 선정해 연구자가 수업에 참여하여 동영상 촬영하고 수업 교사가 직접 작성한 반성적 분석지 및 면담 내용을 분석하여 수업 반성에 따른 교사의 사고에 대한 사례 연구(이금선, 2011)를 볼 수 있었다. 이 외에도 자기 연구의 하나로 수업자가 전공하는 교과목의 수업 중 일부를 선정하여 분석을 진행하는 사례도 있었다(오영순, 2016).

이렇게 현장에서 수업하는 교사를 대상으로 한 사례 연구 외에도 중등수학 예비 교사들을 대상으로 한 반성적 수업 분석에 따른 인식의 변화 연구(권종겸,

2014)와 예비 교사의 수학 수업에 관한 기술과 비평의 변화에 대한 연구(방정숙, 2014)도 볼 수 있다. 또한, 방정숙, 김정원(2013)은 우수 수업 동영상 사이트에 탑재된 수학 수업을 대상으로 효과적인 수학적 의사소통을 위한 초등 교사의 5가지 관행을 분석하기도 하였다.

이 외에도 수업 반성과 비슷한 면을 지닌 자기 연구와 관련된 연구도 찾아볼 수 있었다. 이혁규 등(2012)은 연구에서 자기 연구에 대한 개념을 정립하면서 그 필요성을 언급하였고 황혜영(2013)은 셀프 연구 즉 자기 연구의 개념, 목적, 방법 등을 소개함으로써 한국 교사 교육자의 전문성 개발을 위한 셀프 연구의 가치를 알렸다. 또한, 수학 수업 전문성 신장을 위한 방안 중 하나로 자기 연구의 적용 가능성을 알아보고 수학 수업 개선을 위한 초등학교 교사의 자기 연구 실천 과정 분석을 통해 교사의 자기 연구를 지원할 수 있는 방안을 탐색하는데 목적을 둔 연구(박영은, 2015)도 있다.

마지막으로 교사의 신념과 수업과의 관계를 연구하며 신념과 관련해서 조사할 수 있는 문항 등을 검토하여 제시하고 예비 교사와 현장 교사를 대상으로 실시한 신념에 대한 문항 설문과 대학교 강의를 듣고 난 후의 변화를 조사하여 분석한 연구도 찾아볼 수 있었다(임해경 등, 2010).

Ⅲ. 연구 대상, 방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구의 연구 대상은 교직 경력이 7년 차인 여교사의 수학 수업이며, J 도의 S 시에 소재하는 A 초등학교 6학년 학생들과 함께한 2학기 수학 수업을 대상으로 분석 및 반성을 진행하였다.

먼저 본 연구의 대상인 6학년 2학기 수학 교과서에서 제시된 단원의 흐름과 실제 수업을 진행한 단원의 흐름을 표로 제시하자면 다음과 같다.

<표Ⅲ-1> 교과서 차시와 실제 수업의 흐름 비교

교과서에 제시된 단원의 흐름(계획 차시)	실제 수업을 진행한 단원의 흐름(수업 진행 시수)
1. 분수의 나눗셈(10차시)	1. 분수의 나눗셈(11시간)
2. 소수의 나눗셈(11차시)	2. 소수의 나눗셈(11시간)
3. 공간과 입체(10차시)	3. 비례식과 비례배분(12시간)
4. 비례식과 비례배분(10차시)	4. 공간과 입체(10시간)
5. 원의 넓이(10차시)	5. 원의 넓이(11시간)
6. 원기둥, 원뿔, 구(9차시)	6. 원기둥, 원뿔, 구(8시간)

둘째 실제 수업의 흐름 및 녹화한 내용은 다음과 같다.

가. 1단원 <분수의 나눗셈>

<표Ⅲ-2> 1단원 수업 흐름

계획 차시 (교과서 제시)	주제	실제 수업 흐름 (강조 차시★)	실제 수업 날짜	녹화 여부
1차시	단원 도입	1차시	2019.8.26.	
2차시	(분수)÷(분수)를 알아볼까요(1)	2차시	2019.8.27.	✓
3차시	(분수)÷(분수)를 알아볼까요(2)	3~4차시★	2019.8.29. 2019.8.30.	✓

4차시	(분수) \div (분수)를 알아볼까요(3)	5차시	2019.9.2.	
5차시	(자연수) \div (분수)를 알아볼까요	6차시★	2019.9.3.	✓
6차시	(분수) \div (분수)를 (분수) \times (분수)로 나타내어 볼까요	7~8차시★	2019.9.5. 2019.9.9.	✓
7차시	(분수) \div (분수)를 계산해볼까요	9차시	2019.9.16.~ 2019.9.20. 탐구 수학은 학생들에게 과제로 하여 철관에 붙여 공유할 수 있도록 함.	
8차시	[도전 수학]	10차시		
9차시	[얼마나 알고 있나요]	11차시		
10차시	[탐구 수학] $1 \div \frac{1}{2}$ 을 그림으로 나타내어 볼까요	★		

나. 2단원 <소수의 나눗셈>

<표Ⅲ-3> 2단원 수업 흐름

계획 차시 (교과서 제시)	주제	실제 수업 흐름 (강조 차시★)	수업 날짜	녹화 여부
1차시	단원 도입	1차시	2019.9.19.	✓
2~3차시	(소수) \div (소수)를 알아볼까요(1)	2차시★	2019.9.23.	
4차시	(소수) \div (소수)를 알아볼까요(2)	3차시	2019.9.24.	✓
5차시	(소수) \div (소수)를 알아볼까요(3)	4차시★	2019.9.26.	✓
6차시	(자연수) \div (소수)를 알아볼까요	5차시	2019.9.30.	
7차시	몫을 반올림하여 나타내어 볼까요	6~7차시★	2019.10.1. 2019.10.2. 2019.10.4. 조금	✓ ✓
8차시	나누어 주고 남는 양을 알아볼까요	8차시★	2019.10.4.	✓
9차시	[도전 수학] 가격을 비교해볼까요	9차시	2019.10.7. ~ 2019.10.11.	

10차시	[얼마나 알고 있나요]	10차시		
11차시	[탐구 수학] 몇 배인지 알아보을까요	11차시		

다. 4단원 <비례식과 비례배분> (3단원 전, 4단원을 먼저 수업함)

<표Ⅲ-4> 4단원 수업 흐름

계획 차시 (교과서 제시)	주제	실제 수업 흐름 (강조 차시★)	수업 날짜	녹화 여부
1차시	단원 도입, 1학기 내용 복습(비와 비율)	1차시	2019.10.15.	✓
2차시	비의 성질을 알아보을까요	2차시★	2019.10.17.	✓
3차시	간단한 자연수의 비로 나타내어 볼까요, 비례식 도입	3차시★	2019.10.18.	✓
4차시	비례식을 알아보을까요	4차시★ A4 용지의 비밀 수업	2019.10.21.	✓
5차시	비례식의 성질을 알아보을까요	5차시	2019.10.22. 2019.10.24.	
6차시	비례식을 활용해 볼까요	6차시★	2019.10.24.	✓
7차시	비례배분을 해볼까요	7차시★	2019.10.28.	✓
8차시	[도전 수학] 공정하게 나누어 볼까요	8차시	2019.10.29.	
9차시	[얼마나 알고 있나요]	9차시	2019.10.31.	
10차시	[탐구 수학] 산책 경로를 정해 볼까요	10차시	2019.11.1.	
-	1. 비, 비율 등을 이용해서 신문만 들기 2. 나는 꼬마 요리사	교사가 창제 시간을 활용하여 추가로 계획함	2019.11.7. 2019.11월 중	✓

라. 3단원 <공간과 입체>

<표Ⅲ-5> 3단원 수업 흐름

계획 차시 (교과서 제시)	주제	실제 수업 흐름(강조 차시★)	수업 날짜	녹화 여부
1차시	단원 도입-어느 방향에서 보았을까요	1차시 ★	2019.11.8.	✓
2차시				
3차시	쌓은 모양과 쌓기나무의 개수를 알아볼까요(1)	2차시 ★	2019.11.11.	✓
4차시	쌓은 모양과 쌓기나무의 개수를 알아볼까요(2)	3차시 ★	2019.11.12.	✓
5차시	쌓은 모양과 쌓기나무의 개수를 알아볼까요(3)	4차시 ★	2019.11.14.	✓
6차시	(3) 의 3번 문제~쌓은 모양과 쌓기나무의 개수를 알아볼까요(4)	5차시 ★	2019.11.15.	
7차시	여러 가지 모양을 만들어 볼까요	6차시 ★	2019.11.18.	✓
8차시, 10차시	[도전 수학] 어디에 있을까요 [탐구 수학] 건물을 설계해 도시를 만들어 볼까요-통합 운영	7~8차시	2019.11.18. (3~4교시)	
9차시	[얼마나 알고 있나요]	9차시	2019.11.19.	
	익힘 확인	10차시	2019.11.21.	

마. 5단원 <원의 넓이>

<표Ⅲ-6> 5단원 수업 흐름

계획 차시 (교과서 제시)	주제	실제 수업 흐름(강조 차시★)	수업 날짜	녹화 여부
1차시	단원 도입	1차시 ★	2019.11.25.	✓
2차시	원주와 지름의 관계를 알아볼까요			
3차시	원주율을 알아볼까요	2차시 ★	2019.11.26.	✓
-	재미있는 문제 해결	3차시 ★	2019.11.28.	✓
5차시	원의 넓이를 어렵해 볼까요	4차시 ★	2019.11.29.	✓
6차시	원의 넓이를 구하는 방법을 알아볼까요	5차시 ★	2019.12.2.	✓
4차시	원주와 지름을 구해 볼까요	6~7차시 ★	2019.12.2.~12.3.	✓
7차시	여러 가지 원의 넓이를 구해	8차시	2019.12.4.	

	볼까요 [도전 수학]			
8차시	공정한 경기를 하려면 어떻게 해야 할까요	9차시	2019.12.5.	✓
9차시	[얼마나 알고 있나요]	10차시	2019.12.6.	
10차시	[탐구 수학] 원의 넓이를 다른 방법으로 구해 볼까요	11차시	2019.12.9.	

바. 6단원 <원기둥, 원뿔, 구>

<표Ⅲ-7> 6단원 수업 흐름

계획차시 (교과서 제시)	주제	실제 수업 흐름 (강조 차시★)	수업 날짜	녹화 여부
1차시	단원 도입,	1차시★	2019.12.13.	✓
2차시	원기둥을 알아볼까요			
3차시	원기둥의 전개도를 알아볼까요	2차시★	2019.12.16.	✓
4차시	원뿔을 알아볼까요	3차시★	2019.12.17.	✓
5차시	구를 알아볼까요	4차시★	2019.12.19.	✓
7차시	[도전 수학] 원기둥의 높이를 구해 볼까요	5차시	2019.12.20.	✓
8차시	[얼마나 알고 있나요]	6차시[얼마나 알고 있나요] 과제로 제시 후 같이 확인함.	2019.12.23.	
6차시 9차시	종이 자동차 만들기	7~8차시	2019.12.24. (2시간)	

2. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 이금선 등(2008)의 연구에서 제시된 기준의 일부를 차용하여 본 연구자 자신이 2019년 2학기 동안에 수업한 초등 수학 6-2학기 내용 전체를 대상으로 수업 반성을 함과 동시에, 수업 반성 전과 후의 교사의 신념에 관한 연구는 임해경 등(2010)가 사용한 설문지를 차용하여 연구를 진행하고자 한다.

첫째 전반적인 수학 수업 분석 및 반성 준거의 전체적인 틀은 이금선 등(2008)의 연구에서 제시된 틀을 대부분 따랐으나, 문항들을 하나씩 표시하는 것

에 중점을 두기보다는 문항들을 토대로 전체적인 수업을 다시 되돌려보고 반성하면서 기술하는 형태로 분석하였으며, 상세한 내용을 제시하면 다음과 같다. 자신의 수업을 분석하고 반성하기 위해 본격적인 2학기 수업이 진행되기 전에 먼저 전반적인 단원의 흐름 및 내용을 살펴보고 수학 수업을 계획하였다. 수업 계획 시에는 수업 목표 및 전반적인 수업 활동 계획, 학생이 학습하면서 겪게 될 예상되는 난관 및 수업 시 유의사항에 대해 고민하였다. 또한, 한 단원에 약 10차시 분량의 수업이 계획되어 있었으며 차시별로 교사가 강조하고 싶은 부분과 핵심적이라고 생각되는 부분을 미리 선정하여 촬영 계획을 세웠다. 대부분 차시에서 녹화된 부분은 단원 도입 후 개념의 도입, 형성, 적용이 가능한 부분과 학생들의 의사소통, 추론 과정 등이 활발히 형성될 수 있는 부분이며 단원 끝부분에 나오는 [얼마나 알고 있나요], [탐구 수학]은 대부분 녹화를 하지 않고 수업을 진행하였다.

수업 후 반성 및 분석을 할 때는 교사의 모습이 보이게 촬영한 영상을 보면서 먼저 수업의 전반적인 흐름 및 교사와 학생들의 대사, 상호작용에 관해 기술하였다. 그다음에는 이를 바탕으로 준거의 전체적인 틀을 고려하여 수업의 전반적인 분석내용, 반성할 부분, 교사의 생각 등을 서술하였다. 수업 분석 및 반성 후에는 1차로 그 내용과 관련하여 지도교수님과 함께 의견을 주고받으며 피드백을 받았고, 2차로 수업 분석내용을 정리하여 다시 한번 의견을 교환하였다.

둘째, 교사의 신념에 관한 연구를 진행하기 위해서는 임해경 등(2010)가 사용한 설문지를 차용하여 분석하였다. 임해경 등(2010) 연구에서는 설문지, 면담, 관찰 등의 방법을 동원하여 예비 초등 교사와 초등 교사의 수학과 수학 교수-학습에 대한 신념의 특성과 변화를 알아보는 연구를 진행하였으며 선행 연구들을 참고로 하여 Likert-Style의 5지 선다형의 설문지를 제작하고, ‘반대되는 두 생각 중 가깝게 생각하는 정도’에 해당하는 곳에 표시하는 문항을 개발하였다.

<표 III-8>신념 조사 문항의 종류에 따른 문항 수(임해경 등, 2010)

문항 구분	수학에 대한 생각	수학 학습에 대한 생각	수학 교수에 대한 생각	수학 교수에 대한 태도
Likert-Style	14	15	13	10
가깝게 생각하는 정도	7		8	

IV. 연구의 실제

1. 수업 반성 전·후의 교사의 신념 및 변화 분석

본 연구자는 연구를 진행하기 전 교사의 신념이 어떠한지 파악하기 위해 아래의 문항들을 활용하여 먼저 조사하였고, 자신의 신념이 실제 수업에서 잘 드러나고 있는지 알아보고자 하였다. 교사의 신념을 파악하기 위한 문항들은 첫째 초등 교사의 수학에 대한 생각, 둘째 초등 교사의 수학 학습에 대한 생각, 셋째 초등 교사의 수학 교수에 대한 생각, 넷째 초등 교사의 교수 실제에 대한 태도로 구성되어 있다. 본 연구자는 수업 반성 전 교사의 신념이 어떠한지 파악하기 위해 아래의 문항들을 활용하여 먼저 조사하였고, 자신의 신념이 실제 수업에서 잘 드러나고 있는지 알아보고자 하였다. 또한, 단원별 수업 반성 후 동일한 도구를 이용해서 교사의 신념을 조사하고 수업 반성 전·후의 신념을 비교, 분석하였다. 신념의 비교 분석을 위해 수업 반성 전은 ▲로 표시하고 수업 반성 후는 ●로 표시하였다. 수업 반성 전과 후의 신념 변화가 없는 경우는 ★로 표시하였다.

가. 수업 반성 전·후의 초등 교사의 수학에 대한 생각 비교·분석

※연구 전과 후를 비교하여 변화된 신념에는 음영 처리하여 표시함.
 ▲(전): 수업 반성 전 교사의 신념
 ●(후): 수업 반성 후 변화된 교사의 신념
 ★: 수업 반성 전과 후가 일치할 경우

1) 수업 반성 전·후의 신념 비교 체크리스트

가) 초등 교사의 수학에 대한 생각 I (Likert-Style의 5지 선다형의 설문지)

<표 IV-1> 초등 교사의 수학에 대한 생각 I 전·후 비교

		전혀 아니다	대체로 아니다	보통 이다	대체로 그렇다	매우 그렇다
1	수학은 대부분 기억해야하는 사실과		●(후)		▲(전)	

	절차들이다.					
2	수학은 애매하지 않고 해석상 이견이 있을 수 있는 학문이다.			●(후)	▲(전)	
3	수학은 매우 가치 있는 학문이다.				★	
4	수학은 일관성이 있고 확실하고 모순이 없다.				★	
5	수학은 예측가능하고 절대적이며 고정되어 있다.		●(후)		▲(전)	
6	수학의 가장 중요한 역할은 과학이나 다른 분야에도 도구로 쓰인다는 점이다.			★		
7	수학은 계속해서 확장 된다.				▲(전)	●(후)
8	수학 내용은 수학 자체의 요구보다는 일상생활에서 발생하는 기본적인 요구로부터 비롯된다.			★		
9	수학이란 물리적 세계에서 나타나는 현상들을 설명하는 기호와 절차의 조직적이고 논리적인 체계이다.				★	
10	수학 공부는 인간의 정신을 논리적으로 추론하도록 훈련시킨다.				▲(전)	●(후)
11	옳은 답을 얻는 것이 왜 그것이 정답인지 이해하는 것보다 중요하다.		★			
12	수학은 응용된다.					★
13	수학은 역동적이고 문제를 도출한다.				★	
14	문제해결은 수학의 중요한 측면이다.				★	

나) 초등 교사의 수학에 대한 생각Ⅱ(‘반대 되는 두 생각 중 가깝게 생각하는 정도’에 해당하는 곳에 표시하는 문항)

<표 IV-2> 초등 교사의 수학에 대한 생각Ⅱ 전·후 비교

		1	2	3	4	5	
1	수학은 고정된 것이다.		▲(전)		●(후)		변하는 것이다.
2	예측하는 것이다.		▲(전)		●(후)		발견하는 것이다.
3	절대적인 것이다.			▲(전)	●(후)		상대적인 것이다.
4	심미적이지 않다.		▲(전)	●(후)			심미적이다.

5	확실한 것이다.		▲(전)		●(후)	의심의 가능성이 있다.
6	지루한 것이다.			▲(전)	●(후)	흥미 있는 것이다.
7	공식과 사실을 암기하는 것이다.		▲(전)		●(후)	창의적인 것이다.

2) 수업 반성 전·후의 초등 교사의 수학에 대한 신념의 변화 분석

(가) 수업 반성 전 신념 분석

-수학은 변하는 것이 아니라, 언제, 어디서든 시대와 장소에 별다른 영향을 받지 않고 고정된 답이 있다고 생각하였다. 따라서 수학 문제를 보면 문제에서 요구하고 있는 답을 제대로 풀어야 하며 그 답은 정해져 있으므로 답을 찾아 나가기 위해 노력해야 한다고 생각하였다.

-수학을 발견한다는 것은 수학자들의 영역이라고 생각하였다. 실제로 학생들에게 수학을 발견하는 일이란 어렵고 고차원적인 사고가 필요하므로 발견하는 것보다는 이미 발견되고 정해진 규칙을 알아보고 예측하는 수준에서 지도되어야 할 것 같다.

-수학의 심미성에 대해서는 최근에도 많이 이야기되고 있지만, 막상 생각해보면 관련 영역이 잘 떠오르지 않고 떠오르는 경우라고 해도 건축물, 타일, 테셀레이션 등 지극히 단순한 정도여서 수학의 심미성에 대해서는 긍정적으로 생각을 하기가 힘들었다.

-수학은 매우 확실한 것이고 정답이 정해져 있어, 학생들에게 개념, 절차, 약속 등으로 제시되기 때문에 의심의 가능성이 있는 것은 수학의 성질, 특성과는 맞지 않는다고 생각한다. 또한, 그러한 정답을 찾아 나가는 과정은 중요하다.

-수학의 흥미와 관련해서는 본 교사는 수학을 좋아하고 수학에 흥미가 있으나 현장에서 만나본 많은 학생은 특히 학년이 올라갈수록 흥미를 느끼지 못하는 경우를 많이 보았다. 수학을 어려워하고 위계와 연계성이 강한 학문이기에 어느 한 부분에서 막히면 손을 놓는 경우도 있었다. 수학의 학업 성취도가 높은 학생은 물론 수학에 자신감을 느끼며 수학에 대한 흥미를 가지고 있을 수 있다. 하지만 이와는 반대로 이미 많은 예습, 진도 등에 지쳐 오히려 학교에서 제공하는 수업, 또는 사고 활동 등에 흥미를 느끼지 못하는 경우도 있었다.

-공식과 사실을 암기하는 것이 수학의 전부라고 생각하는 것은 물론 아니지만, 수학은 정해진 답을 얻어나가기 위해 공부하고 학습하는 경우가 많기 때문에 창의적이라고 하기에는 약간의 거리가 있을 것 같다.

(나) 수업 반성 후 신념 분석

<수학에 대한 생각 I에 대한 조사 결과 분석>

-연구 전과 후에 교사 본인이 작성한 결과를 비교·분석해보자면 꽤 많은 변화들을 살펴볼 수 있었다. 그 중 '수학은 대부분은 기억해야 하는 사실과 절차들이다.'라는 항목에서 변화를 살펴볼 수 있었다. 연구 전에 본 교사는 '수학'이라는 학문은 절대적인 성향이 강하고 애매하지 않으며 해석의 다양성보다는 고정되어 있다는 생각이 강하였다. 그러나 대학원에 들어와 여러 강의를 듣고 다양한 의견들을 나누면서 수학은 기억해야 하는 사실과 절차로만 이루어져 있기보다는 다양성도 지니고 있으며 확장 가능한 부분을 지니고 있다는 생각이 들었다. 그렇다고 해서 수학이 마치 하나의 문장을 두고 어떻게 해석하느냐에 따라 수많은 의미를 만들어 낼 수 있는 성향을 지닌다고 생각하는 것은 아니다. '수학'이라는 교과 자체가 논리적이고 위계적이며 명확한 성질을 가지고 있는 것은 분명하나 그 외에 창의적이고 확장적이며 다양성의 성질 역시도 같이 지니고 있다는 것이다. 이에 따라 학생들에게도 정확히 하나의 답만 찾아내게 하는 것과 문제 풀이를 하나의 방법으로 또는 반드시 교과서에 제시된 방법 그대로 해결하게 하는 것은 바람직하지 않을 수 있겠다는 고민을 하게 되었다. 문제 해결 과정과 절차는 학생들이 발견할 수도, 학생들이 생각해 낼 수도(학생들 수준에서의 논리성이 확보된다면) 있다는 것이다.

-또한, 수학 공부는 우리가 논리적으로 생각하고 표현할 수 있도록 해주며, 추론하는 능력을 길러주는 데에도 매우 도움이 된다고 생각한다. 학생들은 수학을 단순히 계산하고 문제를 해결하여 답을 구하면 되는 과목 정도로 생각하는 경향이 강하지만 수학 교과목에 있어서 사고력은 매우 중요하며 수학과 교육과정에서 제시하고 있는 핵심역량도 학생들이 길러야 할 많은 사고력을 포함하여 제시하고 있다. 따라서 학생들이 자신들의 수준에서 수학적 사실을 추측하고, 정당화하며 그 과정과 결과를 표현하면서 서로 의견을 나누는 것 역시 수학과와 핵심이기 때문에 수학 공부 가 논리적으로 추론하도록 도와준다는 생각이 더 강하게 자리를 잡게 되었다.

<수학에 대한 생각 II에 대한 조사 결과 분석>

-위에서 이야기한 사실과 마찬가지로 수학은 고정된 것이 아니라 시대, 학자들의 발견, 상황 또는 어떤 조건에서 바라보느냐에 따라 변하기도 하고 상대적이기도 하

며 아직 발견되지 않은 것들도 꽤 있다는 생각이 들었다. 또한, 이전에는 수학이 심미적인 성향을 가지고 있을 것으로 생각하기가 힘들었지만, 수학은 변화할 수 있고 융합 가능하다고 생각하게 된 지금은 수학의 심미성에 대해서도 생각의 폭을 더 넓히게 되었다. 이와 비슷한 맥락으로 수학은 단순히 공식과 사실을 암기하는 것이 아니라, 때로는 발견하기도 하고, 소통을 통해 실생활과 또는 다른 주제, 교과들과 융합해나가기도 하며, 새로움을 생산해내기도 한다는 것을 느끼게 되었다.

나. 수업 반성 전·후의, 초등 교사의 수학 학습에 대한 생각 비교·분석

1) 수업 반성 전·후의 신념 비교 체크리스트

<표 IV-3> 초등 교사의 수학 학습에 대한 생각 전·후 비교

		전혀 아니다	대체로 아니다	보통 이다	대체로 그렇다	매우 그렇다
1	학생들이 교사의 설명에 의해 학습한 내용과 새로운 내용 사이에 관계를 아는 것이 중요하다.		●(후)			▲(전)
2	학생들은 수학의 실제적인 응용에 대해서 배우는 것이 중요하다고 생각한다.				★	
3	학생들은 수학 문제 해결에서 개별학습이 집단 학습보다 더 중요하다고 생각한다.		★			
4	나는 학생들이 생소한 문제에 도전하는 것이 중요하다고 생각한다. →교사의 신념과 맞지 않는 모습들이 실제 장면들에서 나타남.					★
5	암기하는 것은 수학 학습에 가장 중요한 도구 중의 하나이다.		●(후)		▲(전)	
6	학생들의 수학 성취도는 수학 교수의 적절함과 직접적으로 관련되어 있다.			★		
7	학생들이 수학을 잘하기 위해서는 창의적으로 사고하는 것이 중요하다.				★	
8	훈련과 연습은 학생들의 수학 이해를 돕는다.		●(후)		▲(전)	

9	구체물을 다루는 것은 초등학교의 모든 학년의 수학 학습에 적용된다.		▲(전)		●(후)	
10	초등학교 학생들에게 있어서 수학적 절차를 안다는 것은 왜 그런 절차를 적용해야 하는지를 이해하는 것보다 중요하다.		★			
11	학생들은 수학을 스스로 발견할 수 있다.		▲(전)		●(후)	
12	기억하는 것은 수학 학습에서 중요한 일 중 하나다.		●(후)		▲(전)	
13	학생들은 학교에서의 수학 학습보다 가정에서 과제를 함으로써 수학을 더 잘 하게 된다.		●(후)	▲(전)		
14	학생들은 스스로 답이 수학적으로 타당한지를 규명할 수 있다.			▲(전)	●(후)	
15	수학 문제의 정답은 오직 하나만 존재한다.		★			

2) 수업 반성 전·후의 초등 교사의 수학 학습에 대한 신념의 변화 분석

(가) 수업 반성 전 신념 분석

-본 교사는 학생들이 교사의 설명으로 새로운 내용을 습득하는 것을 중요하다고 생각하고 있으며 여기에서 교사 설명의 중요성을 강조하고 있다. 또한, 개별적인 학습보다는 전체적으로 앉아서 수업받는 것을 중요하다고 생각하고 있다. 수업 반성 전에 교사가 받아들인 집단 학습이란 그룹, 모듈별로 의견을 주고받는 학습이 아닌 교사의 설명과 학생들의 학습이 전체적으로 이루어지는 학습을 의미한다.

-5번 문항의 '암기하는 것은 수학 학습에 가장 중요한 도구 중의 하나이다.'라는 문항에 '대체로 그렇다'라고 대답하였는데 암기도 어느 정도 필요하다고 생각하고 있으며 때로는 암기가 수업할 때만이 아니라 학생들이 받아들이기에도 더 효율적일 때가 있다고 생각한다.

-6번 문항과 관련하여 학생들의 수학 성취도는 수학 교수의 적절함 뿐만 아니라 학생들이 얼마나 받아들이고 복습 등을 통해 자신의 것으로 만들 수 있느냐도 중요한 영향을 미친다고 생각한다.

-9번 문항의 구체물의 영향은 수학 학습에 있어서 어떤 영역을 학습하는지, 대상이 누구인지에 따라 다르게 미친다고 생각되며 학년이 위로 올라갈수록 구체물→반 구체물→추상화 등의 단계를 밟아나가기 때문에 위와 같이 답하였다.

-10번 문항은 교사가 중요시하게 생각하는 문항이며 교사가 느끼기에 학생들과의 신념, 의견과 비교하여 차이가 나는 문항이라고 생각한다. 본 교사는 학생들이 수학적 절차를 아는 것 역시 중요하지만 왜 그런 절차를 적용해야 하는지 역시도 이해하고 있어야 수학의 전반적인 과정 이해 및 사고력 증진, 더 나아가 이러한 것들을 창의·융합하여 활용할 수 있는 능력으로까지 확장할 수 있다고 생각한다. 반면에 학생들이 수업에서 보여주는 태도들을 보면 그 절차를 알고 문제에 적용하여 답을 구하는 것만을 중요시하는 경우가 많다. 따라서 '왜'에 대한 질문보다는 '어떻게', '정답이 어떤 것인지'에 관심이 더 많고, 정답이 무엇인지에 대해서는 확실하게 대답하더라도 '왜' 그러한지에 대해서는 확실히 대답하지 못하는 경우도 많이 볼 수 있었다.

-11번 문항은 수학의 발견은 전문적인 영역으로 여겨지고 학생들의 의지와 발견할 기회 제공 등이 부족할 것으로 생각된다. 또한, 학생들이 만약 연산, 문제 풀이만 중요시하고 어떤 답을 도출하느냐에만 관심을 둔다면 수학을 스스로 발견하는 것은 더욱더 어려울 것으로 생각된다. 이와 비슷한 맥락으로 14번 문항 역시 학생들이 타당함을 규명하고 증명하는 것은 어려우며 그만큼 관심과 흥미를 보이지 않는 경우가 많다.

(나) 수업 반성 후 신념 분석

-수업 반성 후에 교사가 받아들인 집단 학습이란 모둠 활동처럼 서로의 의견을 주고받을 수 있으며 협력하여 활동할 수 있는 형태의 학습을 의미한다.

-연구 전에는 수학 학습에 있어 교사의 설명이 학생들의 학습과 수업에 대부분의 영향을 차지할 만큼 중요하게 생각하였다. 그만큼 교사가 명확하고 논리적으로 설명을 해야 하고, 그렇게 되었을 때 학생들도 명확한 개념을 이해할 수 있다고 생각했었다. 학생들이 학습한 내용과 새로운 내용 사이의 관계를 아는 것은 중요하며 그 이해의 수단이 교사의 설명이라고 생각했었던 것이다. 그러나 내용을 이해하게 되는 수단이 오직 교사의 설명 뿐은 아니라는 경험을 이번 연구에서 많이 하게 되었다. 학생과 학생 사이의 의사소통, 학생과 교사 사이의 의사소통, 학생 스스로의 발견 등 다양한 상황에서, 학생이 참여하고 있는 상황에서 학생들은 더욱더 흥미를

느끼고 학습하며 이해하고 발견하고 있었다. 이는 결국 교사에게 기대되는 역할이 단순 지식의 전달자가 아니라는 의미이기도 하다. 미래의 사회가 변화함에 따라, 학습자에게 기대되는 역할과 역량들도 변화하고 있고 교사의 역할 또한 변화되었다. 단순히 절대적인 지식의 전달자가 아닌 학생들이 학습에 적극적으로 참여하여 학습할 수 있도록 촉진해주고 같이 해나가는 역할, 때로 방향을 잡기 어려워할 때 방향을 안내해주는 역할 등으로 변화하고 있다. 따라서 학습자의 이해에서 가장 중요한 도구는 교과서에 제시된 개념의 암기와 계산 훈련보다는 직접 수학의 내용을 탐구하고 관찰하면서 추론하고 정보도 처리하며 의사소통도 하는 과정이라고 생각한다. 만약 단순히 암기하는 것이 가장 중요한 수학 학습의 도구라면 교육과정에서 제시하고 있는 수학과와 궁극적인 목적과 이유가 사라질 것이다. 암기가 수학의 목표 또는 이유가 아니기 때문이다.

-그리고 이전에는 수학을 발견할 수 있는 것은 오직 전문가이고 우리는(학생들은) 제시된 것을 그대로 학습하기만 하면 된다고 생각했다. 물론 발견이라는 것은 쉽지 않으며 수학에 관심이 없고 의지가 없다면 이뤄지기가 어렵다. 하지만 여기서 중요한 것은 학습자의 수준에 맞는, 그 수준에서 자기 생각을 논리적이고 합리적으로 뒷받침하고 표현할 수 있다면, 작은 것(예: 이름 붙이기, 성질 추론하기 등)에서부터 발견할 수 있으며 이런 과정도 충분히 의미 있다고 생각한다. 그런 발견은 오직 전문가만의 영역이 아니라 학생 역시도 가능한 것이다.

다. 수업 반성 전·후의, 초등 교사의 수학 교수에 대한 생각 비교·분석

1) 수업 반성 전·후의 신념 비교 체크리스트

가) 초등 교사의 수학 교수에 대한 생각 I

<표 IV-4> 초등 교사의 수학 교수에 대한 생각 I 전·후 비교

		전혀 아니다	대체로 아니다	보통 이다	대체로 그렇다	매우 그렇다
1	훌륭한 교사는 학생들에게 같은 질문을 다양한 방법으로 제시해야 한다. →실제 모습과 일치하지 않고 있었음. 2018학년도 수업 분석 결과 수업 중 대부분이 교사의 설명이었고					★

	학생들에게는 단순히 식에 관한 결과(값)만을 묻는 말이 대부분이었음.					
2	효율적인 수학 교수는 교과서를 따르는 것이다. →많은 변화를 보인 부분임.	●(후)			▲(전)	
3	수학 교수에 대한 교사의 노력은 학생들의 수학적 능력 향상을 가져오지 않는다.	●(후)	▲(전)			
4	수학 학습에서는 매일 매일 과제를 부과하는 것이 중요하다.	★				
5	수학을 가르칠 때 개념의 수학적 의미나 문제 해결 절차를 강조해야 한다.				●(후)	▲(전)
6	한 가지 수학 내용을 가르치는데 보다 많은 표현(그림, 구체적인 자료, 기호 등)을 이용해야 한다.				●(후)	▲(전)
7	교사는 학생들의 수학 질문에 항상 답할 수 있어야 한다.			●(후)	▲(전)	
8	수업의 질을 높이기 위해서 주의 깊고, 철저한 수업계획을 세워야 한다.				★	
9	학습 부진아에 대해서도 수업의 초점을 맞춘다.			▲(전)	●(후)	
10	수학을 가르치는 중요한 목표는 학생들이 문제를 풀 수 있는 능력을 개발하고 수학적으로 생각하도록 도움을 주는데 있다. →수학과목의 목표 중 굉장히 중요한 부분을 차지한다고 생각함.					★
11	교사의 중요한 임무 중의 하나는 분명하고 논리적이며 정확한 방법으로 수학 내용을 학생들에게 전달해 주는 것이다. →많은 변화를 보임.		●(후)			▲(전)
12	교사만이 학생의 답이 정답인지를 결정할 수 있다.	★				

13	학생들에 대한 이해와 관심이 수학을 가르치는데 필수적이다.						★
----	----------------------------------	--	--	--	--	--	---

나) 초등교사의 수학교수에 대한 생각Ⅱ

<표 IV-5> 초등 교사의 수학 교수에 대한 생각Ⅱ 전·후 비교

		1	2	3	4	5	
1	개별적인 학습을 필요로 한다.			▲(전)	●(후)		그룹학습을 필요로 한다.
2	반복연습을 필요로 한다.		▲(전)		●(후)		통찰을 필요로 한다.
3	기억을 잘 시키는 것이다.					★	이해를 잘 시키는 것이다.
4	명확한 설명을 한다.		▲(전)	●(후)			흥미있는 설명을 한다.
5	교사의 지시를 따르도록 한다. →실제 신념과 일치하지 않는 모습을 보였었음.				▲(전)	●(후)	학생들이 참여하도록 한다. →많은 변화를 보임.
6	일관성을 유지한다.		▲(전)		●(후)		다양성을 확보한다. →변화를 꾀 보임.
7	교사의 노력이 중요하다.			★			학생의 노력이 중요하다.
8	수업안에 따른 수업을 한다.			▲(전)		●(후)	융통성있는 수업을 한다. →변화를 꾀 보임.

2) 수업 반성 전·후의 초등 교사의 수학교수에 대한 신념의 변화 분석

(가) 수업 반성 전 신념 분석

<교사의 수학 교수에 대한 신념 분석 I>

-2번 문항과 관련해서 본 교사는 수학 수업 시 교과서를 따르는 것이 효율적이라고 보았고 수학 교과서를 따르지 않으면 불안하고, 가르치지 않은 것 같고, 진도를 따라가지 못할 것 같은 두려움을 가지고 있다. 그래도 본 교사가 초임 교사였을 때

와 비교하면 교과서는 교육과정을 구현하기 위한 매개체 역할을 하는 것이며 때에 따라서는 학생들과 상황에 맞게 재구성하는 것이 바람직하다고 생각하는 경향이 더 커졌다.

(→그러나 실제 교수·학습 장면에서는 이러한 경향을 찾아보기가 힘들었다.)

-또한, 교사의 역할은 학생들이 수학 개념에 대해 헛갈리지 않도록 논리적이고 정확한 방법으로 내용을 전달해 주어야 하며 수업의 질을 위해서는 수업 계획을 잘 세우고 해당 학생들에 대한 이해와 관심이 있어야 한다고 생각하고 있다는 것을 볼 수 있다.

<교사의 수학 교수에 대한 신념 분석Ⅱ>

-수학은 단순한 암기, 기억이 아닌 이해를 하는 것이 중요하다. 또한, 수학은 여러 해석이 있다기보다는 일관성을 지니며 확실하므로 수학 교수 역시 일관성을 유지하는 것이 중요하다고 생각한다. 하지만 수업에서 중요한 주체는 학생이기 때문에 학생들이 참여하여 이해할 수 있도록 하는 수업이 중요하고 그렇게 되었을 때 학생들에게도 진정한 이해가 일어날 수 있다.

(→그러나 2018학년도 1학기 수업 장면에서는 이와는 배치된 모습을 많이 보였다.)

-또한, 특히 수업안에 따른 수업과 융통성 있는 수업 사이에서 중간을 선택한 것으로 보면 융통성 있는 수업도 중요하지만 그만큼 교육과정과 교과서에 제시된 흐름대로 수업하고 계획된 수업을 진행하는 것도 중요하다고 생각하고 있음을 알 수 있다.

(나) 수업 반성 후 신념 분석

-수학 교수에 대한 신념 중 눈에 띄게 보이는 변화 중의 하나는 2번 문항과 11번 문항이다. 2번 문항은 ‘효율적인 수학 교수는 교과서를 따르는 것’이라는 생각으로 사실 예전에는 교과서를 충실히 따르는 수업을 했었다. 어떻게 보면 정해진 날짜에 맞춰 교과서 진도를 나가는 것에 수업의 초점을 두었었고 그렇게 하지 않으면 불안하기도 하였다. 따라서 어떤 날은 촉박하게 수업을 하던 때도 있었다. 그러나 학생들에게 교육과정에 제시된 것들을 학습하게 하고 학생들의 핵심역량을 길러주기 위해서는 교과서의 흐름, 배열은 바꿀 수도 있고 때로는 1차시를 2~3시간에 걸쳐 학습할 수 있으며 교과서에 제시된 내용의 흐름보다는 교과서 없이 수업하는 것이 더욱더 학생들의 사고력 발전 및 목표 도달에 효율적이라면 그렇게 수업하는 것이 좋다는 것을 경험하게 되었다. 수업의 주체는 학생이며 학생이 이해하는 것이 중요하

기 때문이다. 이 부분은 이제까지 교사가 약간의 두려움으로 놓지 못했던 것들을 수업 분석과 반성을 통해 하나씩 적용해봄으로써 많은 도움을 얻게 된 부분이다.

-또한, 교사는 ‘학생들의 수학 질문에 항상 답할 수 있어야 한다’라는 문항과 관련된 신념 분석을 해보자면 수업을 하다 보면 예기치 못한 상황들이 많이 발생한다. 그래서 수업은 절대 쉽지 않고, 수업에 있어서 전문성을 띠는 것 역시도 하루아침에 되는 것이 아니다. 수업이 이루어지는 교실은 그 배움이 일어나는 장소가 교실이 아닌 밖이 될 수도 있으며, 수업에 참여하는 학생들의 경험, 가치관, 생각들이 매우 다양하므로 수업의 모든 상황과 학생들의 질문을 전부 예측하는 것은 불가능하다. 그러나 예전에는 학생들의 돌발 질문 혹은 대답하기 어렵거나 곤란한 질문을 받는 것에 익숙하지 않았었다. 어떻게 보면 당연하였는지도 모른다. 교사의 역할을 정확한 지식을 전달하는 전달자로 한정 지어 버린다면 저러한 예상치 못한 상황과 질문은 받아들이기 힘든 상황이기 때문이다. 그러나 지금은 그러한 질문은 언제든 나올 수 있으며 오히려 학생들의 참여와 의사소통이 활발히 일어날 때 저러한 질문들도 나오게 된다는 것을 경험하게 되었다. 따라서 오히려 어떤 경우에는 의미 있는 학생들의 질문들을 들으면서 같이 생각해보기도 하고 그러한 질문들이 좋은 수업의 소재가 되기도 하였다. 또한, 이러한 질문들이 많이 나온다는 것은 그만큼 수업이 학생 중심으로, 학생 참여가 가득하게 이뤄지고 있다는 증거가 될 것이다. 실제로 본 교사도 다른 과목을 수업하면서는 그런 질문들을 꽤 받아보았지만, 수학은 학생들이 교과서에 제시된 내용 안에서 질문을 하기 때문에 곤란한 질문들을 들어본 경험이 딱히 없었다. 그러나 이번 연구를 진행하면서 학생들의 의미 있는 질문도 많이 접하게 되었고 대부분은 답을 할 수 있었지만 때로는 답을 하기 어려운 질문들로 인해 교사 자신이 연구하고 더 생각해보고 다음 시간에 같이 이야기를 나누는 경험도 해보았다. 물론 그러한 질문이 아직도 당황스럽지만, 오히려 어떨 때는 그러한 질문이 기다려지기도 한다. 그러한 질문으로 인해 수업은 또다시 풍성하게 흘러갈 수 있고 학생들도 그만큼 흥미를 느끼고 수업에 참여하기 때문이다. 그럴수록 더욱더 수업의 주인은 학생이 되어간다.

라. 수업 반성 전·후의 초등 교사의 교수 실체에 대한 태도 비교·분석

1) 수업 반성 전·후의 신념 비교 체크리스트

<표 IV-6> 초등 교사의 교수 실체에 대한 생각 전·후 비교

		전혀 아니다	대체로 아니다	보통 이다	대체로 그렇다	매우 그렇다
1	나는 수학에서 새롭고 어려운 개념		▲(전)		●(후)	

	을 가르치는 것을 좋아한다.					
2	나는 학생이 수학 학습에 대해서 혼 등을 일으키면, 다시 보다 천천히 그 내용을 되풀이 해 준다.			▲(전)	●(후)	
3	나는 수학 시간에 학생들에게 문제 를 풀기 위해서 조작적인 자료 혹은 그림들을 많이 사용한다.	▲(전)		●(후)		
4	나는 명확한 답이 없는 문제들을 해 결하도록 한다.	▲(전)		●(후)		
5	주로 전체 학습을 통해 배울 내용을 가르치고, 그리고 나서 학생들은 개 별적으로 활동한다. →이번 연구에서 많이 변화된 부분 중에 하나라고 생각됨.	●(후)		▲(전)		
6	나는 수학을 가르칠 때 자주 학생들 에게 그들의 생각을 표현하도록 요 구한다. →많은 변화를 보인 부분 중 하나임.	▲(전)			●(후)	
7	나는 실제로 수학을 가르치는 동안 학습 상황이 어려워지면 당황한다.			●(후)	▲(전)	
8	나는 수학 수업에 있어서 정리에 도 달하는 과정을 상세하게 설명해 준 다.	▲(전)		●(후)		
9	나는 자주 학생들에게 계산 기능의 연습 및 훈련을 하도록 이야기한다. →2018 1학기 수업 분석내용과 배치 되는 부분	★				
10	나는 누구보다도 수학을 잘 가르칠 자신감을 가지고 있다.	▲(전)			●(후)	

2) 수업 반성 전·후의 초등 교사의 교수 실제에 대한 신념의 변화 분석

(가) 수업 반성 전 신념 분석

본 교사가 작성한 문항들을 전체적으로 보면 신념이 확실하게 잡혀있지 않고 상
황에 따라, 문항에 따라 달라지는 경우도 볼 수 있었다.

예를 들어 본 교사는 ‘학생들이 생소한 문제에 도전하는 것이 중요하다고 생각한다’
에 ‘매우 그렇다’라고 답하였지만 정작 암기하는 것은 수학 학습의 가장 중요한 도

구라고 생각하고 있으며 ‘학생들은 수학을 스스로 발견할 수 있다’라는 항목에 대해서는 ‘대체로 그렇지 않다’라고 생각하고 있었다.

또한, 실제 교수에서 본 교사는 ‘명확한 답이 없는 문제들을 해결하도록 한다’라는 문항에 ‘대체로 아니다’라고 답한 것으로 보아 학생들의 도전 정신과 학생의 참여가 중요하다고 생각하고 있으나 정작 학생들이 수학을 발견하는 것에 대해 부정적으로 생각하고 있으며 실제 수업에서도 도전 활동, 탐구 활동들이 제대로 이루어지지 못한다는 점에서 교사의 생각과 배치되는 면을 보인다.

또한, 본 교사는 교사의 지시를 따르는 것보다는 학생들이 참여하도록 하는 것이 더 중요하다고 생각하고 있다. 반면에 교사의 역할은 명확한 설명을 하는 것이고 다양정보다는 일관성을 유지하는 것에 더 초점을 두고 있는 것으로 보아, 학생의 참여가 중요하다고 생각하면서도 한편으로는 수학 수업에서 교사의 명확한 설명이 학생들의 이해를 촉진하는데 대부분의 역할을 차지할 만큼 중요한 것으로 생각하고 있다.

이와 더불어 교사가 가지고 있는 신념이 실제 수업에서 보여주는 모습과 일치하고 있는가에 대해서도 살펴볼 필요가 있다. 예를 들어 ‘훌륭한 교사는 학생들에게 같은 질문을 다양한 방법으로 제시해야 한다’라는 항목에 대해서는 ‘매우 그렇다’라고 대답하였고, 학생들이 ‘생소한 문제에 도전하는 것이 중요하다고 생각한다’에 대해서도 ‘매우 그렇다’라고 답하였다. 그러나 실제 수업(2018학년도 1학기 수학 수업)을 관찰하여 분석한 결과 수업에서 나온 말 중 대부분은 교사에게서 나온 개념, 풀이 과정에 대한 설명이었고 학생들은 교사의 설명을 따라갈 뿐이었다. 교사의 다양한 발문을 찾아보기가 힘들었다. 또한 ‘나는 자주 학생들에게 계산 기능의 연습 및 훈련을 하도록 이야기한다.’라는 문항에 ‘대체로 아니다’라고 답하였으나 실제 수업에서는 학생들에게 비율을 구하는 방법을 단순히 답하게 하고, 반복 및 훈련을 하는 느낌들이 강했다.

이렇게 교사의 신념 자체도 문항에 따라 조금씩 흔들리는 모습을 볼 수 있었고 실제 교수 태도와 맞지 않는 부분도 있었다. 교사가 신념과 관련된 문항에 답한 결과들과 대학교, 대학원 등에서 배운 경험 및 학교 현장에서 쌓은 경험 등을 토대로 수학, 수학 학습, 수학 교수 등에 대해 본 교사가 가지고 있는 전반적인 신념을 정리해보자면 다음과 같다. 본 교사는 ‘좋은’ 수학 수업이란 학생들이 참여하는 수업임과 동시에 그 수업에서는 명확하고 확실한 개념 또는 변하지 않는 수학적 사실, 문제들의 답을 찾아 나가야 한다고 보고 있다. 또한, 교사는 명확하고 일관되게 학생들에게 올바른 개념을 전달해야 하는 역할을 지님과 동시에 학생들의 참여가 활발히 이루어지는 수업을 지향하고 있다고 볼 수 있다.

(나) 수업 반성 후 신념 분석

위에서 언급했듯이 이전에는 본 교사가 학생들에게 수학의 개념 및 지식을 전달하고 가르치려는 모습이 강했기 때문에 새롭고 어려운 개념을 가르치는 것이 어려웠다. 물론 지금도 새로운 개념을 가르쳤을 때 학생들이 어려워하고 혼란스러워하는 모습을 보이거나, 교사가 가르치면서 당황하게 되는 것에 대한 두려움이 있다. 그러나 이제는 수업에서 교사가 모든 것을 다 가르쳐야 한다는 생각에서 벗어나면서 본 교사가 가진 신념도 변화된 것을 볼 수 있었다. 교사는 학생들이 수업에 참여할 수 있도록 도와주고 스스로 문제도 해결하도록 옆에서 지켜봐 주고 촉진하는 역할을 하며, 이러한 역할이 의미 있다는 것을 직접 경험하게 되었다. 물론 여기서 지켜봐 준다는 것이 손 놓고 가만히 있음을 의미하지 않는다. 예를 들어 학생들의 해결 방법을 지켜보면서 교사는 바로 다음 활동에서 어떤 내용을 선정하고 계열 짓는지를 끊임없이 생각하고 활동도 조정하게 된다. 때로 학생들이 교사와의 의사소통보다는 학생들 간의 의사소통을 통해 무언가를 깨닫고 자기 생각을 서로 고쳐나가는 것을 보면서 모든 것을 교사가 혼자서 해야 한다는 부담과 두려움, 새로운 개념을 가르치는 것에 대한 어려운 마음들이 조금은 바뀐 것 같다.

그리고 이번 연구를 통해 교과서에 계획된 차시 외의 차시를 편성하여 학생들에게 교과서에 제시된 문제들 외에도 다양한 문제들을 주고 서로 해결하고 이야기해보게 하는 경우들도 있었다. 이 경우에는 특히 학생들끼리 충분히 의사소통하게 한 후 자신들의 생각을 지속해서 표현하게 하고 타인의 생각을 들어보도록 많이 요구하였다. 이것 역시도 본 교사의 수업에서 굉장한 변화가 있었던 부분이라고 생각한다. 그전에는 수업에서 다루는 문제가 교과서에 제시된 정형화된 문제들이 전부였다. 또한, 수업에서 대부분의 언어는 교사를 통해 나왔고 설명하는 내용이 주를 이루었다. 학생들도 이야기하긴 하지만 교사의 질문에 대답하고 답을 이야기하는 등 한정적이고 단답형의 문장이 많았고 교사가 어떤 개념을 설명해주는 부분이 많았다. 물론 수학에서 개념은 중요하고 위계성을 가지고 있기 때문에 기본적인 올바른 개념의 이해는 수학의 바탕을 이루는 중요한 학습 요소이다. 따라서 명확하고 논리적으로 설명해야 할 필요가 있으며 학생 역시도 오개념이 아닌 바른 개념을 이해하는 것이 중요하다. 이러한 개념 이해의 중요성을 부인하는 것은 아니다. 다만 개념을 학생들이 이해할 때 어떤 방법을 활용할 수 있을까? 학생의 이해에 초점을 맞추어 교사가 처음부터 완성된 개념을 전달하고 주입하기보다는 학생들이 흥미를 가지고 스스로 도전해보고 난 후 교사가 학생들이 바른 개념을 학습할 수 있도록 도와주며, 바르게 이해를 했는지 확인하며 수업을 운영하는 것이 학생들에게는 더 흥미 있고 유의미하지 않을까 하는 생각을 해본다.

2. 교사 자신의 단원별 수업 분석 및 반성

가. 2019학년도 1학기에 검사한 학생들의 과목 선호도

본 교사는 학생 중심 수업의 필요성과 중요성을 느끼고 있으며 수업의 주체가 학생들이 되기 위해 선행되어야 할 것은 학생들에 대한 이해이다. 따라서 해당 학년도의 6학년 A반 학생들이 교과목에 대해 어떠한 생각을 하고 있는지 알아보기 위해 1학기에 간단한 질문지를 작성해보게 하였고 그 결과를 정리해보면 다음과 같다.

<표 IV-7> 2019학년도 6학년 A반 학생들의 과목 선호도

1. 내가 제일 좋아하는 과목(2가지와 그 이유)-대부분 학생이 체육 교과를 제일 많이 선호하기 때문에 여러 교과목 중 2가지의 과목을 골라서 이유를 적을 수 있도록 함.

과목	선택한 학생 수	비고(수학 과목을 좋아하는 이유를 선별하여 기술함)
국어	0	체육 > 미술 > 실과 다음으로 사회와 함께 5명의 학생이 선택하였다. 그 이유로는 다음과 같은 생각들을 하고 있음을 볼 수 있었다. -재밌어서/쉬워서/수학을 좋아해서 -재밌어서/쉬워서 -어려운 문제를 내가 스스로 풀면 마음이 시원하다. -어렵지만 배울수록 재미있다. -(1위로 선택한 학생) 문제를 풀어나가는게 재미있고 문제를 다 풀면 느껴지는 쾌감이 있기 때문이다. 특히 어려운 문제나 수학 경시대회 문제를 풀 때 쾌감이 크다.
수학	5	
사회	5	
과학	1	
영어	3	
음악	0	
미술	10	
체육	17	
실과	12	
도덕	0	

2. 내가 싫어하는 과목(2가지와 그 이유)

과목	선택한 학생 수	비고(수학 과목을 싫어하는 이유를 선별하여 기술함)
국어	4	-사회, 도덕 다음으로 과학과 같이 7명의 학생이 선택하였음 -곱셈, 뺄셈 등 그런 것을 하기 귀찮기 때문에 -(1위로 선택한 학생) 복잡하고 어려워서 내가 제일 못하고 수학 수업만 들으면 머리가 아프기 때문에 -머리가 복잡하기 때문에 -더하거나 빼고 머릿속이 복잡하기 때문에 -셈하는게 약해서, 다른건 재미있다 -어려워서 -어렵고 재미없다
수학	7	
사회	11	
과학	7	
영어	4	
음악	4	
미술	2	
체육	0	
실과	0	
도덕	11	

나. 2015 개정 수학 6-2 교과서의 단원별 수업 분석 및 반성

본 교사가 수업 반성을 위해 활용한 수업 전, 중, 후의 반성적 분석 준거는 이금선 등(2008)의 연구에서 제시한 틀 중 본 연구에서 중점적으로 다룰 준거를 선별하여 활용하였다. 먼저 수업 전 반성은 준거가 제시된 표에 서술하는 식으로 진행하였고 수업 중·후 반성은 실제 수업 장면과 함께 기술하는 식으로 진행하였으며 실제 수업에서 활용한 반성 준거는 <표Ⅱ-2>에서 제시하였으므로 생략한다. 수업 중·후 반성 내용 중 생각해 볼 만한 내용 및 핵심적인 부분은 굵은 글씨로 표시하였다.

1) 1단원 <분수의 나눗셈>

각 단원별 수업 흐름은 Ⅲ. 연구 대상, 방법 및 절차의 p. 17~22에 제시하였으므로 여기서는 생략한다. 또한 [얼마나 알고 있나요] 차시는 학생들의 이해정도를 확인하는 것으로 사용하여 따로 촬영 및 분석을 진행하지 않았다.

가) 1단원 학생 선호도 조사 결과

① 이 단원에 나는 얼마나 흥미가 있나요?

- 1) 매우 흥미가 있다(2명), 2) 흥미가 있다(6명), 3) 보통이다(12명),
4) 흥미가 없다(6명), 5) 매우 흥미가 없다(0명).

② 이 단원에 대한 나의 자신감은 어느 정도인가요?

- 1) 매우 자신 있다(6명), 2) 자신 있다(6명), 3) 보통이다(11명),
4) 자신 없다(3명), 5) 매우 자신 없다(0명)

③ 이 단원에 흥미가 있다면 그 이유를, 흥미가 없다면 그 이유를 또는 자신이 있거나 없다면 그 이유를 써 보세요.

-지루하고 복잡한 계산이 싫다, 연습을 해서 쉬울 것 같다, 다른 방법이 기대된다. 어려울 것 같다, 암산을 해야해서 흥미가 없다 등

나) 수업 분석 및 반성 내용

(1) 수업 전 반성 준거 및 내용

<표IV-8> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(1단원)

		분석내용	
수업 전 반성	교수 관점	수학 교과 지식의 이해	<p>◆나는 이번 수학 수업에서 가르칠 수업 목표와 학생들에 대해 충분히 이해하고 있는가?</p> <p>-교수할 수학적 내용과 실생활과의 관련성을 고려했는가? →수학적 내용과 실생활과의 관련성, 핵심역량 중 수학적 태도에 대해 본 교사가 강조하고 싶은 내용이기 때문에 중요한 관점이라고 생각한다.</p>
		수업 설계	<p>-이 수학 수업에 대한 적절한 교수 방법 및 전략을 생각하고 있다면 그 방법 및 전략을 선택한 이유는 무엇인가? -(그림 그리기, 학생들과 의견 나누기) 이번 단원에서 강조할 내용은 학생들이 분수의 나눗셈을 단순히 기계적으로 푸는 것이 아니라, 다양한 방법으로 풀어보게 하고 원리를 스스로 생각해보며 친구들과 의견을 공유하는 활동을 중점적으로 진행하려고 한다.</p>
	학생 특성의 이해	<p>-학생들의 참여를 지원하기 위한 방법을 생각하고 있는가? -학생들의 수학적 오류와 오개념에 대한 지식을 갖고 그것에 대한 대처 방안을 마련하여 수업에 임하는가? -학생들의 수학 능력을 고려한 집단 운영 방법을 선택했는가?</p>	

	<p>-학생들의 수준에 맞는 수학 수업 내용을 구성하는가?</p> <p>-학생들 중 특히 이번 단원을 예습한 학생들은 원리를 알아보는 것보다는 단순히 기계적으로 공식을 이용하여 문제를 푸는 것에 더 관심을 두지는 않을까 염려된다.</p> <p>-수학 학습에 어려움을 겪는 학생은 분수의 나눗셈 계산 시 많은 오개념을 보일 것으로 생각한다. 예를 들어 분수 나누기 분수에서 분모가 같은 경우 분자끼리 나뉘도 된다는 원리를 이해하지 못한 채 그냥 풀 경우 $\frac{6}{8} \div \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$ 이렇게 답을 제시하거나 분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꿔서 풀 때 원리를 이해하지 못해 $\frac{6}{8} \div \frac{2}{8} = \frac{6}{8} \times \frac{2}{8} = \frac{12}{64}$ 이렇게 해결하는 경우가 있을 수 있다고 생각된다.</p> <p>-학생들의 수준이 다양하므로 개인, 3명(짝), 6명(그룹), 반 전체로 때에 맞게 집단을 구성하여 수업할 계획이다.</p>
--	---

(2) 실제 수업 분석 및 반성

(가) 2019. 08. 26. (월) <단원 도입>

-선호도 조사 및 선수학습 정도 조사

$1 \div \frac{1}{2}$ 을 그림으로 나타내서 설명해보기 → 돌아다니며 관찰

<표IV-9> 수업 관찰 및 수업 반성(8.26.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>$1 \div \frac{1}{2}$을 그림으로 나타내기</p> <p>→대부분 학생이 그림으로 설명을 해보라고 하니, $1 \div \frac{1}{2} = 1 \times 2 = 2$의 형태로 바꾸어 그것을 그대로 나타내는 경우가 많음, 학생들이 $1 \div \frac{1}{2}$을 어떻게 계산할 것인가의 과정, 원리를 생각하지 않은 채 이미 다른 데서 예습한 내용을 그대로 적은 것으로 보임, 곱셈으로 바꾸는 과정도 그 원리를 이해하지 못하고 그냥 나누기를 곱하기로 바꾼 후 뒷 분수의 분모 분자를 바꿔서 계산해야 한다고 예습한 내용을 그대로 그림으로 나타냄.</p>

	 <p style="text-align: center;"><그림 IV-1> $1 \div \frac{1}{2}$을 그림으로 학생들이 나타낸 결과(교사가 정리함)</p>
수업 반성	<p>√이 일을 계기로 교사가 수업 전에 예상했던 대로 학생들은 단순히 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 풀고 있었다는 것을 알 수 있었다. 그리고 나눗셈의 원리를 생각해 본 경험이 별로 없고 아직 학교에서 배우지 않은 방법으로 답만 구하는 것에 집중하고 있었다. 따라서 앞으로 수학적 원리, 자신만의 해결방법 등을 찾아보고 친구들과 의견을 공유해보는 시간을 많이 가져야겠다고 생각했다.</p>

(나) 2019. 08. 27. (화) <1단원 2차시 (분수)÷(분수) 알아볼까요(1)>

장면❶

- 전 차시 복습: $1 \div \frac{1}{2}$ 는 얼마인지 그림으로 그려서 설명하기
- 학생: 1은 $\frac{1}{2}$ 이 2개 있으니깐 2예요. -다른 학생 반응: 오
- 교사: 어떻게 알았어요? 학원에서 배운 게 갑자기 생각났어요.
- 교사: 그렇다면 $2 \div \frac{1}{3}$ 은 얼마일 것 같은지 질문.($1 \div \frac{1}{2}$ 의 답이 2인 이유에 대해 원리를 알고 있는지를 확인해보고 적용할 수 있는지를 알아보기 위해 추가로 질문함.)
- 학생: 6이에요.
- 교사: 이유를 같이 설명해보게 함.
- 학생: 고민 후 $\frac{1}{3}$ 이 2개 되려면 몇 개가 필요한지 계산해서 알아냄.

- 다른 학생: 1에서 $\frac{1}{2}$ 을 2번 뺄 수 있어서 2예요
- 교사: (아까 첫 학생에게 질문) 그럼 그 나눗셈 방법과 결과를 그림으로는 나타냈나요?
- 학생: 대답을 하지 않음, (둘러보면서 그림을 보니까 대부분 1을 $\frac{1}{2}$ 씩 2번 빼는 것으로 나타냄)
- 교사: 이것을 그림으로 나타내면 어떻게 나타낼 수 있나요?
- 학생: 대답이 거의 없음
- 교사: (교사가 한 명 지목), 어제랑 나타낸 그림과 달라?
- 학생: 아니요.
- 교사: 설명해볼 사람?
- 학생: 손들지 않음.
- 교사: (설명함) 일단 1을 어떻게 나타낼 수 있나요?
- 학생: 동그라미 또는 네모
- 교사: 그럼 이 전체가 1, 그림으로 나타낸다면 나누기 $\frac{1}{2}$ 은?
- 학생: 반만 색칠해요.
- 교사: 선생님은 먼저 뺄셈으로 설명해 볼 건데 1의 반은 $\frac{1}{2}$ 이니깐 반씩 이렇게 빼주면 0이 되겠지? (칠판에 그리면서 설명) 그림 $\frac{1}{2}$ 을 몇 번 빼는 거예요?
- 학생: 2번이요.
- 교사: 그렇죠. 뺄셈으로 1을 $\frac{1}{2}$ 씩 2번 뺄 수 있어요.
- 교사: 또 이외에도 몇 배의 개념으로 설명, 전체 1을 수직선으로 그리고 $\frac{1}{2}$ 을 2배 하면 1이죠, 이렇게 몇 배의 개념으로 설명할 수 있어요.
- 장면② 오늘 배울 내용 알아보시다. (분수)÷(분수)
- 교사: 저번에 배운 거랑 다른 점을 뭘까요?
- 학생: 분모가 같아요/역수를 사용해요(미리 예습한 학생)
- 교사: 예전과 다르게 이번에는 분수÷분수를 해볼 거예요.

- 교사: 첫 번째, 이번 차시에 나와 있는 분수의 특징은?
- 학생: 분모가 똑같아요.
- 교사: 수학 공책을 꺼내서 실생활에서 분수÷분수를 볼 수 있는 경우, 분수÷분수를 해야 하는 경우, 또는 분수÷분수가 필요한 경우 상황을 1가지만 적어보세요. 교과서에 나온 것처럼 지어서 해도 된다고 이야기함.
- 학생: 생각이 안 난다, 피자로 해도 돼요?
- 교사: 피자 좋아요, 분수에 자주 나오죠.
- 학생: (손들고 질문함) **하나는 피자로 하고 한 분수는 케이크로 해도 될까요?**
- 교사: 좋은 질문이야! 한번 해볼까? 그렇게 문제를 내보자.

-시간이 흐른 후-

- 학생: 안 될 거 같아요,
- 교사: 왜?
- 학생: 단위? 그런 게 달라서요 →학생이 정확한 언어를 사용하여 설명하는 것은 어려워했지만 그 이유를 스스로 알아냄.
- 교사: 이렇게 문제를 내는게 어려운데 만들어 보는 이유는 실제 생활을 하다 보면 분수의 나눗셈이 필요한 상황이 생김을 이야기함.
- 교사: 이번 단원의 목표는? 분수 나누기 분수는 답 얼마요, 이렇게 답을 구하는 것만이 하나의 목적이라기보다는 그 원리 등을 생각해보고 설명해보는 활동을 해볼 것이라고 이야기함.

장면 ③ 학생들이 공책에 적은 문제를 발표함.

- 학생: 나누기 문제가 아니라 곱하기가 되어버렸어요.
- 교사: 아 어떻게 했는데?
- 학생: 네 사람이 있는데 한 사람이 $\frac{2}{8}$ 조각씩 먹었다면 총 몇 조각일까?
- 학생: (시간이 흐른 후 다른 학생들이 대답) 한 조각이요
- 교사: 한 조각이겠지요? $\frac{2}{8}$ 는 $\frac{1}{4}$ 이니깐 네 사람이 먹었다면 총 1판이 되겠지?
- 교사: 또 다른 나눗셈 문제?
- 학생 1: 옷이 $\frac{20}{5}$ 개가 있을 때 반을 팔면 몇 개가 될까요?
- 학생 2: 물이 $\frac{4}{5}$ 있으면 $\frac{1}{5}$ 씩 나누어 담으면?

-학생 3: 남은 피자 $\frac{4}{12}$ 조각을 $\frac{2}{12}$ 씩 먹으면 몇 명이 먹을 수 있나요? .

- 이외에도 또는 $\frac{10}{1}$ 이렇게 나타내는 일도 있음.→자연수인데 분수처럼

-교사: 자연수로 지금 문제를 만든 경우가 많은데 그러한 나눗셈 상황에서 분수를 들여놓아서 생각할 건데 일단 우리 책에는 어떤 문제가 나와 있는지 보자. (교과서 문제 확인)이 문제를 해결하는 식을 쓸 수 있을까요?

-학생: 네. $\frac{4}{5} \div \frac{1}{5}$ 이요.

-교사: 어떻게 알았어?

-학생: 분수 나눗셈 배우니까요/책에 나왔어요.

-교사: 우리가 배우는데 분수 나눗셈이라서 분수로 쓰는 게 아니라 일단 한번 잘 생각해보자. (분수의 나눗셈이 어려울 수 있어 일단 자연수로 바꿔서 풀어보자고 제안함) 이거 우리 문제를 일단 자연수로 바꿔보자. 자연수로 바꿔서 문제를 선생님이 똑같이 내볼게. 먼저 너희가 좋아하는 치킨 14조각을 한 그릇에 7조각씩 담으려고 합니다. 몇 그릇 필요하나요?

-학생: 2그릇이요

-교사: 식으로 나타내면?

-학생: $14 \div 7 = 2$ 에요.

-교사: 이거랑 똑같은 거야, 식을 알 수 있어야 해.

-교사: (이번에는 해결 방법을 확인하기 위해 교과서 그림을 제시함) 밑에 그림이 나와 있는데 $\frac{3}{4}$ 을 그림으로 나타내볼까요?

-교사: $\frac{3}{4}$ 은 $\frac{1}{4}$ 을 몇 번?

-학생: 3번 덜어낼 수 있어요.

-교사: 또 다른 문제, $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} =$ 먼저 그림으로 $\frac{6}{7}$ 을 나타내려면? 어떻게 해야 할까? 일단 똑같이 나눠야겠지? 1을 7개로 똑같이 나누고 6개 색칠, 그 후 $\frac{2}{7}$ 몇 번 덜어낼 수 있는지 생각해 보세요.

-교사: 답은 3이 되겠죠?

-교사: <정리> $\frac{6}{7}$ 은 $\frac{1}{7}$ 이 6개, $\frac{2}{7}$ 은 $\frac{1}{7}$ 이 2개,

-학생: 그래서 $6 \div 2$ 라고 쓸 수 있어요.

-교사: 그래서 $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = 6 \div 2$ 라고 쓸 수 있어요. 그 이유는 단위가 같아서. 만약

$\frac{6}{7} \div \frac{3}{8} = 6 \div 3$ 을 하면?

-학생: 안 돼요.

-교사: 단위가 다르죠?

-학생: 단위를 $\frac{2}{7}$ 로 바꿔서 풀어도 돼요? (→핵심 질문이라고 생각됨)

-교사: 어떻게?

-학생: $\frac{6}{7}$ 은 $\frac{2}{7}$ 이 3개, $\frac{2}{7}$ 는 $\frac{2}{7}$ 가 1개, 답은 같음.

-교사: 중요한 것은 단위를 똑같이!

-다른 학생들: 똑똑하다

장면④ 스스로 마무리 문제 해결(확인 못 함)→다른 친구한테 말하다 보니

-학생 질문: $\frac{4}{5} \div \frac{1}{5} = 4 \div 1$ 이라고 해야 하나요? 밑에 분모를 써야 하나요? (아직

이해를 잘하지 못하는 학생이 있는 것 같아 그 학생에게 다시 이야기함.)

<표 IV-10> 수업 관찰 및 수업 반성(8.27.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>$-1 \div \frac{1}{2}$의 답이 2인 이유에 대해 원리를 알고 있는지를 확인해보고 적용할 수 있는지를 알아보기 위해 교사가 추가로 질문함.(교사: 그렇다면 $2 \div \frac{1}{3}$은 얼마일 것 같나요?)</p> <p>-학생: 1에서 $\frac{1}{2}$을 2번 뺄 수 있어서 2예요</p> <p>→이 부분은 보통 나눗셈을 할 때 학생들 사이에서 나오지 않는 대답이지만</p>

	<p>전날 교사가 나눗셈 2가지 의미를 얘기하면서(등분제, 포함제 관련) 힌트를 주고 오늘 학생들이 새롭게 이야기함. 그 후 교사가 다시 한번 나눗셈의 의미를 설명함.</p> <p>-분수÷분수가 필요한 상황을 한 가지 적기 활동 →학생: (손 들고 질문함) 하나는 피자로 하고 한 분수는 케이크로 해도 될까요?(→중요 질문이라고 생각됨, 이 학생의 질문은 분수÷분수에서 하나의 분수는 피자, 나머지 분수는 케이크로 문제를 내도 되냐는 질문이었음.) →(시간이 흐른 후) 학생: 안될 것 같아요. 단위? 그런 게 달라서요. →학생이 정확한 언어를 사용하여 설명하는 것은 어려워했지만 그 이유를 스스로 알아냄.</p> <p style="border: 1px dashed black; padding: 5px;">-교사가 둘러보면서 학생들 적은 상황 확인한 내용- (분수)÷(분수)의 상황을 자연수 나눗셈이나 뺄셈 상황으로 적은 경우가 있음, 특히 자연수 나눗셈으로 만든 경우가 많음.(피자 8조각이 있는데 2조각씩 먹는다면? 또는 분수로 나타낸다고 하더라도 $\frac{20}{5}$이 있는데 반을 가져갔다면? 이렇게 결국은 자연수 형태의 문제를 많이 냄.)</p> <p>-한 명 학생에게 다가가서 이야기할 동안 다른 학생들은 장난치거나 다른 이야기를 하는 경우가 있음.</p>
수업 반성	<p>√돌아보는 학생들, 교사랑 가깝거나 눈에 잘 보이는 학생들에게 많이 다가갔다.</p> <p>√학생들이 (분수)÷(분수)의 상황을 자연수의 나눗셈으로 나타낸 경우들이 있었는데 이러한 자연수 외에 분수, 소수가 필요한 경우를 아이들이 직접 말해보게 했으면 어땠을까? 아직은 교사가 주도로 이야기하는 느낌이 들었다.</p> <p>√아이들이 이렇게 공책에 자신의 방법으로 풀어보고 다른 친구들 앞에서 이야기하는 활동을 낫설어하고 별로 관심이 없어 하는 것 같은 느낌이 많이 들었다.</p> <p>√교사: 또 다른 문제, $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} =$ 먼저 그림으로 $\frac{6}{7}$을 나타내려면? 어떻게 해야 할까? 일단 똑같이 나눠야겠지? 1을 7개로 똑같이 나누고 6개 색칠, 그</p>

	<p>후 $\frac{2}{7}$ 몇 번 떨어낼 수 있는지 생각해 보세요.</p> <p>→ 아이들이 교과서에 제시된 대로 답을 채우는 게 아니라 직접 공책에 그려봤다면 어땠을까 하는 생각이 들었다. 교과서에 제시된 것을 그대로 따라 하다 보니 색칠만 하고 모르는 경우가 있었다.</p> <p>√전체적인 반성</p> <p>-학생들이 아직 자기 생각을 스스로 이야기하거나, 생각을 표현하는 것을 어려워하는 경우가 많았다.</p> <p>-교사가 그것을 잘 끌어낼 수 있도록 유연한 분위기와 상황, 기회를 많이 제공할 필요가 있을 것 같다.</p> <p>-교사가 이야기하는 횟수, 시간이 훨씬 많고 학생들은 듣기만 하는 경우가 많다.</p>
--	---

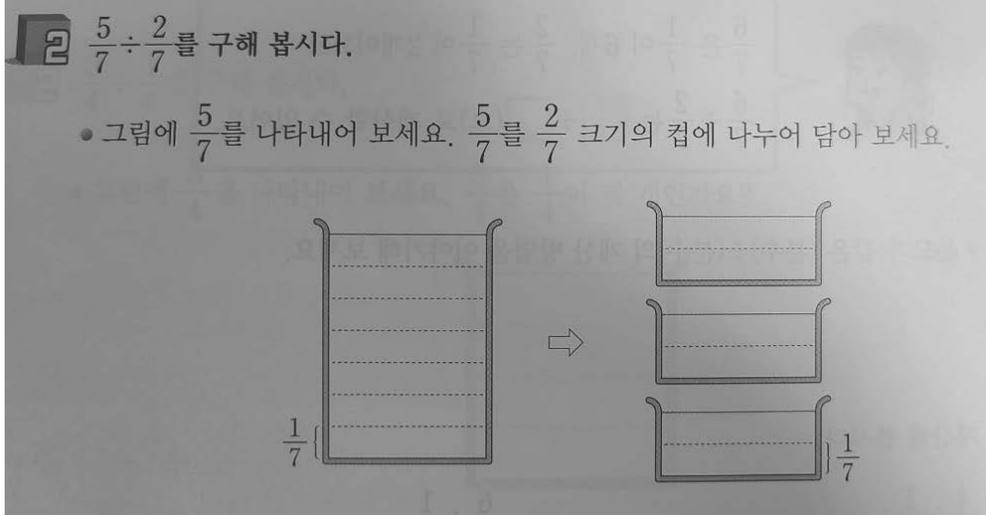
(다) 2019. 08. 30. (따로 비디오 촬영하지 않음)

-저번 수업 시간에 잘 안 된 부분에 대해 다시 생각하여 수업을 진행함.

-먼저 학생들에게 우리 수학 교육과정에서 중시하는 부분에 관해 이야기함. 수학적 원리를 알아보며 수학적으로 사고하고 이러한 능력을 키우는 것을 중요시하고 있으므로 수업 시간에 많은 질문을 통해 너희들이 다양하게 생각해볼 수 있도록 기회를 제공할 것이라고 함. 원리를 알지 못하고 단순히 기계적으로 계산하는 것이 중요한 게 아니라 그 원리를 생각해보고 친구들과 이야기해보는 시간을 가질 것이라고 함. 서로 의견을 공유하고 하는 게 중요하기 때문에 자기 생각은 언제든지 말해도 좋다고 이야기하며 오늘은 저번 시간에 했던 것의 원리만 알아보고 그 계산 형식화는 다음 시간에 할 것임을 안내함.

-우선 $\frac{5}{7} \div \frac{2}{7}$ 에서 그림에 먼저 $\frac{5}{7}$ 를 나타내고, $\frac{2}{7}$ 크기의 컵에 나누어 담을 때 '소금은 컵의 얼마만큼을 채울 수 있을까요?'라는 질문 파악해보게 함.

***오늘의 핵심 질문**



<그림 IV-2> 교과서 문제 상황(p. 12)

- 1) 왜 저 그림이 $2\frac{1}{2}$ 일까?
- 2) 왜 답이 그것일까?
- 3) 그냥 그림만 보면 $\frac{5}{7}$ 아닌가?

→비슷한 내용의 질문, 핵심은 답이 $2\frac{1}{2}$ 인 이유를 설명할 수 있도록 하는 것. 몫의 개념, 몇 번의 개념을 이해할 수 있도록 하는 것.

-교사: 교사가 서로 생각해보고 이야기하게 함.

-학생1 나와서 두 개의 컵에 이름을 붙임(A와 B로)

A컵의 $\frac{5}{7}$ 를 B컵에 2개 담고 그의 반이 남은 것이라고 이야기함.

따라서 A컵의 $\frac{1}{7}$ 와 B컵의 $\frac{1}{2}$ 이 같음을 이야기함.

한 학생이 $\frac{1}{7} \div \frac{2}{7} = \frac{1}{2}$ 이걸 이야기함.

-처음에는 다 무슨 말인지 모름.

-알고 보니 전체를 A, 전체를 B라고 했을 때 A컵의 $\frac{1}{7}$ 은 B컵은 $\frac{1}{2}$ 다. 따라서 A컵의 7분의 1은 B컵의 2분의 1이다. 그래서 2분의 1이 5개 있으니 2분의 5, 즉 2와 2분의 1임을 알 수 있다.
 →교사가 정리하자 학생들이 오~그렇게도 생각할 수 있구나라고 이야기함.
 -또한, 여기서 구하는 것은 남는 양이 아니라 몇 번, 얼마의 컵만큼 채울 수 있느냐의 문제이기 때문에 $\frac{5}{7}$ 가 아니라 2컵을 채우고, 그 컵의 반인 $\frac{1}{2}$ 컵을 채워서 총 2와 $\frac{1}{2}$ 컵, $2\frac{1}{2}$ 이 답이 됨을 설명하고 생각해보도록 함.

<표 IV-11> 수업 관찰 및 수업 반성(8.30.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-교사: (수업에서 제시한 핵심 질문들에 대해서) 교사가 서로 생각해보고 이야기하게 함.</p> <p>--학생 설명 내용--</p> <p>학생1 다시 나와서 두 개의 컵에 이름을 붙임(A와 B로)</p> <p>→처음에는 학생들이 무슨 말인지 이해 못하는 경우도 있었으나 교사가 정리하여 한 번 더 설명함으로써 그렇게 생각할 수도 있음을 이해함.</p>
수업 반성	<p>√핵심 질문</p> <p>→1) 학생이 답이 그것인 이유를 설명할 수 있도록 하는 것, 2) 몫의 개념, 몇 번의 개념을 이해할 수 있게 하는 것이 이 질문의 목표임.</p> <p>→학생들이 나와서 자기 생각을 표현하고 어떤 학생들은 기호를 붙여 설명하는 방법을 생각해냄으로써 자기 생각을 더 효과적으로 전달하는 방법을 고민함.</p> <p>√이번 차시의 목표는 진도를 나가는 것이 아니라 나눗셈의 몫의 의미를 아이들이 천천히 생각해보기 위함으로 원래 세웠던 계획과 다르게 수업을 진행함.</p> <p>√학생1의 설명(두 개의 컵에 A와 B로 이름을 붙여서 설명함)</p> <p>→두 개의 컵의 기준이 달라서 각각 다른 기호를 붙임, 헷갈릴 수 있는데 저렇게 A, B로 기호를 붙여 설명해서 아이들이 더 이해하기 쉬울 수 있었다고 칭찬함. 좋은 아이디어라고 생각됨.</p>

	<p>√오늘의 반성, 느낀 점.</p> <p>학생들의 말을 통해서 생각을 이야기하게 해보고 칠판에 자유롭게 생각을 정리하고 또 다른 친구가 나와서 이야기하고 아이들은 그 친구의 말을 듣고 또 거기에 의문을 제기하고 이렇게 수업을 진행해 본 것은 정말 손에 꼽을 정도로 드물었던 것 같다. 하지만 이번 기회를 통해 학생들이 자신의 입으로 자기 생각을 말하는 것이 얼마나 중요하고 소중한 시간이 되는지를 깨닫게 되었다. 교사가 바로 답을 말하거나 교과서에 제시된 내용만 가르치는 것이 얼마나 아이들의 사고를 좁게 만들어 버리는 것인지도 깨닫게 되었다. 학생들의 생각 속에서 나도 배우는 기회가 되었고 아이들의 생각 속에서 '아 저렇게 생각할 수도 있구나'를 직접 느낄 수 있었다. 물론 그 과정을 정리해서 친구들에게 표현하지 못해 어찌지 못하기도 하고 아이들이 스스로 답답해하기도 했지만 그런 과정에서 아이들은 더 흥미를 느꼈다. '저 친구가 말하고자 하는 게 무엇일까?' 하며 친구의 발표를 듣고 발표하는 친구도 '어떻게 하면 내 생각을 전달할 수 있을까?'를 끊임없이 고민하는 모습이 느껴졌고 교사가 적절한 시기에 적절하게 설명을 보태는 것도 아이들에게는 중요한 일이라는 생각이 들었다. 학생들이 자기 생각을 언어로 표현하는 과정이 어려울 수도 있고 완전하지 못할 수 있기에 여기에 교사의 적절한 방향 제시는 학생들의 이해에 있어 중요한 역할을 하게 된다. 이번 수업에서는 이러한 수학적 생각들이 온전했던 시간이었던 것 같다. 비록 진도를 나가지 못했고 아이들이 생각하는 시간이었지만 정말 의미 있었다고 생각한다. 다음에도 이렇게 서로 말하고 공유하는 시간을 가지면 좋을 것 같다.</p> <p>말로만 듣고, 글로만 보던 아이들이 직접 생각하여 설명해보는 수업을 실제로 해보니 아직은 처음이라 어색하고 미흡한 점이 있었지만 그만큼 의미 있었던 순간이었다고 생각이 든다.</p>
--	--

(라) 2019. 09. 03. <(자연수) \div (분수)를 알아볼까요>

-교사: 이번 차시, 단원의 목표 설명(그림을 통해 계산 원리 이해, 두 번째는 자신이 생각하는 계산 방법을 친구들과 이야기하는 것)

-교사: 만약 30분을 다르게 표현한다면?

-학생: 2분의 1시간 또는 60분의 30시간

◎문제 상황: 6kg 캐는데 4분의 3시간이 걸렸을 때 1시간 동안 켈 수 있는 양은?

-교사: (분수 대신 자연수로 문제 상황을 만들어 설명함) 먼저 그럼 자연수로 6kg 캐는 데 2시간 걸린다고 할 때 1시간 동안 캐는 양을 구하려면 어떻게 해야 할까? (교사가 학생들에게 문제를 이해하고 해결 방법을 생각해보게끔 함)

-학생: $6 \div 2$

-식 세우는 것이 잘 이해가 안 된다고 함. (6명)

-교사: 식이 이해되지 않는다고 하는 학생들이 많아 왜 식을 그렇게 세워야 하는지를 생각해보도록 안내함.

-학생: (한 학생 설명) 1시간으로 만들기 위해 $\frac{3}{4} \div \frac{3}{4}$ 을 해줌. 그럼 1이니깐 6kg도 4분의 3으로 나눈다고 설명함.

-학생 2: (다른 학생이 질문) 그럼 6을 나눠야 하는 거 아닌가요? (6은 6으로 나눠야 하는 것이 아니냐는 질문으로 해석됨)

-교사: 똑같이 나눠줘야지. ($\frac{3}{4}$ 으로 나눴다면 6도 똑같이 $\frac{3}{4}$ 으로 나눠야 한다는 비의 개념을 설명함. 아직 배우지 않은 개념임.)

-교사: 이해가 잘 안 되는 친구들 있어서 설명해 줄 사람?

--서로 이야기하는 분위기가 되지 못함.--

-학생: 머리로는 아는데 설명을 잘 못 하겠어요.

-교사: 결국 공책에 써 보게 함. (식을 그렇게 세운 이유)

-교사: 이제 식을 세울 수 있는 사람은 이게 얼마인지 알아야 하니깐 어떻게 풀면 알 수 있는지 나타내보자. ($\frac{3}{4}$ 시간을 45분으로 바꿔서 생각해보게 함) 45분 동안 6kg 캐는데 그럼 1시간에 얼마 걸리는지 알려니깐 헛갈리는 것 같아. 45분 동안 6kg이니깐 1분 동안은 $6 \div 45$ 겠지? 거기에다가 1시간(60분)이니깐 $\times 60$

-교사: $6 \div \frac{3}{4}$ 을 하면 45분간 캐 양을 구한 것이 아니냐는 A 학생 질문에 대

해서 어떻게 생각합니까?

-학생: 대답이 없음. 답은 맞는데 식이 틀린 거 같아요, 아 모르겠어요.

-학생: (다른 풀이 방법 제시) 15분마다 2kg, 그럼 60분에는 얼마나 이렇게 풀어도 돼요?

-교사: (자연수로 다시 생각해보게 함) 지금 이게 분수라서 그렇게 느껴지는데 만약 2시간이라면 1시간은 어떻게 구해? 만약 3시간이라면?

-학생: 근데 그거는 2시간에서 1시간 줄어드는 건데 문제는 늘어나는 거잖아요?

-교사: (반대로 1시간보다 적은 양의 시간을 제시함)만약 $\frac{1}{2}$ 시간이라면? 1시간이 되려면?

-학생: 2배

-교사: 그럼 답은 12kg, 이거는 어떻게 나온 거지? $6 \div \frac{1}{2}$ 을 했기 때문에 12가 나온 거야. 이제 푸는 방법을 알아보자(푸는 방법으로 넘어감)

-학생들이 푼 모습을 교사가 관찰함.

-다른 학생들 돌아보고 앞에서 발표할 내용 고름(한 5~6분 정도)

-A, B, C, D 학생 발표

-A 학생 설명(교과서에 제시된 방법으로 설명함)

-학생: 선생님 질문이요? $6 \div \frac{3}{4}$ 이 왜 8인가요?

-A 학생: 4분의 1시간 동안에는 2kg, 1시간은 4분의 4시간이니깐 4분의 4를 구하려면 $2\text{kg} \times 4$ 를 해서 8kg이 나와요.

-학생: 저거 내가 한 건데.

-학생: 이해가 잘 안 돼요. 4를 왜 나뉘요?

-학생: 4분의 1시간에 몇 kg를 캐는지 구하려고.

-학생: 왜 갑자기 3이 돼요?

-교사: A 학생 거(그림으로 설명) 4분의 3을 막대로 나타내고 4개를 다 색칠하면 1시간이 되는 거지, 4개를 다 칠하면 몇 키로인지를 구하는 거야, 근데 왜

3으로 나눴을까?

-학생: 4분의 3에서는 바로 구할 수 없기 때문에 4분의 1만큼을 구하려고
-교사: 4분의 1칸, 1칸짜리 먼저 구한 다음 그거를 4배 한 거야, 1칸은 2kg 그럼 4칸은 8kg. 이해됐어요?

-교사: 4분의 1시간 캔 거를 구하면 $6 \div 3$ 그럼 2kg씩,
즉 한 시간이 4분의 4니깐 2kg에서 곱하기 4를 해서 8kg가 나왔죠.

-학생: 그럼 1시간씩 캔 때 캐는 속도가 똑같다고 보는 거예요?(→중요한 질문이라 생각됨)

교사: 그렇지 그렇게 보는 거예요. 수학에서 거리나 이런 것을 나타낼 때 그러리라 생각하고 문제를 해결한다고 이야기함.

-B 학생(교과서 외의 방법으로 설명함) 6개의 원을 그림. 각각 4등분하고 3칸을 칠함. (6개의 원 전부다)

-학생: 일단 6개의 원을 그리고 나누기 4분의 3이니깐 4분의 3을 한 묶음으로 봤을 때,

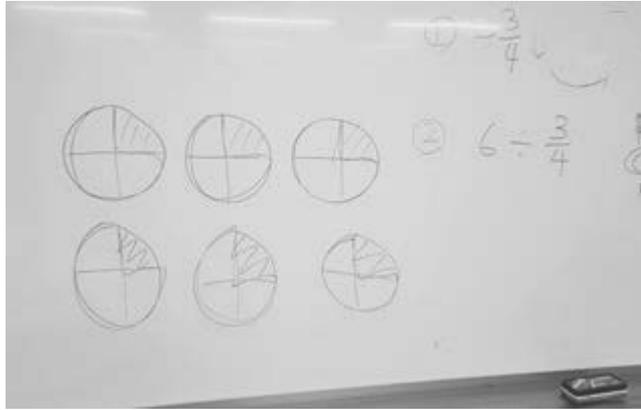
-교사: (소리가 작아 교사가 같이 도와줌) 그럼 몇 묶음이 나왔지? 6묶음, 근데 1묶음이 4분의 3개니깐 그래서 총 8묶음이 나옴. 원 6개 그리고 각각 4개로 나누고 4분의 3만큼 색칠함. 그다음 묶음의 개수를 셈. 결국, 8번 빨 수 있음. 덜어낼 수 있음을 안내함.

<표 IV-12> 수업 관찰 및 수업 반성(9.3.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	-식($6 \div \frac{3}{4}$)을 세워야 하는 이유를 설명해 줄 사람을 물어봄. →아무 얘기하는 사람도 없고 분위기도 서로 이야기하는 분위기가 아니었음. 설명하는 것을 어려워하는 것 같았고 아이들이 잘 모르는 것 같았음. →교사가 자연수로 다시 생각해보게 함. 6kg 캐는데 2시간이라면 1시간에 캐는 양은 어떻게 구할까? 3시간이라면? -(이때 한 학생이 질문함) 학생: 2시간에서 1시간으로 줄어드는 건데

	<p>문제는 늘어나는 거잖아요?</p> <p>→나눗셈식을 세우는 과정에 어려움을 느끼고 그것을 이해하기 위해 궁금한 점을 계속 질문하면서 수학적 표현을 이해하기 위해 노력하는 모습이 관찰됨.</p> <p>-나눗셈식을 푸는 과정 관찰 결과</p> <p>→아이들이 푼 그림들을 보니 보통 곱하기로 바꾸고 역수 하는 그 식을 그대로 그림으로 나타냄.</p> <p>→또는 $6, \frac{3}{4}, 8$ 사이와 관계없이 따로 나타낸 그림.</p> <p>→답을 그대로 표현한 경우가 많음.</p> <p>→대부분 학생이 잘 모름.</p> <p>→그림에 대해서 서로 친구들끼리 이야기하는 경우도 있음.</p> <p>-나눗셈 풀이 과정에 대해 A, B, C, D 학생 발표 결과(위 수업 장면 참고)</p>
수업 반성	<p>√교과서에 제시된 문제에 대해 문제를 이해하고 해결 방법을 생각해볼 계끔 하였고 식 세우는 것에 어려움을 느끼는 학생들이 꽤 있어 서로 의견을 나눠보도록 하였다.</p> <p>√수업 중 반성</p> <p>교사가 학생들의 반응을 살펴보니 이해가 잘 안 되는 표정, 왜 식을 $6 \div \frac{3}{4}$로 쓰는지 모르겠다는 학생들이 많은 것을 인지하였다. 따라서 우선 문제에 대한 이해가 먼저 필요하다고 판단하여 왜 식을 그렇게 세워야 하는지 생각해 볼 수 있도록 안내하였다.</p> <p>→학생들이 문제를 해결하기 위해 식을 세우고 답을 찾아 나가는 과정을 스스로 계획하고 설명해보게 하였다.</p> <p>√교사: $6 \div \frac{3}{4}$을 하면 45분간 캔 양을 구한 것이 아니냐는 A 학생 질문에 대해서 어떻게 생각합니까?</p> <p>→교사가 학생들의 오개념을 수업에 활용하였다.</p> <p>√나눗셈 풀이 과정을 학생들에게 소개하는 활동 중 B 학생 발표 배경: 교사가 생각해 볼 필요가 있어서 교사가 의도적으로 나와서 이야기해보게끔 하였다. 평소에는 발표를 잘 하지 않고 쑥스러워했지만 나중에 수업 후 조사에서 이 부분에 대해 학생 본인도 좋게 생각했고 다른 학생 중에</p>

는 기억에 남는다고 답한 학생도 있었다.



<그림 IV-3> B 학생 발표 내용

√수업 후 반성

그러나 학생들은 6kg 캐는데 2시간, 1시간 걸린 양은? $6 \div 2$ 라는 사실을 잘 알지만(2시간에서 1시간으로 단위가 줄어듦) 문제에서는 $\frac{3}{4}$ 시간에서 1시간의 양을 구하는 것으로(시간 단위가 늘어남) 이해하는 것을 어려워 했다.

이 문제는 뒤에 4단원 비례식과 비례배분 단원을 배우면서 비례식을 이용하여 문제를 풀어보도록 해도 좋을 것 같다고 생각했다.

(마) 2019. 9. 5. (목) <(자연수) \div (분수)를 알아볼까요(뒷부분)/ (분수) \div (분수)를 (분수) \times (분수)로 나타내어 볼까요>

장면 ❶

-어제 했던 문제 상황을 다시 얘기하면서 4단원 비례식과 비례배분을 배우고 나서 이 문제를 한 번 더 풀어볼 것이라고 안내함.

-교사: $6 \div \frac{3}{4}$ 을 교과서에 제시된 수직선 방법으로 설명함. 우선 $\frac{1}{4}$ 시간당 캔 kg를 구하고, 그럼 2kg, 1시간에는 얼마를 켜는지 알려면 4배니깐 8kg. (교과서에 아이들이 정리해보도록 함)

...중략...

<오늘 본격적으로 할 내용>

-교사: 문제 상황 제시(바닷물을 5분의 4L 빈 통에 담으니 3분의 2만큼 참. 문제는 한 통을 가득 채우려면 바닷물 얼마 필요?) 다른 말로 하면 어떤 말일지 문제를 이해하게 함. 통에 몇 리터까지 들어가는지를 구하는 문제예요.

-교사: **문제의 조건을 바꿔서 생각해보자.** 이걸 분수로 나왔으니깐 우선 자연수로 바꿔서 문제를 생각해볼까? $\frac{4}{5}$ L가 2통에 가득 차, 1통을 가득 채울 수 있는 양은?

-학생: $\frac{4}{5} \div 2$

-교사: 3통이라면?

-학생: $\frac{4}{5} \div 3$

-교사: 근데 우리 교과서 문제는 $\frac{2}{3}$ L가 찬 거래. 그럼 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ 겠지?

-학생: 왜 그렇게 돼요?

-교사: 왜 그렇게 될까? 설명해줘.

-교사: 문제 이해 한 사람? 왜 식이 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ 인지 아는 사람? (4명 손을 들) 학생 1 한번 설명해볼까?

-교사: 앞에 문제 푼 것처럼 한 통을 다 채우려면 $\frac{4}{5}$ 는 3개 중에서 2개 있으니깐 $\frac{4}{5}$ 를 2로 나눈 다음에, 그거에 3을 곱한 거. (저번에 B 학생이 했던 거랑 같이 생각할 수 있다고 안내하며 그 방법도 설명함) $\frac{2}{3}$ 통이 1통이 되려면 나누기 $\frac{2}{3}$ 를 해야 되잖아. 그래서 여기도($\frac{4}{5}$ 에도) 똑같이 나누기 $\frac{2}{3}$ 이렇게 생각할 수도 있고

-학생: 근데 이게 숫자가 나뉘지는 숫자, 숫자가 다른 숫자는 안 나뉘떨어지잖아요.

-교사: 무슨 말이지? 해석해줄까?

-학생: $2 \div 4$ 면 괜찮은데 $7 \div 5$ 나 이러면 못 나누잖아요, (→중요한 질문이라고

생각됨)

-교사: 나눌 수 있어요, 자연수가 나오지 않을 뿐 나눌 수 있어요. 그래서 수의 체계 확장시켜야 해. 왜? (수의 체계를 확장시키는 상황, 이유에 대해 간단히 설명함)

-학생: 설명하는 도중에 '그런 숫자는 계산기로 하면 되는데'라고 이야기하는 학생이 있었음.

-교사: 우리 생활에 수학이 필요하고 쓰이는 상황을 이야기하며 단순히 분수의 나눗셈을 곱하기로 바꾸고 역수 취해서 계산하면 된다고 생각하는 것은 단순한 산수이며 물론 계산하는 방법을 통해 계산도 할 수 있어야 하지만 그 과정에서 어떻게 생각하고 어떠한 발견을 하느냐도 배우는 것임을 안내함.

-교사: 문제가 이해됐는지 확인함. 그리고 3명(짝)끼리 이야기해 볼 시간을 줌. (2분 정도). 결론이 났어요?

-학생: 아니요. 1분 30초만 더 주세요.

-학생: 아아

-교사: 이해됐어요? 설명해보자~

-학생: 그니깐 이 통에 다 찰 수 있는 양을 구하려면 나머지 3분의 1을 구해야 하잖아요. 그럼 이 3분의 1통은, 5분의 4L가 3분의 2니깐 반으로 쪼개서 5분의 2L가 3분의 1통이니깐 5분의 2랑 4를 더하면 이거예요.

-교사: 바로 이게 교과서에서 말하는 거야.

-학생: 근데 이렇게....., $3 \div 5$ 가 되면은(계속 질문함)→위와 이어지는 질문

-교사: 일단 그 질문은 넘어가고 현재 다루고 있는 문제를 설명함.

-교사: 분수 나누기 분수에서 분모가 다를 때 계산할 수 있는 방법은?

-학생: 통분이요.

-교사: 이것을 어떻게 할 거 나면 첫 번째 통분으로 하는 방법, 두 번째는 수학 책에 제시된 방법 이 2가지를 해볼 거야.

<표 IV-13> 수업 관찰 및 수업 반성(9.5.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-(교과서 p. 18 1번 문제의 풀이 과정($\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$)을 세우는 장면)</p> <p>→침묵이 이어짐. 그사이에 질문한 학생이 그냥 역수로 문제를 풀고 있는 모습을 보임. 문제를 이해하고 어떻게 푸는지 아직 배우지도 않았는데 그냥 답을 구하려는 모습이 보임.</p> <p>-학생: 설명하는 도중에 ‘그런 숫자는 계산기로 하면 되는데’라고 이야기하는 학생이 있었음.</p> <p>→수학 교과의 의미, 우리가 배우게 되는 역량 등에 대해서도 생각해 볼 수 있도록 안내.</p>
수업 반성	<p>교과서 p. 18 1번 문제</p> <p>√문제의 조건 바뀌서 생각해보게 하였다.→단순화 전략을 사용하여 학생들이 좀 더 이해하기 쉽게 제시하려고 하는 모습을 보임.</p> <p>√본 교사가 봐도 이러한 나눗셈 상황은 아이들과 와닿지 않고, 단지 이 상황만 보고 분수의 나눗셈식을 만드는 것에는 어려움이 많을 것이라고 느껴졌다. $\frac{4}{5}L$를 빈 통에 담아 보니 통의 $\frac{2}{3}$가 찼고 한 통을 가득 채울 수 있는 양을 물어봤기 때문에 $\frac{2}{3}$에서 1통으로 숫자가 커진 상황에서 학생들이 온전히 이 문제를 해결하기 위해 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$를 해야된다고 생각하기가 어려울 수 있다. (저번 시간에 실제로 학생이 의문을 제기하기도 한 내용이기도 함) 따라서 교사가 설명에 많은 시간을 들였고 비, 비례식을 배우고 다시 한번 이 문제를 풀어봐야겠다고 끊임없이 생각하였다.</p> <p>√수업 중 학생 의견: 그니깐 이 통에 다 찰 수 있는 양을 구하려면 나머지 3분의 1을 구해야 하잖아요. 그럼 이 3분의 1통은, 5분의 4L가 3분의 2니깐 반으로 쪼개서 5분의 2L가 3분의 1통이니깐 5분의 2랑 4를 더하면 이거예요.</p> <p>-교사: 바로 이게 교과서에서 말하는 거야.</p> <p>→학생이 교사의 풀이 방법과는 조금은 다른 풀이 방법을 제시했으나 수업 도중 교사는 그 부분의 미세한 차이를 알아차리지 못하고 다르게 반응한 모습을 보였다.</p>

<p>-학생: 2÷4면 괜찮은데 7÷5나 이러면 못 나누잖아요, (→중요한 질문이라고 생각됨)</p> <p>-학생(위와 동일 학생임): 근데 이렇게……. 3÷5가 되면은(계속 질문함)</p> <p>→위와 이어지는 질문</p> <p>--수업이 끝난 후 위 학생의 의도를 알아냄--</p> <p>→학생이 공책을 가지고 와서 질문함. $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$ 일 때, 그림으로 나타내서 교과서에 제시된 방법으로 풀 때, $\frac{3}{4} \div 2$가 $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{2}{5}$, 즉 4÷2처럼 딱 나누어떨어지지 않아서 어떻게 해야 되는지에 관한 질문이었다. 따라서 4÷2처럼 나누어떨어지지 않는다고 나눌 수 있다고 설명하였다. $\frac{3}{4} \div 2$를 구하기 위해 분모를 똑같이 만들어 분수의 나눗셈을 해보면 $\frac{3}{8}$이 됨을 같이 확인하였다. 지금 생각해보니 예전 1학기 분수의 나눗셈에서도 이렇게 분자가 안 나뉘떨어질 때는 나누어떨어질 수 있도록 분자, 분모에 몇 배를 해서 구하는 방법을 이용했었다.($\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, $\frac{6}{8} \div 2 = \frac{3}{8}$과 같이) 따라서 이렇게 계산하면 $\frac{1}{3}$칸에는 $\frac{3}{8}$, 그게 3칸 있으면 $\frac{9}{8}$라고 지도하여 학생이 이해됐다고 하여 마무리하였다.</p> <p>√수업 후 반성</p> <p>→처음에는 교사가 학생의 질문을 이해하기는 했지만, 질문의 의도가 어떠한 것인지 정확한 파악이 힘들었다. 그러나 수업 후에 학생과 대화를 나눈 후에 학생이 이러한 질문을 생각해 낸 것을 칭찬해주며 중요한 생각을 했다고 이야기하였다. 수업 시간에 계속 끊임없이 질문하자 교사가 나중에 수업이 끝날 때는 교과서에 제시된 방법을 설명하며 다시 교사의 언어로 설명했는데 나중에 이야기해보니 학생은 좀 더 깊은 이해를 위해 이러한 질문을 한 것 같다는 생각이 들었다. 수학 시간마다 조금씩 질문이 있고, 생각이 있는 교실로 만들어 가고 싶다고 생각하고 있었는데 이를 통해 그러한 생각과 의지를 더 다지게 되었다.</p>
--

(바) 2019. 09. 09. <분수÷분수를 분수×분수로 나타내어 볼까요>

-전에 제시한 과제를 확인함. (분수의 나눗셈을 왜 분수의 곱셈으로 바꿔서 풀

수 있는가?)

-그 후 먼저, 교과서의 방법을 다시 한번 확인했다.

1) $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$ 과 같고 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times 3$ 을 합쳐서 쓰면 $\frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$ 이 된다.

2) 통분해서 계산하기

-2명의 학생이 나와서 설명함.

$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{15} \div \frac{10}{15}$ 니깐

$\frac{4 \times 3}{5 \times 3} \div \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{12}{15} \div \frac{10}{15}$ 니깐

→여기까지는 하는데 그 후 과정을 어려워하였고 몇몇 학생들은 그 과정을 알고 싶어 하였음. 교사가 보충설명을 통해 왜 그렇게 되는지의 과정과 원리를 설명함.

-교사: 이러한 이유 등으로 인해 분수 나누기 분수를 분수 곱하기 분수로 바꿔 계산할 수 있으며 곱하기 뒤에 분수는 분모와 분자가 바뀌어 계산됨을 형식화할 수 있다고 안내함.

-이렇게 설명 후 이처럼 수학 시간에는 이렇게 형식화하기 전에 어떤 과정을 거쳐 이렇게 나왔는지를 생각하는 사고를 강조할 것임을 안내함.

<표 IV-14> 수업 관찰 및 수업 반성(9.9.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꿔서 푸는 방법(교과서 제시 방법)</p> <p>1) $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$는?, 우선 $\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$ 과 같고 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times 3$을 합쳐서 쓰면 $\frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$이 된다.</p> <p>→교과서에 제시된 문제 상황부터 학생들이 그것을 보고 나눗셈식으로 나타내는 것을 힘들어함.</p> <p>-교과서에 제시된 방법 외 학생들에게 생각해보게 한 장면</p>

	$\frac{4 \times 3}{5 \times 3} \div \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{12}{15} \div \frac{10}{15}$ <p>→여기까지는 하는데 나눗셈을 곱셈으로 바꾸면서 뒤에 있는 분수의 분모 분자를 왜 바꿔야 하는지의 원리와 과정이 눈에 보이게 하는 것까지는 어려워함.</p> <p>→하지만 왜 그렇게 되는지 굉장히 알고 싶어 하는 눈빛으로 앉아있는 학생들도 볼 수 있었음. 교사가 보충설명을 통해 왜 그렇게 되는지의 과정과 원리를 설명함. →몇 명 학생들은 아, 하는 깨달은 소리와 함께 이해함을 표시함. 이를 토대로 다시 한번 더 설명함.</p>
수업 반성	<p>√수업 전, 중 반성: 오늘은 분수÷분수를 어떻게 분수×분수로 풀 수 있는지 아이들의 생각을 들어보았다. 먼저 $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$를 놓고 왜 $\frac{4}{5} \times \frac{3}{2}$로 바꾸어 풀 수 있는지 생각해오라는 과제를 제시하고 확인하였다.</p> <p>√분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꿔서 푸는 과정과 관련하여 분수÷분수를 어떻게 분수×분수로 나타내는지 좀 더 다양한 방법으로 학생들과 생각해 보고 이야기를 나누고 싶어 작년 교과서에 제시되어 있던 내용도 같이 생각해보게 하였다.</p> <p>√학생들에게 분수의 나눗셈을 어떤 과정을 거쳐 분수의 곱셈으로 바꿀 수 있는지 생각해보게 하여 서로의 생각을 나누는 장면 →학생들은 분수의 나눗셈이 곱셈으로 바뀌는 결과를 당연히 그러려니 하면서 마치 하나의 법칙처럼 암기하고 사용하고 있었다. 그러나 이렇게 당연히 사용하던 식들이 왜 그렇게 나온 것인지 생각해보게 하고 증명해 보게 하면서 수학적 사실을 분석해보고 논리적인 절차를 수행하는 기회가 되었다.</p> <p>√수업이 끝난 후 학생들에게 형식화한 후에 계산할 수 있는 것도 중요하지만 그냥 단순한 기계적 계산이 아니라 어떤 원리와 이유 등으로 이렇게 풀 수 있게 됐는지, 간단하게나마 어떤 방법으로 형식화할 수 있었는지를 알고 생각해보는 것도 중요함을 안내하였다. 이번 수업 반성을 진행하면서 본 연구자가 강조하고 싶은 내용이기도 했고 수학 교과에서 중요한 부분이라고 생각하였기 때문이다.</p>

2) 2단원<소수의 나눗셈>

가) 2단원 학생 선호도 조사

① 이 단원에 나는 얼마나 흥미가 있나요?

1) 매우 흥미가 있다(2명), 2) 흥미가 있다(7명), 3) 보통이다(11명), 4) 흥미가 없다(6명), 5) 매우 흥미가 없다(1명).

② 이 단원에 대한 나의 자신감은 어느 정도인가요?

1) 매우 자신 있다(4명), 2) 자신 있다(8명), 3) 보통이다(10명), 4) 자신 없다(4명), 5) 매우 자신 없다(1명)

③ 이 단원에 흥미가 있다면 그 이유를, 흥미가 없다면 그 이유를 또는 자신이 있거나 없다면 그 이유를 써 보세요.

-수학 잘해서/ 소수가 더 쉬워서/ 재미없고 지루해서/ 계산하는 것은 재미없어서/ 수학은 재미있지만 아주 조금 지루해서/ 틀릴 때도 있어서/ 아직 못 배웠고 수학을 잘 못한다/ 어렵고 수학 자체가 어렵고 싫기 때문에/ 왜냐면 학원에서 풀어보았는데 잘 되어서/ 이전과는 다른 소수의 나눗셈이 나올지 궁금하기 때문에/ 소수를 좋아하지 않고 연산을 싫어하기 때문에/ 계산 실수가 많기 때문에/배운 적이 있어서 지루할 것 같아서

나) 수업 분석 및 반성 내용

(1) 수업 전 반성

<표 IV-15> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(2단원)

		분석내용	
수업 전 반성	교수 관점	수학 교과 지식의 이해	◆나는 이번 수학 수업에서 가르칠 수업 목표와 학생들에 대해 충분히 이해하고 있는가?
			-교수할 수학적 개념(내용)의 위계성과 연계성을 알고 있는가? 2015 개정 교육과정 6-2 수학과 지도서 참고 -범자연수의 범위에서의 나눗셈에서 처음 도입된 몫과 나머지의 개념은 유리수 범위로 확장된다. 그런데 이때 몫과 나머지 개념을 혼란스럽게 하는 상황이 발생하게 된다. 같은 몫이라는 표현을 쓰고 있지만 범자연수 범위에서 구하는가와 유리수 범위에서 구하는가에 따라서 구한 몫이 달라진다. 분수의 나눗셈을 학습한 이후에는 나눗셈에서 다루는 수의 범위가 자연수에서 유리수로 확

		<p>장되었으므로 몫을 확장된 의미로 이해할 수 있도록 지도하여야 한다.</p> <p>나눗셈의 몫을 소수로 표현할 때는 분수와 달리 유한소수로 표현할 수 없는 경우가 발생하고, 실생활의 문제 상황에서는 몫을 정확하게 구하는 대신 그 일부만 구하는 것으로 충분한 경우가 있다. 예를 들어 $4 \div 3$이라 하더라도 몫이 하나로 정해지는 것이 아니라 몫을 자연수 범위까지 구하느냐, 소수 첫째 자리까지 구하느냐 등등에 따라 무수히 많은 몫과 나머지를 생각할 수 있게 된다. 따라서 소수의 나눗셈 지도에서는 몫의 의미를 일상적인 의미가 아닌 나눗셈을 한 결과라는 수학적 의미로 사용할 필요가 있다.</p> <p>*단위 비율 결정 상황에서 분수의 나눗셈을 지도할 수 있도록 안내함.</p> <ul style="list-style-type: none"> - 교수할 수학적 내용과 실생활과의 관련성을 고려했는가? - 수학적 내용과 실생활과의 관련성, 핵심역량 중 수학적 태도에 대해 본 교사가 강조하고 싶은 내용이기 때문에 중요한 관점이라고 생각함.
	수업 설계	<ul style="list-style-type: none"> - 이 수학 수업에 대한 적절한 교수 방법 및 전략을 생각하고 있다면 그 방법 및 전략을 선택한 이유는 무엇인가? - (의사소통, 친구와 함께 문제 해결하기, 실생활과 연계된 문제 해결하기) 이번 단원은 분수의 나눗셈에 이어 바로 이어 나오는 연산 단원인 소수의 나눗셈이다. 일단 연산에 대해 비교적 친근하고 이 부분에 자신 있어 하는 학생은 이 단원에 흥미가 있지만 그렇지 않은 학생들은 이 단원을 힘들어하고 지루해할 수도 있다. 따라서 문제를 해결할 때에도 친구들과의 의사소통을 통해 해결할 수 있도록 하고, 실생활과의 연계 등을 통해 조금 더 흥미를 가지고 수업에 참여할 수 있도록 할 계획이다.
	학습 관점	<ul style="list-style-type: none"> - 학생들의 참여를 지원하기 위한 방법을 생각하고 있는가? - 학생들의 수학적 오류와 오개념에 대한 지식을 갖고 그것에 대한 대처 방안을 마련하여 수업에 임하는가? - 학생들의 수학 능력을 고려한 집단 운영 방법을 선택했는가? - 학생들의 수준에 맞는 수학 수업 내용을 구성하는가? <p>- 소수의 나눗셈은 수학에 별로 흥미가 없거나 어려워하는 친구들에게 난관인 단원으로 작용하는 경우가 많다. 자연수보다는 소수, 분수로 계산하는 것을 어려워하고 오개념이 많이 나타나기도 한</p>

			<p>다.</p> <p>-문장으로 제시된 문제이거나 실생활에서의 문제를 보고 이를 수학적 풀이 과정을 계획하는 것에 어려움을 겪는 경우가 있다.</p> <p>-또한, 그 외에 수학적 성취도가 높은 학생들도 앞 단원인 분수의 나눗셈을 단순히 계산으로만 여기고 원리를 알려고 하지 않거나 그림으로 원리를 설명해보라고 했을 때 설명하지 못하는 경우가 많았다.</p> <p>-단순히 교과서에 제시된 네모 칸만 채우려고 하고, 그 원리를 이해하는 데 관심을 두지 않거나, 전체적인 내용을 이해하는 데 어려움이 있을 수 있으므로 수학 공책에 직접 원리를 적어보고 소수점의 위치 변화와 몫의 변화를 차근차근 알 수 있도록 지도할 계획이다.</p>
--	--	--	--

(2) 수업 중, 후 반성

(가) 2019. 09. 19. (목) <단원 도입>

장면 ❶

-소수의 나눗셈도 1학기 때 배웠던 것이랑 같고 조금 더 심화 된 내용이라고 안내 후 시작

-예전에 설명했던 나눗셈 의미 2가지를 이야기해보게 함.

-학생들이 좋아하는 음식을 가지고 나눗셈 문제를 직접 만들어 보게 함.

-예: 치킨 27조각을 27명이 똑같이 나누어 먹을 때 식으로는 $27 \div 27$

-숫자만 바꾸는 경우가 있어 위와 다른 종류의 나눗셈식도 만들어 보게 함.

-예: 27조각이 있었는데 3조각씩 몇 명한테 나누어줄 수 있을까?

-이 두 가지 의미의 나눗셈 차이를 그림으로 그려보게 함.

-첫 번째 것은 27개를 한 조각씩 담게 하고, 두 번째 것은 3개씩 묶어서 표현 됨. (3개씩 묶어서 덜어내는 거랑 마찬가지로 이 식은 나눗셈 말고 뺄셈으로도 구할 수 있음, $27 - 3 - 3 - 3 \dots - 3 = 0$, 9번 빼면 0이 됨.)

-오늘의 나눗셈은 자연수가 아닌 소수의 나눗셈을 할 것이고 이번 단원에서 중요하게 다룰 것을 이야기함. (어렵하는 것(수 감각), 소수의 나눗셈 계산 원리

이해)

-학생들에게 실제 생활에서 소수의 나눗셈이 언제 쓰일지 생각해보게 함.

-학생: 피자, 리터요, 확률 계산할 때

-교사: 맞아요. 그럼 모둠에서 소수의 나눗셈 문제를 딱 1문제만 만들어 봅시다. (소수÷소수)의 형태로 써서 씽킹(thinking)보드에 써 주세요.

-3~4분 후 교사가 학생들 문제를 받고 칠판에 분류하여 붙이기 시작함.

-교사: 다음 시간에 이어서 할 건데 저렇게 선생님이 분류한 이유가 있어요.

-학생: (학생들이 분류 이유를 추측하기 시작함), 어 저 4개는 잘한 거, 노란색 2개는 좀 아니고 1개는 소수가 아닌 거?

-교사: 다음 시간에 이어서 해보도록 하겠습니다.

<표 IV-16> 수업 관찰 및 수업 반성(9.19.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	-좋아하는 음식으로 나눗셈 문제를 만들어 보게 한 활동(예 치킨 27조각을 27명이 똑같이 나누어 먹을 때?) →학생들이 처음에는 27명 대신 9명 3명 이런 식으로 숫자를 바꾸는 경우가 많음. 이때 교사가 숫자만 바꾼다기보다는 나눗셈의 의미를 다르게 만들어 보자고 함. -씽킹 보드를 활용하여 3가지 형태로 분류함.
수업 반성	√씽킹보드는 육각형 모양의 판으로 칠판에 부착할 수 있게 되어있어 이곳에 학생들의 의견을 적어서 공유하기가 수월하다. 따라서 이번 수업 차시의 수업 도구로 사용하였고 이를 3가지로 분류하였다. 분류 기준은 교사가 직접 학생들에게 제시하지 않고 예상해보게 함.(나눗셈 의미에 따라 분류함, 3가지 중 1가지는 나눗셈이 아닌 경우)

(나) 2019. 10. 01. (화) <뭇을 반올림하여 나타내어 볼까요>

장면❶

-교사가 먼저 3가지 문제 상황을 제시함.

-교사: 먼저 첫 번째 문제 상황입니다. 2L의 음료수가 있어요?

※문제 상황은 다음과 같음※

<1> 2L의 음료수가 있습니다. 3명이 나누어 마신다면 얼마를 나누어 마실 수 있을까요?

<2> 1.3L의 약이 있습니다. 6일 동안 똑같이 나누어 먹어야 한다면 하루에 얼마를 먹을 수 있을까요? 단, 약은 여분을 포함해서 2L가 있고 정해진 양보다 많이 먹으면 해로워요.

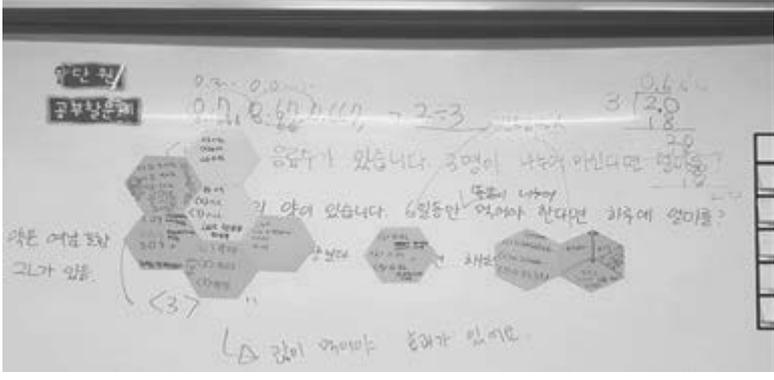
<3> 문제는 위와 같음, 단, 많이 먹어야 효과가 있어요.

교사: (문제 설명 후)자, 문제는 이해됐죠? 그럼 각각 얼마를 먹으면 되는지를 구해주면 되겠습니다. 그런데 왜 그렇게 답을 구했는지 답을 설명할 수 있어야 해요. 답은 소수로 나타내보세요.

-이렇게 문제 상황을 제시하고 해결해 보게 한 후 그렇게 답을 낸 논리적인 근거를 3명의 짝과 함께 찾아보도록 안내함.

<표 IV-17> 수업 관찰 및 수업 반성(10.1.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p style="text-align: center;"><의견 교환 과정></p> <p>-교사가 제시한 3가지 문제 상황을 제시 후 돌아다니면서 답을 확인해 본 결과 거의 대부분 3문제 다 답을 반올림하여 계산한 경우가 많았음. →따라서 교사가 학생들에게 답을 그렇게 내게 된 논리적인 근거를 찾아 3명이 의논하여 하나로 만들어 보라고 이야기함. 이 활동은 상황 속에서 어떻게 문제를 해결할 수 있는지 보는 것이고 그냥 단순한 기계적인 계산이 아닌, 왜 그렇게 답이 나왔는지 친구들에게 설명할 수 있는 것이 중요하므로 의논해보고 씩킹보드에 적도록 함. 이때, 자신의 의견을 주장만 하는 것이 아니고 주장할 때 그에 맞는 근거를 대는 것이 중요하다고 이야기함.</p>
	<p>→아이들이 서로 의논하기 시작했고 서로 의견이 안 맞아 다투는 일도 있었음. →4~5분 정도 의논 후 아이들이 의논 결과를 가지고 오기 시작했고 교사가 읽어보면서 분류함. 1번 문제만 보고 크게 3개로 분류함. <6개 모둠(18명), 1개 모둠(3명), 2개 모둠(6명)></p> <p>→1번 답: 0.7이라고 한 학생들이 대부분임. →먼저 식을 이야기해보게 함. 식은 전부 $2 \div 3$으로 세움, 교사가 같이 $2 \div 3$을 아이들과 계산해봄. 그 결과 0.6666...으로 안 나뉘떨어짐. →그 후로 계속 이야기를 이어나감.</p>

	 <p style="text-align: center;"><그림 IV-4> 학생들의 의견을 분류한 결과</p>
수업 반성	<p>✓인상 깊었던 수업 중 하나였다. 이 수업이 인상 깊었던 이유는 교사가 수업 전 학생들의 행동 중 예상했던 모습들이 실제로 그렇게 나왔고 예상했던 것보다 학생들이 훨씬 더 많이 의견을 교환하는 모습이 놀라웠기 때문이다.</p> <p>우선 교과서에 제시된 이번 차시는 <몫을 반올림하여 나타내어 볼까요>라는 내용으로 소수의 나눗셈을 한 후 반올림을 하는 경우만 수록되어 있다. 하지만 실제 상황에서는 다양한 경우의 방법으로 문제를 해결할 수 있으며 반올림 외에도 올림, 버림 등의 다양한 근삿값을 활용하는 경우도 존재한다. 따라서 학생들에게 기계적인 풀이가 아닌 상황에 따라 생각을 해보고 문제를 해결해 보게 하고 싶었다. 실제로 문제에 어떠한 조건(예: 반올림하시오, 올림 하시오 등)이 없으니,</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 어떤 학생은 그런 말이 문제에 없어(예: 반올림하시오 등) 그냥 무한소수의 형태로 답을 쓰는 예도 있었고(그러나 문제는 얼마씩 나누어 먹을 수 있냐는 것이기 때문에 실제 상황(문제 상황)에서는 그 답이 불가능함.) 2) 대부분 학생은 아무 이유 없이 반올림하였다. <p>그러나 이것도 교사가 바로 짚어주는 것이 아니라 시간을 충분히 주고 학생들끼리 의견을 주고받게 한 결과 스스로 자신들의 생각을 조금씩 정교화하는 것을 볼 수 있었다. 실제로 이와 관련해서 인상 깊었다고 이야기하는 학생들도 꽤 있었다.</p> <p>✓녹화가 끝까지 되지 않아 더 자세하게 학생들의 의견 교환 장면을 분석하지 못해 아쉬웠다. (뒤 차시 분석내용에 이어서 나눔.)</p>

(다) 2019. 10. 02.(수) 몫을 반올림하여 나타내어 볼까요

장면 ❶

-저번 시간에 했던 첫 번째 문제에 관해 이야기를 나눔.

<문제: 2L의 음료수를 3명이 나누어 먹을 때 한 사람이 먹을 수 있는 양>

-교사: 음료수 2L를 3명이 나누어 먹는데 0.666...으로 안 나뉘떨어지니 어떤 방식으로 답을 표현해볼까의 문제였죠. 여러 가지 방법이 나왔었죠.

1) 0.7로 한다,

2) 그러다가 토론을 하다 보니 0.7보다는 0.67이 더 가까운 것 같다고 해서 0.67로 하자는 의견이 있었고,

그다음 3) 버리는 방법이었죠. 0.6으로.

4) 0.66666으로 계속 나타내는 방법이 있었어요.

-교사: 이 4가지 방법 중에 여러분이 생각했을 때 위 상황에 가장 적합한, 합리적인 방법으로 생각하는 것에 일단 손을 들어볼까요?

1) 0.7이라고 생각하는 사람(2명)

2) 0.67(0명)

3) 0.6 (대부분)

4) 0.666(2명)

-교사: 아직 0.7이라고 생각하는 사람 그 근거 설명해볼까요?

-학생: 0.7이 더 가까우니까

-교사: 그럼 다른 친구들은 왜 0.6에 손을 들었을까요? 0.7, 0.6 중에 더 가까운 값은 뭘까요?

-학생: 0.7이요.

-교사: 왜 그렇게 생각해?

-학생: 0.6은~ 학생이 설명하려고 했음.

-교사: 수직선으로 나타내보자. 일단 0.6, 0.7 가운데는 뭘까?

-학생: 0.65

-교사: 그럼 딱 반인 0.65보다는 0.66이 더 크니까 0.7이 더 가깝죠? 그래서 0.7을 선택했다는 거죠? 그럼 아까 0.7을 선택한 또 다른 친구 이야기 들어볼까요?

-학생: 저는 바꿨어요. 왜냐면 0.7에서 3을 곱하면 2L가 넘어서요.

-교사: 네 3명이 똑같이 나누어 먹으려고 하는데 0.7L씩 먹기에는 한 사람이 똑같이 먹을 수 없기 때문에, 음료수가 부족해서 그렇게 선택했겠죠.

- 교사: 0.666으로 나타낸 사람은? 왜 그렇게 생각했어요?
- 학생: 0.7에 3을 곱하면 2L가 넘고 0.6에 3을 곱하면 2L가 안 되잖아요. 그래서 그랬어요.
- 교사: 그럼 실제 상황에서 0.66666씩 나누어 줄 수 있나요? 선생님이 낸 문제는 '실제로 나누어 준다면 얼마를 나누어 줄래?'라는 문제인데 사실 수학적으로 답을 쓴다면 사실 0.666...이게 제일 가깝긴 하겠죠? 이게 딱 나누어떨어져요?
- 학생: 아니요.
- 교사: 아직 이런 소수를 어떻게 표현하는지 초등학교에서는 배우지 않았기 때문에 저런 소수가 있을 수 있다는 것만 알면 되는데 선생님 물어보는 것은 '실제 음료수를 2L를 나눠줬을 때 얼마씩 나누어 먹을래?'라는 질문이에요.
- 학생: 그럼요 0.65씩 나누면 될 것 같아요
- 교사: 이유는?
- 학생: 0.666...이잖아요, 근데 0.7씩 하면 오버되고 0.6씩 하면 남으니깐, 또 0.6보다 0.65가 더 가까우니까요.
- 교사: 그래요. 그래도 되죠. 답이 꼭 0.6이 아니라 나누어 줄 수만 있다면 0.65리터씩 나누어줄 수도 있겠죠?
- 교사: 4가지 방법 중 1번째 그룹이 사용한 방법은?
- 학생: 반올림이요.
- 교사: 반올림에 대해 잠깐 설명, 2번째 그룹이 사용한 개념은?
- 학생: 버림이요.
- 교사: (버림에 대해 잠깐 설명), 그다음 또 어떻게 표현하는 방법이 있지?
- 학생: 올림이요.
- 교사: (우리 학교 학생을 예로 들어 설명함)
- 교사: 그래서 상황에 따라 올림, 버림, 반올림하는 경우가 조금씩 다를 수 있어요. 무조건 반올림만 해야 하고 이런 건 아니에요. 우리 교과서에는 반올림에 관한 이야기만 나오긴 했지만.
- 장면 ②
- 교사: 그럼 2, 3번 문제의 답을 한번 봐볼까? (2번 답은 2개 모두 빼고 답이 같네요)
- 학생: 1.3 나누기 6을 세로셈으로 함. 0.21111이 나오는 데 문제에 반올림하라는 말이 없어서 그냥 그렇게 했어요.

- 교사: 그럼 나머지는 답이 0.2라고 되어있는데 왜 그런지 설명해볼까요?
- 학생: 한 학생이 나와서 설명했으나 너무 소리가 작음.
- 교사: 자 여기 보충해주자. (다른 모둠을 뽑아서) 나와서 설명해주자.
- 학생: (머뭇거리며 가위바위보로 진 사람 나와서 설명함.)
- 학생: 1.3을 6으로 나오면 이렇게 나오잖아요. 여기서 버림을 해서….
- 교사: 버린 거예요?
- 학생: 아니, 반올림이요. (3명이 함께 문제에 대한 의논이 되지 않은 상태였음, 그래서 다시 말할 수 있도록 의논해보게 함.)
- 학생: 똑같이 답이 0.2로 나왔지만 (한 모둠은 둘째 자리에서 버렸다고 이야기함. 그 근거로 정해진 것보다 많이 먹으면 해로우니깐, 그리고 먹는 양을 최대한 작게 하려고 둘째 자리에서 버렸다고 함, 다른 한 모둠은 소수 둘째 자리에서 반올림했다고 함. 이에 대해 교사가 그렇다면 만약 둘째 자리가 5였다면 0.3으로 결론을 냈을 것이냐고 다시 질문함. 그 질문에 학생은 그렇게 먹으면 해로우니깐 아니라고 대답함.)
- 이 과정을 통해 정해진 것보다 많이 먹으면 해로우니깐 버림으로 답을 쓰는 게 좋을 것 같다고 이야기가 됨.
- 아까 발표 못 했던 학생들도 다시 설명함.

-장면 ③

- 교사: 여기는 왜 0.2가 나왔어요?
- 학생: 3번은 많이 먹어야 효과가 있다고 했잖아요? 그래서 셋째 자리에서 반올림해가지고.
- 교사: 여기 0.2가 나왔다는 말은 어디서 반올림했다는 말일까?
- 학생: 셋째 자리에서요
- 교사: 여기는 다 0.3 나왔거든? 왜 그렇게 나왔어요?
- 학생: 많이 먹어야 효과 있다고 했으니깐 반올림 한 거예요.
- 교사: 반올림? 어디서 반올림 한 거예요?
- 학생: 예? 반올림했다고?
- 학생: 아 올림 한 거예요.
- 다른 학생: 여분 포함 2L라고 했으니깐 정해진 양보다 많이 먹어야 효과가 있다고 했으니깐 $2 \div 6$ 해서 0.3333이니깐… 그… 그….
- 교사: 아 1.3을 나누는 게 아니라 2 나누기 6을 해서 그럼 0.3333 나와서
- 학생: 네 그래서 0.3이라고 쓴 거고

- 학생: 저희는 올림 해서 0.3으로 쓴 거예요.
- 교사: $2 \div 6$ 으로 푼 모듬? (세 모듬 정도 있었음) 나머지는 $1.3 \div 6$ 해서 올림 함.
- 교사: 사실 2L만 넘지 않는다면 0.3도 될 거 같고 0.22는 어떻게 생각해?
- 학생: 많이 먹을수록 좋다고 했으니깐...
- 교사: 만약에 그런 약이 있다면 0.22보다 큰 숫자로 답을 내도 되겠조?
- 교사: 지금 세 가지 상황이 어때요?
- 학생: 다 달라요.
- 교사: 이번 문제의 취지를 다시 한번 안내함. 교과서에서는 반올림으로 나와서 그렇게 풀겠지만 실제 상황에서는 반올림, 올림, 버림의 방법을 사용할 수 있음.

...중략(수학이 필요한 이유에 대해 의견을 나눔)...

- 마무리 말을 하면서 교과서의 1, 2번 문제를 해결해 보게 함.

<표 IV-18> 수업 관찰 및 수업 반성(10.2.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-저번에 0.7(반올림한 경우) 이라고 대답한 학생: 저는 바꿨어요. 왜냐면 0.7에서 3을 곱하면 2L가 넘어서요. →서로 의견 교환 과정에서 자신의 답을 스스로 바꾸는 경우를 관찰할 수 있음.</p> <p>-학생들이 어떤 답이 가장 문제 상황에 맞을가에 대해 의견을 교환하는 과정 →기존의 수학적 아이디어(해결 방안)에다가 더 좋을 것으로 생각되는 사항들을 추가하여 답을 좀 더 정교화해내는 모습을 관찰할 수 있음.</p>
수업 반성	<p>√학생들이 0.66...은 0.6보다 0.7에 가까운 이유에 대해 설명하려고 했으나 교사가 수직선에 나타내보자고 먼저 제안함. 학생들의 의견을 더 기다려서 들어줬어도 좋았을 것 같음.</p> <p>√학생들이 어떤 답이 가장 문제 상황에 맞을가에 대해 의견을 교환하는 과정 →끊임없이 상황과 어울리게 자신의 풀이 과정과 답을 정교화하는 과정을 거쳤음. 이 과정을 통해 0.65L씩 나누어 주는 것이 좋겠다고 반응하는</p>

	<p>학생, 0.6L씩 나누어 주자고 하는 학생 등 진짜로 자신이 생각하고 답을 구하는 과정을 거쳤기 때문에 조금 더 칭찬해주고 그 부분을 더 잘 인정해줬다면 좋았을 것 같다.</p> <p>√교사가 아이들의 생각을 더 잘 끌어내도록 유하게 계속 답도 받아주고 칭찬도 더 많이 해주고 하면 좋을 것 같다.</p>
--	---

(라) 2019. 10. 04. (금) <뭉을 반올림하여 나타내어 볼까요? 뒷부분>, <나누어 주고 남는 양을 알아볼까요>

장면 ❶

- 저번 시간에 마저 못한 문제 답 확인, 반올림에 대해 다시 한번 교사가 설명.
- 3번 문제 확인→교사가 칠판에 쓰면서 학생들과 같이 답 확인
- 4번 답 확인, 5번 답 확인→ $5.5 \div 0.6$ 세로 셈으로 같이 품. 몫 소수점 찍는 것을 다시 한번 확인하고 나뉘지는 수, 나누는 수를 각각 10배씩 하고 몫 잘 쓰기에 관해서도 확인함.

장면 ❷

- 공책 꺼내서 2가지 방법으로 풀어보게 함. (페인트 4.2L를 한 사람에 2L씩 나누어 주려고 함. 나누어 줄 수 있는 사람 수와 남는 페인트의 양은?)
- 빨셈, 나눗셈(나눗셈도 어떤 방법이든 상관없음) 등 다양한 방법으로 풀어보게 함.
- 교사: 거의 다 나눗셈으로 풀었는데 빨셈으로도 한번 풀어보게 함.
- 일단 교사가 칠판에 수직선을 그림. (5까지, 그 중 4.2를 표시함) 그다음 한 학생에게 질문함. 몇 명에게 나누어줄 수 있어요?
- 학생: 2.1요.
- 교사: 아, 그럼 2.1명한테 나누어줄 수 있다? 저번 시간까지만 해도 답이 2.1이... 학생 1은 이거 어떻게 계산했어요?
- 학생 1: 분수로요. 10분의 42 나누기 10분의 20을 해서 2.1이 나왔어요.
- 교사: 네 사실 답이 2.1 맞죠? 세로 셈으로 풀어도 2.1이 됨을 확인함.
- 교사: 그다음 다른 친구에게 물어봄.
- 학생: 2명 나왔어요.
- 교사: 그럼 남는 양은?

-학생: 0.2L요.

-교사: 그럼 우리 한번 답을 생각해보자. 문제에 맞는 답은 뭐라고 해야 할까요?

-학생: 2요.

-교사: 2.1일까? 2일까? 이제까지는 나머지가 없을 때까지 끝까지 나뉘었는데 이 문제는 그게 아니라 자연수까지만 구하고 나머지를 구한 거예요. 사실 2.1명이라는 말이 없죠? 그래서 '2명 나누어 주고요, 0.2L가 남았어요.'라고 하는 게 적합한 답이겠지? 그러면 뿔셈으로도 풀 수 있다고 했는데 어떻게 할 수 있지?

-학생: $4.2 - 2 - 2 = 0.2$ 요. (수직선 그림과 같이 뿔셈식을 적어서 해결함)

-교사: 수학을 보면서 똑같이 나와 있는 네모 칸을 채워보고 정리함.

-교사: 교사가 주의사항 이야기함. (세로 셈으로 작성했을 때 나머지를 그냥 2라고 쓰는 경우가 많음. 나머지를 잘 써줘야 한다고 이야기함. 옆에 교과서 43쪽에도 잘 나와 있음) 하지만 이것은 계산만 해보면 말이 되지 않음을 쉽게 알 수 있음을 이야기함.

-학생 2(한 학생이 자신이 틀렸던 경험을 이야기함.): 나머지 구할 때요. 음...

-교사: 무슨 말이지?

-다른 학생: 몫을 2.1까지 계산하고 몇 명으로 답을 써야 하니깐 2명하고 나머지는 0.1이라고 썼대요.

-교사: 2.1까지 구하면 나머지가 나오지 않죠. 그럼 나머지가 0이 되죠. 그럼 일반적으로 나눗셈하라고 하면 몫을 2.1이라고 하고 나머지 0이라고 했겠지만 여기서 물어보는 건 몇 명인지 물어봤으니깐 자연수까지만 나눗셈하고 나머지를 구한 거죠. 계속 나눌 때도 있지만, 이렇게 문제 상황에서 자연수까지만 구해야 할 때가 있어. 상황에 맞춰서 해야 해요.

-학생: 세로 셈에서 나머지 쓸 때요. 몫 옆에다...쓰고 나머지 나타내도 돼요?

-교사: 네. 그렇게 나타내도 돼요.

-교사:(학생 2를 가리키며) 좋은 자세예요. 자기가 예전에 했던 경험이나 틀렸던 것을 이야기해주면 친구들도 같이 알아볼 수 있어요.

장면 ③

-43쪽에 제시된 상황: 똑같은 식을 3명의 친구(슬기, 지혜, 연수의 방법-교과서에 제시된 방법임)가 해결함.

-교사: $6.4 \div 2$ 를 해야 하는데 나누어 줄 수 있는 사람 수, 남는 양을 구하라는

거죠?

-교사: 아 아까 학생 2의 경험이 슬기처럼($6.2 \div 2$ 는 몫이 3.2이므로 사람 수는 3명, 남는 양은 0.2) 풀었다는 거구나~

-교사: 왜 슬기는 이렇게 생각했을까?

-학생: 일단 3.2니깐 3명 쓰고, 나머지는 0.2라고 했어요.

-교사: 이거는 왜 잘못된 생각일까?

-학생: 이걸 나머지가 아니에요.

-교사: 이걸 뭐지?

-학생: 몫 첫째 자리요.

-교과서에 제시된 표(p. 43 2번 문제)를 채워서 증명해보게 함. (왜 연수(몫과 나머지를 바르게 계산함)의 방법이 맞는지 눈에 보이게 할 수 있는 표), 교과서에 제시된 표는 결국 검산과 관련된 내용임.(나누어 주는 물의 양 ((한 사람이 가지는 물의 양 $2L \times$ 몫(여기서는 자연수)의 값+나누어 주고 남는 물의 양(나머지)=(나누어지는 수), 결국 나누어 주는 양과 나누어 주고 남는 물의 양을 합하여 원래 합계가 나오는 것으로 증명할 수 있음.)

-교사: 일단 나눗셈을 하고 맞았는지 틀렸는지는 검산을 통해서 알아볼 수 있다고 강조함.

...이하 생략...

<표 IV-19> 수업 관찰 및 수업 반성(10.4.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	-교과서 p. 42 1번 문제 →거의 나눗셈으로 해결하였고 뺄셈으로도 풀어볼 수 있도록 안내함. 그 중 한 학생에게 질문함.(그 학생 답: 2.1) →이전 차시에서 나누어떨어질 때까지 계속 나눗셈을 했었기 때문에 남는 양을 물어보는 문제 상황이었음에도 답을 2.1로 기술하는 모습을 볼 수 있었음. 이 부분은 교사가 예상했던 상황이었고 학생들에게 난관이 있으리라 생각했었는데 실제로 그랬으며 나중에 수행평가 시에도 이 부분을 헛갈려 하는 경우가 있었음.
수업 반성	$\sqrt{2}$ 단원 교과서 p. 42 1번 문제를 교과서를 덮고 공책을 꺼내서 2가지 방법으로 풀어보게 함. →이 문제를 교과서를 보지 말고 풀어보라고 제시한 의도는 아이들이 직

	<p>접 생각해보게 하기 위함이었다. 단순히 교과서에 제시된 문제의 흐름을 따라가게 되면 4.2에서 2를 두 번 빼고 그럼 $4.2-2-2=0.2$라는 결과를 도출하게 된다. 이러한 상황은 이제까지 다루지 않았으므로(나누어떨어지지 않는 상황에서 남는 양을 구해야 하는 상황) 이럴 때는 어떻게 해결하는지를 생각하게 하려고 문제 상황만 따로 제시하여 공책에 작성해보도록 하였다. 자신의 풀이 과정이 문제 상황에서 제시하는 것과 맞는지를 생각해보게 할 수 있었다.</p>
--	--

(3) 수업 후 학생 의견 조사 결과(단원 종료 후)

※ 1단원, 2단원 수업 후 학생들의 의견을 조사함.

<p><학생들 의견 정리 및 분석 방법> -생각해볼 만한 의견: 음영 표시</p> <p>-1학기 과목 선호도 조사 시 싫어했던 과목으로 선택한 학생 의견: 문장 앞 ▲ -1학기 과목 선호도 조사 시 좋아했던 과목으로 선택한 학생 의견: 문장 앞 ■</p> <p>※학생들이 직접 작성한 의견으로 학생들이 작성한 내용을 최대한 그대로 반영하였음.</p>

① 이 단원을 배우면서 가장 인상 깊었던 활동은?

- $1 \div \frac{1}{2}$ 푸는 방법을 주위 사람들에게 물어보고 포스트잇에 적어 붙여 칠판에 붙이는 활동(물어보는게 가장 기억에 남아서)
- ▲-공부 내용을 공책에다 정리하는 것.
- 선생님이 문제를 내서 답을 쓰고 같은 것끼리 모아서 그 이유 듣는 것(내가 생각해보지 못한 답을 들었어서)-씹킹보드 활동
- $1 \div \frac{1}{2}$ 의 분모가 왜 분모가 2인지 설명하는 것(나의 설명을 선생님과 친구들이 칭찬해줘서 A컵의 $\frac{1}{7}$ =B컵의 $\frac{1}{2}$)
- 애들이랑 얘기를 해가지고 어떻게 더 정확하게 할지 써서 하는 것(친구들이랑 재밌게 해서)
- 1명이 앞에 나와서 우리한테 설명해줬던 것(이해가 안되는 것도 있었는데 선생님이 자세히 설명해줘서 이해가 잘 됐다)
- 육각형 교구에 선생님이 내주신 문제 풀기가 다른 학년이었을 때보다 색다르고 좋았다.
- ▲-역수로 변환하는 방법 배우기(역수로 변하는 방법을 시원하게 알게 되었기 때문

예)

▲-육각형 교구에 써서 이야기하는 것(되게 재미있었고 아직도 기억에 남아서)

▲ $-1 \div \frac{1}{2}$ 이다.(왜냐하면 누나한테 물어보는 과정이 재밌어서,)/수업 시간에 공책에 정리하는 것(왜냐하면 내가 실력이 들어가는 느낌이어서)

-앞에 나가서 칠판에 내가 설명했을 때(덜렸고 내가 해내서 뿌듯했기 때문이다)/왜 역수가 되는지 배울 때(신기했고 새로웠기 때문이다)

-분수의 나눗셈이 어떻게 분수의 곱셈이 되는지 설명했던 활동

-1단원: $1 \div \frac{1}{2}$ 을 그림으로 나타내는 문제를 다 같이 이야기한게 제일 인상 깊다.(어떻게 할지 막막했던 기억이 있기 때문에)/ 2단원: 2L 음료수를 3명이 나누어 마신다면 얼마를? 문제가 가장 인상 깊었다.(0.666이라서 반올림해서 0.7인줄 알았는데 0.1이 남아서 0.6이었던게 생각이 난다.)

$-1 \div \frac{1}{2}$ 가 왜 2가 되는지를 우리반에서 각각 생각을 하며 그림으로 그리고, 또 동생이나 엄마, 아빠, 사촌에게 물어봐서 왜 2가 되는지 그림으로 나타내어서 여러명의 의견을 본 것이 인상 깊었다.

▲-선생님이랑 한 것 중에 모든 것이 다 인상 깊지만 여기서 하나를 뽑자면 육각형 썩킹보드에 친구들의 의견을 모아 친구들과 이야기를 한 것이다.(친구들과 이야기를 하는 것이 재미있어서)

-단원평가(공부를 해야 하고, 답이나 식을 알아내는 방법이 어려워서이다.)

-1단원에서 $1 \div \frac{1}{2}$ 를 할 때(나를 가장 생각하게 만들었다. 그리고 다른 애들의 해결 방법을 보면서 내가 답을 알아냈기 때문에)

-소수의 나눗셈 문제 중 '2L의 음료수를 3명이 나누어 마신다면 한 사람당 얼마를 마시나요?'라는 문제가 있었다. 계산을 한다면 $2 \div 3 = 0.666\dots$ 이다. 답은 0.666..., 0.6, 0.7 3가지가 나왔다. 나는 그냥 가장 가깝다는 이유로 소수 첫째 자리까지 나타내었다. 하지만 열띤 토론을 통해 0.6L가 나왔다. 그냥 기계적으로 계산하지 않고 문제를 꼼꼼히 생각하고 문제를 해결했던 게 정말 인상적이었다.

■-분수의 나눗셈을 할 때 왜 \div 가 \times 로 바뀌고 뒤에 분수가 역수가 되는지 알아내는 활동

-분수 \div 분수가 분수 \times 분수로 바뀌면서 왜 역수가 되는지 이유를 배웠던 것

■ $-1 \div \frac{1}{2}$ 그 이유를 사람들에게 물어보니 재밌었다./육각형에 쓰고 뽑아서 토론하는 것(왜냐하면 잘못 계산한 것이 왜 잘못 계산한 건지 알 수 있다.)

■-분수: $1 \div \frac{1}{2}$ 을 주변 사람한테 그림으로 표현해달라는 것/소수: 소수 \div 소수를 여러 가지 방법으로 표현하는 것(각각 10배씩 해서 계산 등)

▲-1단원: 친구(~~가) 칠판에 그려서 설명하던 게 아직도 생생하다./ 2단원: 애들과 육각형 도형에 문제를 푼 것이 생각난다.

-친구들과 같이 육각형 보드판에 문제와 답을 적고 애들과 답이 틀렸는지 맞았는지 확인해보는 활동(나는 그냥 내가 풀면 다 맞았다고 생각하였는데 친구들과 선생님님과 같이해서 정말 정말 좋았다)

■-분수의 나눗셈, 역수를 하게 되는 과정이 신기해서 좋았다.

▲-왜 $1.2 \div 0.6$ 을 할 때 왜 자연수로 고치는지,(왜 자연수로 나누는지 아이들과 토의한 내용임)

-세로식을 자연수까지만 구하기(헛갈려서이다)

<정리>

- $1 \div \frac{1}{2}$ 을 반 친구들과 주위 사람들에게 물어보고 친구들과 방법을 공유하는 활동(7명)

- 썩킹보드(의사소통 활동)(5명)

- 의사소통 활동(친구들과 같이 문제 해결하고 의견 나누고 발표하는 것) (6명)

- 분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꾸면서 역수로 만드는 활동(5명)

- 반올림, 올림, 버림 문제 푸는 것(1명)

② 이 단원을 배우면서 나에게 가장 도움이 되었던 부분은?

-왜 분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꿀 때 역수로 바꾸는지 잘 몰랐는데 알게 되어서 좋았다.

▲-공부를 열심히 해서 이 두 단원에 더욱 자신이 생겼다.

-문제에서 나오지 않는 예상외의 문제를 배운 것

-왜 분수의 나눗셈의 곱셈으로 바뀌는 이유(나눗셈이 곱셈으로 바뀌는 건 알긴 알아도 정확히 구체적으로 몰랐는데 알게 되어서

-공책에다 그림으로 그리면서 듣는 것.

-나눗셈 하는 것

■-다양한 것도 배우고 알고 있었던 것도 한 번 더 배우게 되고 얻어가는 것이 많은 시간이었다.

▲-연산의 정확성, 계산 방법이다.

▲-연산을 조금 더 생각하게 된 것.

▲-왜 역수가 되는지 배웠다.

-역수를 하는 이유(학원에서는 역수를 하는 이유를 설명해주지 않아서 이유를 몰랐는데 알게 되어서 도움이 되었다)

-잘못 알고 있었던 사실을 바르게 고쳤을 때, 나누는 수가 작아지면 몫도 작아지는 줄 알았는데 나누는 수가 작아지면 몫이 커진다는 걸 알았다.

-1단원: 분수÷분수가 분수×분수로 어떻게 바뀌는지 알아보는 문제를 하고 왜 그렇게 되는지 알아 도움이 되었다./2단원: 학습지에서 20번에 있는 우유 문제를 배우고 나서 가장 도움이 되었다.

-예를 들어서 $1 \div \frac{1}{2} = 2$ 이렇게 끝이 아니라 좀 더 생각하는 것이다.

▲-조금이라도 이 부분에 대해서 잘 알게 되었다.

-조금씩 해서 하는 방법을 알았다.

-내 머릿속에서 생각하는 힘을 기르게 되었다.

-토론을 통해 그냥 기계적으로 계산하지 않고 문제를 꼼꼼히 생각하고 문제를 해결하는 법을 배워서 나에게 큰 도움이 되었다.

■-몰랐던 거와 궁금했던 거를 많이 알게 됐다.

-나눠지지 않는 부분을 반올림을 하고 어디서부터 했던 것.

■-오답 노트 쓰기(단원평가-틀린 것들을 다시 풀어보면서 실수를 줄일 수 있기 때문에)/육각형에 쓴 것

■-분수: 왜 분수÷분수가 분수×분수(역수)가 되는지 알아보는 것/소수: 왜 주고 남은 양을 알아볼 때 나머지까지 구하면 안 되는지

▲-1단원: 딱히 없다, 생각보다 간단해서/ 2단원: 모르는 문제를 해설해서 많은 정보를 알게 됐다.

-분수의 나눗셈을 할 때 난 원래 알고 있었는데 더 깊게 안 것 같다.

■-학원에서 무작정 역수만 하라고 해서 역수하여 계산하였는데 역수를 하는 과정을 눈으로 확인할 수 있어서 신기하고 좋았다.

▲-소수÷소수 할 때 분수로 고치는 것을 실수하고 있었는데 선생님이 그 실수를 고쳐줄 때

-분수 역수가 어려웠는데 선생님께서 방법을 알려주셔서 알게 되었다.

<정리>

-분수의 나눗셈을 곱셈으로 변환할 때 역수를 취하는 방법을 몰랐었는데 알게 되어 좋았다(8명)

-생각하는 힘, 토론을 통해 문제를 해결하는 법을 배움(2명)

③ 이 단원을 배우면서 가장 힘들었던 활동은?

-왜 분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꿀 때 역수로 바꾸는지 알아볼 때 헷갈려서 힘들었다.

▲-단원평가 20문제가 너무 많아서 조금 힘들었다.

-약을 먹을 때 많이 먹으면 좋다는 문제, 많이 먹으면 좋지 않다는 문제를 2가지 방법으로 나누어 푸는 것

-왜 분수와 나눗셈이 곱셈이 되는 과정(거의 몰라서 어려워서, 가장 힘들어서)

-없음

-문제를 풀 때 거꾸로 써서 답이 틀린 적이 많다.

-공책을 정리하는 것

▲- $1 \div \frac{1}{2}$ 을 지인들에게 물어보는 것이다.(물어볼 후보가 많이 없어서)

▲-문제를 계속 계속 푸는 것

▲-없다.

-역수를 하는 이유((학원에서)배우지를 않아서 왜 역수를 하는지 몰라서 어려웠다)

-나눗셈이 왜 곱셈으로 바꾸면서 역수가 되는지를 증명해야 했던 활동이 제일 힘들었다.

-1단원 $1 \div \frac{1}{2}$ 을 그림으로 나타낸 것./2단원: 학습지 20번 우유 문제

-분수의 나눗셈에서 ()÷()을 했을 때 왜 그렇게 되는지 생각하여 그림으로 나타내는 것.

▲-없음. 다 즐거웠다.

-단원평가 공부, 식을 쓰는 방법, 여러 가지 사실들에서 무엇을 써야 할지 고민, 안 나누어지는 것을 반올림하여 계산하는 것

-잘 모르겠다.

-선생님께서 이해가 될 때까지 설명을 잘해주셔서 어려웠던 수업은 딱히 없었다.

■-어떤 것이 왜 그렇게 되는지 왜 이런 답이 나오는지 알아내는 게 힘들었다.

-없음.

■-없음.

■-분수: $1 \div \frac{1}{2}$ 을 그림으로 나타내기/ 소수: 왜 각각 10배씩 해도 답이 똑같은지

▲-수행평가

-수학 익힘 풀 때

■-없다.

▲-반올림을 하는 것

-비와 비율

<정리>

- 분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꾸면서 역수로 만드는 활동(5명)

→아무래도 분수의 나눗셈을 곱셈으로 바꾸는 그 과정을 학생들 스스로 생각해보고 의논해보는 활동이 생소해서 힘들었지만 그만큼 기억에 남았고 도움이 되었다는 의견도 많이 볼 수 있었다. 학생들 역시 본 교사가 이번 학기에 강조하는 것처럼 단순히 외워서 기계적으로 푸는 것이 아니라 그 방법과 원리를 스스로 생각해보고 친구들과 의논하면서 사고력을 높이는 것이 의미 있고 중요한 것임을 이해하고 그런 활동이 인상 깊었다고 표현한 예도 있었다.

- 문제 풀이(2명)

④ 수와 연산에 대한 나의 생각(변화된 생각도 좋고, 확실해진 생각도 좋습니다.)

-어렵다고만 생각했는데 이제 좀 쉬워졌다.

▲-처음에는 정말 아무것도 몰랐는데 이제는 그 단원들의 자신이 조금 생겼다.

-처음에는 어려웠지만 차근차근 알게 된 게 좋았다.

-좋다. 왜냐하면 수학 자체를 좋아해서

-어려운 것도 있었는데 하다 보니깐 쉬워졌다.

-소수를 잘 나눌 수 있을 것 같다.

■-계산은 계산기를 쓰면 다 해결된다고 생각했는데 선생님과 함께 해보니까 계산이 재미있다.

▲-처음에는 하기 귀찮았는데, 하면서 푸는 것이 즐거워졌다.

▲-귀찮고 풀기 싫었던 것을 많이 생각하니깐 조금이나마 푸는 것이 덜 귀찮아진 것 같다.

▲-여전히 연산은 어렵다.

-수와 연산이 싫었는데 배우고 나니 싫지는 않았다. 그리고 역수를 하는 이유를 알아서 뿌듯하고 신기했다.

-수와 연산은 확실히 우리 생활에 필요하지만 확실하게 어렵고 확실하게 복잡하고 확실하게 짜증이 난다.

-수와 연산은 어렵기도 하고 쉽기도 하다.

-연산하는 것이 좋지도 않고 별로 흥미는 없지만 그래도 일상생활과 연관이 있고 필요하다.

▲-수와 연산이 정말 재미있고 내가 살아가면서 필요한 것 같다.

- 그전에는 수학에 관심도 없고 어려웠는데 선생님이 도와주시고 열심히 참여하다 보니깐 점점 느는 것 같다.
- 힘들고 머리 쓰는 것이라고만 생각했는데 중·고등학교 가서도 커서도 꼭 필요한 것이구나 하고 깨달았다.
- 항상 계산만 하는 지루한 단원이 아닌 함께 생각하고 문제를 꼼꼼히 생각하며 머리로 생각을 많이 할 수 있는 단원이 바로 수와 연산인 것 같다.
- 어렵고 힘들지만 원리를 알면 재밌고 쉬운 것 같다.
- 예전에는 마냥 어렵고, 귀찮다고 생각했는데 지금은 할 수 있고 은근 쉽다고 생각하였다. 그래서 분수가 더 쉬워졌다.
- 나는 연산이 좋다. 그 이유는 문제를 계산해서 푸는 게 좋기 때문
- 수학은 하면 할수록 어려워지는 것 같다(학년이 올라갈수록)
- ▲-갑자기 헛갈릴 때
- 머리가 아프지만 친구들과 선생님이랑 함께 하니 좋았다.
- 예전에도 연산을 좋아했었는데 어려운 건 하기 싫어했다. 하지만 이제는 어려운 것도 할 수 있을 것 같다.
- ▲-어디 가든 당당하게 수학을 할 수 있게 됨.
- 연산이 싫음에서 보통이 됐다.

3) 4단원 <비례식과 비례배분>

가) 학생 4단원 선호도 조사

① 이 단원에 나는 얼마나 흥미가 있나요?

1) 매우 흥미가 있다(3명), 2) 흥미가 있다(5명), 3) 보통이다(9명), 4) 흥미가 없다(8명), 5) 매우 흥미가 없다(2명).

√확실히 도형 단원과 다른 양상을 볼 수 있음.

② 이 단원에 대한 나의 자신감은 어느 정도인가요?

1) 매우 자신 있다(3명), 2) 자신 있다(6명), 3) 보통이다(9명), 4) 자신 없다(6명), 5) 매우 자신 없다(3명)

√보통이 가장 많고 매우 자신이 있고, 자신이 있다는 학생들과 자신 없고 매우 자신 없다는 학생들이 9명으로 골고루 분포해 있음.

③ 이 단원에 흥미가 있다면 그 이유를, 흥미가 없다면 그 이유를 또는 자신이 있거나 없다면 그 이유를 써 보세요.

-~에 대한 등등을 까먹었기 때문에, 머리가 아프기 때문에, 재밌어서, 아예 처음이어서 흥미가 있다, 계산해야 하고 별로 재미가 없어서, 어려워서 흥미가 없다, 연산이고 다 까먹어서 흥미가 없다. 너무 어렵다. 재미있지만 조금 귀찮아서 보통이다. 재미가 없고 계속 쪽 나오기 때문에 흥미가 없다. 비례식을 풀고 해결하는 게 재밌다. 다른 단원에 비해 쉽다. 계산하는 것을 별로 좋아하지 않고 잘 하지 않는다, 작년 배웠기 때문에 자신 있다, 어려워 보인다, 제일 싫어하는 단원이고 많이 배우지 못한 단원이기 때문에, 배웠지만 까먹어서 흥미가 있다, 이 단원에 대해서 전혀 아는 것이 없어서 자신 없다.

④ 이 단원을 공부해야 하는 이유는 무엇이라고 생각하나요?

-일상에서 필요해서
-살면서 언젠가는 필요하기 때문이다.
-백분율이 많이 쓰여서

⑤ 일상생활에서 이 단원과 관련된 내용들에는 어떤 것들이 있나요?

-무엇을 나누어 가질 때
-세일할 때
-축구 경기, 음식 계량

나) 수업 분석 및 반성 내용

(1) 수업 전 반성

<표 IV-20> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(4단원)

		분석내용	
수업 전 반성	교수 관점	수학 교과 지식의 이해	◆나는 이번 수학 수업에서 가르칠 수업 목표와 학생들에 대해 충분히 이해하고 있는가?
			-교수할 수학적 개념(내용)의 위계성과 연계성을 알고 있는가? -이 개념을 가르칠 때의 어려움과 한계점을 고려하고 있는가? 1학기 비와 비율 관련 수업을 진행했을 때 어려워했던 학생들이 꽤 있었던 만큼, 또한 이번 단원을 진행할 때 전에 배웠던 개념들을 다시 한번 상기시켜주는 것이 앞으로의 수업 흐름에 필요하고 중요한 만큼 복습 시간을 가지고 위와 같이 진행하였음.(가) 수업 장면에서 서술됨)

		<p>-교수할 수학적 내용과 실생활과의 관련성을 고려했는가?</p> <p>- 비례식 및 비례배분은 실생활에서 학생들이 적용할 수 있는 부분이 많아서 이 부분을 연관 지어 수업을 진행하려고 한다.</p>
		<p>-이 수학 수업에 대한 적절한 교수 방법 및 전략을 생각하고 있다면 그 방법 및 전략을 선택한 이유는 무엇인가?</p> <p>-(의사소통, 토의·토론하기, 추론 등)이번 단원은 규칙성 단원으로 1학기 비와 비율 단원에 이어서 2학기에 제시된 단원이다. 학생들이 친구들과 의사소통 활동을 하는 것에 관심이 있으며 인상 깊었다고 하는 의견들이 꽤 있었으며 본 교사도 의사소통의 중요성에 동의한다. 이 단원은 겉으로 보기에 어렵다고 느낄 수 있는 단원이기에 교사가 단순히 주입하여 설명하는 것이 아니라 실제로 학생들이 작은 것에서부터 스스로 추론하고 성질을 발견해 나갈 수 있도록 진행할 예정이며 우리 생활 속에서 다양하게 활용될 수 있는 예들을 가져와 수업에 적용할 계획이다.</p>
학습 관점	학생 특성 의 이해	<p>-학생들의 참여를 지원하기 위한 방법을 생각하고 있는가?</p> <p>-학생들의 수학적 오류와 오개념에 대한 지식을 갖고 그것에 대해 대처 방안을 마련하여 수업에 임하는가?</p> <p>-학생들의 수준에 맞는 수학 수업 내용을 구성하는가?</p>
		<p>-이번 단원은 학생들이 1학기 때 학습했던 비와 비율에 대해 어려웠던 경험이 있어서 단원 제목을 들으면서도 걱정을 많이 했을 것으로 생각한다.</p> <p>-학생에게 익숙한 생활 및 주변 현상을 통해 개념을 이해하게끔 하여 수학의 유용성을 알 수 있도록 하고 비례식뿐만이 아니라 비례배분 역시 이 개념들이 적용되는 상황을 생각해보고 문제를 해결해 봄으로써 문제 해결 및 태도 및 실천 능력을 기르게 할 계획이다.</p> <p>-또한, 비례식의 성질, 비의 성질을 교과서에 의하여 또는 교사의 설명으로 전달하고 가르치는 것이 아니라 스스로 학생들이 발견하고 다양한 추론 전략을 활용하여 비례식과 비례배분에 대한 개념을 이해하고 추론 능력을 기를 수 있도록 할 계획이다.</p> <p>-이 단원을 1, 2단원이 끝나고 난 후에 3단원보다 먼저 수업하는 이유는 두 가지로 들 수 있다. 먼저 첫 번째는 3단원 공간과 입체 단원에서 필요한 쌓기나무의 교구 확보를 위해서라고 할 수 있고 (6학년이 총 8개 반으로 구성되어 있어 쌓기나무를 좀 더 다양하고 풍부하게 확보하여 활용하기 위해서), 두 번째는 분수의 나눗셈과 소수의 나눗셈을 배우고 난 후 비례식과 비례배분 역시 이 앞에 단원들과 무관하지 않고 밀접하게 연관되어 있다고 생각해서였</p>

			<p>다. 특히 분수의 나눗셈을 학습하면서 학생들이 문제를 해결할 때 어려워했던 부분이 있었는데 교사가 그 당시 수업하면서 이 부분을 비례식으로 해결하면 좋겠다고 생각했던 경우가 꽤 있었다. 비례식을 알면 간단히 더 다양한 방법으로 풀 수 있는 문제도 많이 보여 4단원을 먼저 학습하고 앞 단원과 연관 지을 수 있도록 할 예정이다.</p>
--	--	--	---

(2) 수업 중, 후 반성

(가) 2019. 10. 17. (목) -비의 성질을 알아볼까요(애들 논의가 활발히 이루어졌던 수업임)

장면 ❶

- 저번 시간에 적은 비교하는 상황 확인(씽킹보드 확인)
- 오늘은 비의 성질에 관해 이야기할 것임을 안내.
- 첫 번째 교과서 상황 도입(한 모듬, 두 모듬이 있을 때 필요한 유리 막대 수와 비커 수의 비와 비율을 각각 구하고 비교하는 상황)
- 교사: (한 모듬일 때는 유리 막대 3개, 비커 4개) 두 모듬일 때 유리 막대는 6개, 비커는 8개, 그럼 6:8, 비율은 8분의 6, 그럼 비율이 어때요?
- 학생: 숫자는 다른데 비율은 약분하면 같아요.
- 교사: 이걸 통해서 알 수 있는 것은?
- 학생: 잘 모르겠어요
- 학생 2: 0이 아닌 수를 곱하면 같다.
- 교사: 그걸 알아보자.

- 교사: 기호를 중심으로 해서 앞에 있는 걸 전항, 뒤에 있는 걸 후항이라고 해요.
- 교과서에 제시된 이중 수직선 도입(이제까지 배웠던 것이랑 다른 점을 이야기해보게 함. 같은 위치인데 숫자가 다름을 알아내고 수직선의 의미를 설명함.) 전항과 후항에 같은 수를 곱하면 같다는 것을 말하고 싶은 것임을 안내함. 다른 숫자를 곱하면 학생들이 안 된다는 사실을 직접 이야기함.

장면 ❷

- 교사: 다음 쪽에는 뭐가 나와 있을까?

- 학생: 더하지요.
- 교사: 더하기 하면 비율이 같아질까? 같다고 생각하는 사람?
- 학생: 1명 있음.
- 교사: 그럼 한번 해보면 되지.
- 학생: 1씩 더해봐요.
- 교사: (교사가 1학기 때 2개의 수를 비교하는 방법으로 더하기, 나누기, 곱하기 여러 가지로 비교해 보았고 그중에서 비와 비율을 계산할 때는 어떻게 비교했었는지를 질문하였으나 기억이 나지 않는다고 함) 이와 관련해서 간단하게 설명 후 다음 시간에 1학기 문제를 가져와서 해보기로 하고 넘어감.

- 그럼 나누기로 비교할 때, 나눴을 때 중요한 게 하나 있어. 0은?
- 학생: 안돼.
- 교사: 그렇지.
- 학생: 왜?
- 교사: 그 이유를 찾아볼 건데.

<교과서 문제를 제시: 주차장 가의 가로: 30, 가능한 수: 12대, 주차장 나의 가로: 10, 주차 가능한 수: 4대> 비율을 구해 보게 함. 학생들이 결국 나눠도 비율이 같음을 알게 됨.

- 교사: 전향과 후향에 똑같은 수로 나누어도 비율은 같은데 여기서 중요한 수 똑같은 수로 나누면 되긴 하는데 단 0은 안 돼요.
- 학생: 그럼 0.1, 0.001은 돼요?
- 교사: 네 0은 안 돼요. 왜 안 될까? 그 이유에 대해 토의해보자, 3명이 서로 의논해보게 함. 그 뒤로 6명이 한팀이 되어서 의논해보고 작은 칠판에 써 보게 함.

-학생들의 토의 후 의견 발표 및 교환 과정-

- 학생: 예를 들어 3에 0을 곱하면 0이 돼요. 2:1은 0:0과 같지 않잖아요? 그럼 안되고요. 1 또는 2 나누기 0을 하잖아요? 그럼 답이 없어요~
- 교사: 다시 천천히 설명해보자.
- 학생: 0을 1에 곱하든 2에 곱하든 무조건 0이 되고 어떤 수에 0을 나누면 답이 없어요. 답 자체가 존재하지 않아요.

- 교사: 이유는? 거의 다 왔어.
- 학생: 12개를 0개씩 나누면 그럼 12개가 나오잖아. $12 \div 0$ 은 12를 0묶음씩 나누는 게 없잖아요?
- 교사: $12 \div 0$ 은 12 그대로?
- 학생: 아니요, 그냥 짱이에요, 답이 없어요. 1을 0묶음씩 못 나누듯이
- 아이들: 12를 묶지 않았으니깐 12가 되지 그러면 아이들과 치열한 논의가 시작됨
- 답이 안 나와요 / 답이 0이야.
- 12개를 0개씩 묶는다고? 그럼 답은 0이지/ 답이 없어.
- 교사: 그다음 여기 모듬은 답이 0이다?
- 학생 2: 12개를 0묶음으로 묶으면 0묶음이 나와요.
- 학생 1: 무슨 말인지 모르겠어요
- 학생 2: 사탕 12개를 0개씩 묶음으로 나타낼 거야 그럼 묶음은 0이지
- 학생 2: 남은 사탕이 12개라는 게 아니라 묶음이 0개라고.
- 학생 1: 남은 건 12개잖아.
- 교사: 학생1은 남은 것이 12개라는 거고 학생2는 묶은 묶지 않아서 0이라는 말이야.
- 학생: 저희도 0이라고 생각해요. 0으로 묶어서 답은 0이 되고 나머지가 12가 되기 때문에 결국에 답은 0
- 교사: 그럼 답은 0?
- 학생: 성립되지 않아요
- 학생 3: 나누기는 학생2랑 같은 의견, 0을 곱하면 안 되는 이유는 3×3 은 3을 3번 3×0 은 3을 0번……. 잘 설명하지 못함. 교사가 도와줌.
- 교사: 3×3 은 3을 3번 더한 것이고, 3×0 은 3을 0번 더하는 거니깐 0이다? 그다음?
- 학생: 칠판에 나와서 설명해도 돼요? 학생3과 비슷한데요. 3×3 은 3을 3번 더하면 9가 되잖아요. 3을 0번 더하면 쓸 수 없으니깐 아예 쓰지 못해서 0이다
- 학생: 무의 존재
- 학생: 저는 3×0 이 3을 0번 더한 거니깐 답이 0, 그럼 나누기도 3을 0번 나누니깐 0이에요?
- 학생: 답이 성립되지 않아, 12 아니에요? 0 아니에요?
- 학생: $12 \div 0$ 은 12개가 있으면 묶어야 하는데 묶지 않아서 그대로 12
- 학생: 식이 성립 안 되는 이유가요. 이 2개를 0으로 어떻게 묶어요? (아이들을 바라보며) 못 묶잖아.

--학생들끼리의 충분한 의사소통 후--

-교사: 교사가 정리해서 설명해줌. 학생들이 감산으로 불가능함을 직관적인 수준

에서 파악할 수 있도록 함.

<표 IV-21> 수업 관찰 및 수업 반성(10.17.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-학생들이, 전항과 후항에 같은 수로 나뉘도 비율은 같다는 규칙이 성립하려면 왜 0은 안되는지에 대해서 서로 의사소통하는 과정</p> <p>→ 자기 생각을 자신 있게 밝히고 또 그 생각에 다른 친구들이 덧붙여 의견을 교환하면서 이후 상황에서도 자신들의 생각을 정당화하려는 모습을 계속 관찰할 수 있음.</p> <p>→또한, 학생들이 자기 의견을 뒷받침하는 논리적인 근거를 찾아서 친구들에게 설명해주기 위해 보충하고 다듬으면서 끊임없이 노력하는 모습을 관찰할 수 있었음.</p>
수업 반성	<p>✓왜 0으로 나누면 안 되는지에 대해서 학생들끼리의 충분한 의사소통 후</p> <p>→교사가 정리해서 설명해줌.</p> <p>-$a \neq 0$은 불가능, 왜냐하면 $0 \times x = a$를 만족하는 x는 없기 때문에, 따라서 0으로 나누는 것을 생각하지 않는다.</p> <p>→학생들에게 이렇게 문자로 설명하기에는 어려움이 있어 문자 대신에 학생들이 이해할 수 있도록 검산으로 불가능함을 직관적인 수준에서 파악하도록 하였다.</p> <p>✓학생들이 이 부분의 개념을 어려워할 줄 알았는데 굉장히 활발하게 토론하고 의견을 교환하는 장면이 매우 인상 깊었다. 실제로 평소에 자발적으로 토의에 참여하지 않는 학생이 적극적으로 참여하며 바른 답과 생각을 이끌어내는 모습을 보면서 그 과정 역시 의미 있었고 신기했다.</p>

(나) 2019. 10. 18. (금) <간단한 자연수의 비로 나타내어 볼까요>, <비례식 도입>

장면❶

- 교사: 어제 배운 내용 중에 중요한 것을 이야기해보게 함.
- 오늘 활동 안내: 간단한 자연수의 비로 나타내어 볼까요. (이때 아무렇게나 하는 것이 아니라 비율을 똑같이 유지 시키는 것이 중요함을 알려줌)
- 학생: 비율은 같은데 비는 다른 거예요?
- 교사: 그렇죠. 예를 들어 비는 다른데 비율은 같은 것이 어떤 의미인지 설명

함.

-비율을 유지시키는 것의 중요성을 우리가 많이 끓여 먹는 라면 스프를 예로 들어 설명함. (라면을 1개 끓일 때, 2개 끓일 때 스프는 1개 넣고 물의 양만 2배로 늘린다면 그 비율은? 생각해 보게 함)→학생들이 흥미롭게 듣고 바로 이해함.

-교과서에 제시된 분수를 자연수로 나타내기 위해 최소공배수를 곱해야 한다는 것을 알아내고 실제로 해보게 함.

-교사: 숫자에 따라 '나는 이걸 이렇게 풀래' 이렇게 할 수도 있고, 어떤 정해진 방법대로 푸는 게 아니고 이런 방법 저런 방법 배우고 익히면서 나만의 다양한 방법을 생각해보는 것도 중요하다는 것을 안내함. 그러다 보면 자신만의 방법도 찾아 나갈 수 있음을 이야기함.

장면② 비례식 도입

-두 개의 같은 비를 쓰고 여기에 등호를 쓰면 그게 비례식, 비례식에서 중요한 것은 =의 의미이며 =의 의미를 설명함. 학생들에게 $3+2=5$ 를 읽어보게 함.

-학생: 3 더하기 2는 5다

-학생: 3 더하기 2는 5와 같습니다.

-교사: 3 더하기 2는 5와 같습니다. 이렇게 =는 어떤 답을 쓰는 기호의 의미가 아니고 왼쪽과 오른쪽이 같다는 의미임을 안내함.

-교사: 비례식에서도 =을 썼다는 것은 이것과 이것의 비율이 같다는 의미야.

-학생: 이게 비례식이예요? 별거 없네. 근데 비례배분이 어려울 거 같아...

-교사: 비례배분이야말로 너희가 좋아할걸? 나와 동생이 몇 대 몇으로 나눌 것인가? 동생과 용돈을 모아 할머니 선물을 사려고 하는데 선물이 2만 원이라면 몇 대 몇으로? 굉장히 많이 활용되는 것임을 안내함.

-교사: 다음 시간에 저번에 못 한 것을 하겠습니다.

-학생: A4 용지의 비밀 파헤치기

-교사: 비밀 알고 있어요?

-학생: 하얀색이요, A1, A2, A3 이걸 가로와 세로의 비율이 같다는 것 아니에요?

-교사: 응 거의 비슷해. 다음 시간에는 계산기를 이용해서 계산할 거예요. (준비물 안내)

<표 IV-22> 수업 관찰 및 수업 반성(10.18.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	-학생: 이게 비례식이예요? 별거 없네. 근데 비례배분이 어려울 거 같아... →이 학생의 반응을 이어받아 교사가 비례배분도 실생활에서 많이 쓰이고 있음을 안내하고 재밌게 배울 수 있는 내용이라고 언급함.
수업 반성	√비례식에서 등호가 쓰일 때, 등호가 가지고 있는 의미를 한번 생각해볼게 하려고 학생들에게 물어보았다. (3+2=5, 3 더하기 2는 5와 같습니다) →학생 중에 풀이 과정을 서술한 경우를 보면 등호의 의미를 생각하지 않은 채, 무조건 다 등호로 연결하여 성립되지 않은 식을 쓰는 경우가 많았다. 따라서 등호의 의미를 다시 한번 되짚어주었다.

(다) 2019. 10. 24.(목)<비례식의 성질을 알아볼까요(뒷부분), 비례식을 활용해볼까요>

장면❶

-실제 사례를 제시함. (학생들이 직접 나온 사진 보여주기, 가로 150, 세로 200이예요. 그럼 몇 대 몇이지?

-학생: 150 : 200요.

-교사: 간단한 자연수로 하면?

-학생: 3 : 4요.

-교사: 그럼 비율을 똑같이 줄이고 싶다면? 세로만 100으로 줄인다면 어떻게 될까? 만약 10배로 줄인다면?)

-교사: 실제로 줄인 사진을 보여주며 이상함을 눈으로 확인할 수 있도록 함.

→이렇게 우리 생활에서 사진을 축소하고 확대하는 경우가 많고 뒤에 나오는지도 역시 실제 거리를 일정한 비율로 축소하여 나타냄을 안내함. 만약 지도를 나타낼 때 거리의 축소비율이 일정하지 않다면 엉망이 될 지도를 상상해보게 함.

장면❷ 비례식의 성질(칠판에 예를 들면서 설명함)

-교사: 내항, 외항이 같아요. 만약 내가 이게 뭔지 모른다? 뭐로 줄여야 할지 모르겠어? 할 때 구하기가 편리해.

- 학생: 그럼 두 개를 모르면 어떡해요?
- 학생: 구할 수 있지
- 학생: 근데 경우의 수가 많잖아.
- 실제로 해봄. 2개를 여기랑 여기 몰랐을 때, 여기랑 저기 몰랐을 때, 알 수 있어요?
- 학생: 알 수 없어요, 알 수 있어도 경우의 수가 많아요.
- 교사: 비례식은 일상생활에서 나타내는 것이 편리하고, 비례식 세우면 미지수 (모르는 숫자)를 알아내는데 편리해. 단, 비례식 세울 때 잘 세워야 해, 가로, 세로면 등호 뒤에도 가로 세로로, 조심해야 해.
- 만약 라면 끓일 때, 500mL에 수프 1봉지? 그럼 물이 1,500mL 있을 때는 스프 몇 봉지? 편하게 구할 수 있어, 스프가 6개 있을 때 물의 양도 쉽게 구할 수 있어요.

장면 ③

- 문제 상황 제시(전기 자동차 충전 시간과 달리는 거리에 대한 문제, 비례식의 성질을 이용하여 3가지 방법으로 풀어보도록 함. 최대한 다양하게 자신만의 방법을 만들어가면서)
- 친구와 답을 비교해보도록 함.
- 나와서 설명해보도록 함.
- 학생 1: (침묵하여 오직 글로만 칠판에 쓰면서 설명) 12분 충전 150km, 4분 충전 50km 500km면? 10배니깐 40분에 500km
- 교사: 이해됐어요?
- 학생: 네/ 아니요.
- 교사가 보충설명
- 학생: 우와 대단한데?
- 학생 2: 12분 충전 150km, 150이 500km에 3번 들어가요? 그럼 50km 남으니깐 3으로 나눠서 3되고 50분에 4분 가니깐
- 교사의 보충설명: 500km 안에 150이 몇 번? 3번 들어가고 50km 더 가야 해. 그럼 일단 12분의 3배 하면 36분에다가 50km면 4분이니깐 4분을 더하면 40
- 학생 3: 비례식 방법으로 풀.
- 교사: 또 다른 방법 있나요? (교사가 비의 성질, 비율로도 풀 수 있음을 알려줌. 단 숫자에 따라 편리한 방법이 다를 수 있음을 안내함)

<표 IV-23> 수업 관찰 및 수업 반성(10.24.)

수업 관찰 및 수업 반성 <뒤에 학생들이 설명이 활발했던 수업>	
수업 관찰	<p>-교사가 비례식의 성질에 관해 이야기할 때 학생들이 일상생활에서 겪을 수 있는 예(라면 끓이기 등)를 제시함으로써 학생들이 더 흥미롭게 듣는 것을 관찰할 수 있었음.</p> <p>-문제 상황(교과서 p. 80)을 제시하고 다양한 방법으로 풀어보게 함. →이 상황에서 학생들이 비례식을 이용해서 푸는 경우 외에도 다양한 방법으로 해결하고 소개하는 모습을 관찰할 수 있었음. (예: 12분 충전 시 150km, 4분 충전하면 50km, 그렇다면 500km는? 등)</p>
수업 반성	<p>√동기유발 시 학생들의 실제 사진의 축소 사례를 컴퓨터를 통해 보여주며 일정한 비율로 줄이지 않았을 때는 어떤 일이 일어나는지 같이 보고, 일정한 비율로 줄이려면 어떻게 해야 하는지 생각해보도록 하였다.</p> <p>√학생들이 문제 해결을 하면서 교과서에 제시된 내용 이외에 자신들만의 방법으로 해결한 경우가 많았고 다양한 아이디어를 공유할 수 있었던 시간이었다.</p>

(라) 2019. 10. 28. (월) <비례배분을 해 볼까요>

장면 ❶

-저번 시간에 확인 못 한 문제 마저 풀기(비례식 바르게 세우기, 비례식의 성질 뿐 아니라 비의 성질, 또는 다른 방법으로 문제 풀이 방법 설명하기)

장면 ❷

-비례배분으로 넘어감.

-교사와 비례배분의 의미를 이야기 나눠보고 간단한 예를 들.

<빵이 10개가 있는데 친구가 3:2로 나눠 먹을 때 그림으로 나타내 보세요>

-학생: 10개를 그리고 3:2니깐 3개, 2개, 그럼 5개가 남고 또 3개 2개로 나누면 그림 6:4, 그럼 6개 4개씩 먹을 수 있어요.

-학생 2: 3:2잖아요 기준량이 10이니깐 먼저 빵을 그리고 6개로 묶음.

-교사: 그렇게 나눈 이유가 뭐예요?

- 학생 2: 6:4니깐 6개를 일단 묶고 나머지 4개로 묶어요.
- 교사: 일단 2배를 하니깐 딱 10개로 떨어지니깐 2배를 한 거예요?
- 학생 3: (빵을 그리고) 10개가 있는데 3:2로 나누어 가지려면 3:2를 합치면 5니깐 일단 5묶음으로 만든 다음 3:2니깐 한 명은 3묶음, 한 명은 2묶음 가지니깐 6개랑 4개.
- 학생들: 손뼉 칩
- 교사: 이해됐어요? 2개씩 묶은 이유가 뭐죠?
- 학생 3: 다시 천천히 설명해 줘.
- 학생 4: (다리 다쳐서 앉아서 이야기함) 3:2는 5개니깐 곱하기 2해서 6:4(앞에 2번 친구랑 똑같음.)
- 교사: 다른 친구? 교사가 또 다른 방법 제시함. 딱 접시 2개 주고 처음부터 1개씩 나누는 거야. 접시 2개 놓고 이 친구 하나 저 친구 하나, 하나 나누다 보면 어떻게 될까?
- 학생: 5:5가 돼요.
- 교사: 칠판에 그리면서 하나하나 나누다가 3:2가 될 때까지 나눠야겠지? 5개, 5개 되었다면?
- 학생: 하나를 옮겨요.
- 학생 5: 이렇게 할 수도 있어요. 학생 그림 보여주면서 얘기함.
- 교사: 이 그림 이해 가능한 사람? 접시를 5묶음으로 나눈 거예요?
- 학생: 네? (어리둥절함)
- 아이들: 맞잖아.
- 교사: 일단 접시를 5개로 한 거잖아요. 그리고 하나씩 넣은 거죠. 일단 학생5 방법은 접시를 일단 3개 놓고 2개 놓고, 하나씩 놓으면 한 접시에 2개씩 넣으니깐 6:4가 되겠죠?
- 학생 6: (손들어서 발표함) 3:2 두 개 더하면 5니깐 10이 되려면 곱하기 2를 해야 하니깐
- 학생: 아까 했잖아. 아~

장면 ③

- 교사: 이런 과정을 거쳐 어떻게 하면 비례배분을 하는 식이 나오는 거예요. (교과서에 있는 빵 그림 도입) 빵을 그려보는 것은 이미 공책에 해봤고 교과서에 제시된 수직선에 숫자를 써 볼 수 있도록 함.
- 이때 한 학생이 질문함. 비례배분이 왜 필요해요?

- 교사: 우리 생활에는 1:1로만 나누는 경우밖에 없을까요?
- 학생: 너랑 동생이랑 뭐 나누는 것도 그렇잖아.
- 교사: 우리 생활 주변에서 몇 대 몇으로 나누는 경우를 생각해보게 함.
- 마지막에는 수직선을 보면서 전체(기준량) 중에 몇 개(비교하는 양)를 분수로 나타내보게 하고 이것을 식으로 나타내는 방법으로 비례배분을 도입함.

<표 IV-24> 수업 관찰 및 수업 반성(10.28.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-빵을 3:2로 나누는 비례배분 상황을 그림으로 나타내는 상황 →자신만의 풀이 과정과 방법을 생각하여 그림으로 나타내는 여러 가지 경우를 관찰할 수 있음. →이후 장면에서 여러 학생의 생각과 이해를 관찰할 수 있음. (나머지가 없을 때까지 3개 2개로 계속 나누는 경우, 3과 2를 합치면 5니깐 5묶음으로 만든 다음 3묶음, 2묶음으로 배분하는 경우 등)</p>
수업 반성	<p>√한 학생이 비례배분이 왜 필요한지를 질문함. → 1:1로 나누는 경우는 똑같이 나누는 경우로 +2와 같은 나눗셈으로 계산할 수 있으나 우리 생활 주변에서 비례배분이 활용되는 경우가 많음을 서로 이야기 나누면서 진행하였다. 실생활에서 사용되는 경우들을 이야기 나누며 수학의 필요성, 유용성에 대해 인식할 수 있도록 안내하였다.</p>

(마) 2019. 11. 07. (목)

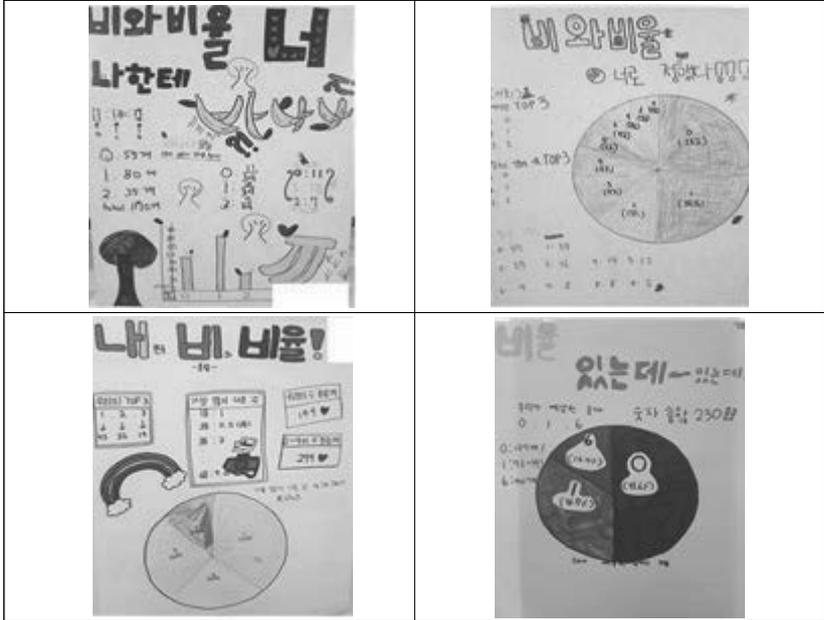
장면❶

- 이제까지 배웠던 비와 비율 총정리하는 시간임을 안내함.
- 모둠별로 신문을 나누어주거나 모둠원이 준비한 신문 중 한 면을 보면서 규칙성 영역에서 배웠던 것에 대해 이야기 나눌 것임을 안내함.
- 그동안 배웠던 개념: 비, 비율, 백분율, 비례배분, 그래프(비율 그래프)
- 교사: 우선 각 신문의 한 면을 보고 0부터 9까지 숫자 중에 어떤 숫자가 가장 많이 나올지 모둠원들과 예상해보고 실제로 세어 봄시다. 그리고 그 결과를 우리가 배웠던 비와 비율 등의 개념들을 활용해서 모둠 신문을 꾸며보도록 하겠습니다.

-학생: 먼저 가장 많이 나올 숫자 TOP 3을 근거와 함께 예상해보고 실제로 조사해봄. 대부분 학생은 0, 1, 2, 3을 많이 선택(0은 돈 셀 때 많을 거 같다. 등)함.

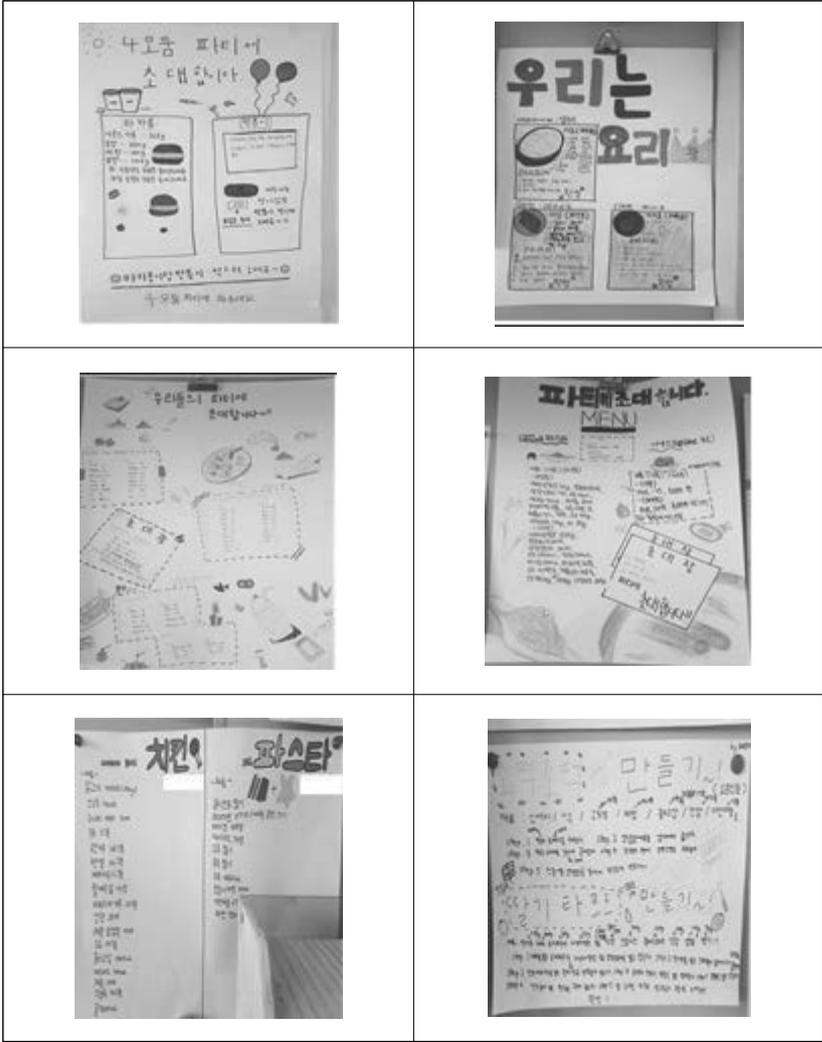
장면② 신문을 만들고 전시하여 친구들과 공유함.

<표 IV-25> 수업 관찰 및 수업 반성(11.7.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	
	<p style="text-align: center;"><그림 IV-5> 모둠별 비율신문</p>
수업 반성	<p>√전 학기에서 배운 내용과 규칙성 영역뿐 아니라 자료와 가능성 영역의 그래프 부분도 같이 융합하여 모둠 신문을 만들 수 있도록 하였다.</p>

(바) 2019. 11월 중 <나는 꼬마 요리사>
√한 시간을 더 확보하여 모둠 활동을 함.

<표 IV-26> 수업 관찰 및 수업 반성(11월 중)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	 <p style="text-align: center;"><그림 IV-6> 모듈별 초대장</p>
수업 반성	<p>√떡볶이 또는 자신이 좋아하는 음식의 요리법을 인터넷으로 조사해보고 (보통 2~3인분 정도로 제시됨) 우리 반 학생을 전부 자신들의 모듈 파티에 초대한다고 했을 때 비결이 어떻게 될지 작성하여 신문으로 나타내도록 하였다. (반 인원수를 짝수로 하여 계산할 수 있도록 함)</p> <p>√미술, 실과 등 실생활의 지식 등을 연계하여 신문을 만들어 보도록 하</p>

	<p>였다.</p> <p>√실제 있을 수 있는 상황 제시를 통해 수학의 역할, 가치 등을 자연스럽게 인식할 수 있도록 하였다.</p>
--	--

4) 3단원 <공간과 입체>

가) 3단원 학생 선호도 조사

① 이 단원에 나는 얼마나 흥미가 있나요?

1) 매우 흥미가 있다(8명), 2) 흥미가 있다(7명), 3) 보통이다(11명), 4) 흥미가 없다(0명), 5) 매우 흥미가 없다(0명).

√매우 흥미가 있다, 흥미가 있다는 학생들 15명, 흥미가 없다는 학생 0명

② 이 단원에 대한 나의 자신감은 어느 정도인가요?

1) 매우 자신 있다(7명), 2) 자신 있다(9명), 3) 보통이다(9명), 4) 자신 없다(2명), 5) 매우 자신 없다(0명)

√매우 자신 있다, 자신 있다는 학생들 16명, 자신 없다는 학생 2명으로 다른 단원과는 다른 양상을 볼 수 있음.

③ 이 단원에 흥미가 있다면 그 이유를, 흥미가 없다면 그 이유를 또는 자신이 있거나 없다면 그 이유를 써 보세요.

-소수의 나눗셈보다는 도형이어서 쉽기 때문에, 도형을 둘러보고 찾아보는 게 재밌다, 다른 단원보다는 재밌어서, 쉽고 재밌다, 별로 안 좋아하기 때문에, 계산하는 것이 거의 없어서, 재미없어서, 재밌지만 귀찮아서, 도형이라서 흥미 있다, 쌓기나무 같은 공간 문제를 좋아한다, 실제로 블록 쌓아보니까, 다른 것보다는 쉽기 때문에 흥미가 있다(2), 어렵지 않고 머리를 많이 굴릴 필요가 없어서 흥미가 있다, 도형을 좋아한다, 쌓기나무 블록 여러 개를 옮겨가며 다른 모양을 만드는 게 재밌었다.

④ 이 단원을 공부해야 하는 이유는 무엇이라고 생각하나요?

-공간지각 능력
-살면서 한 번쯤 필요할 거 같아서
-수학책에 있으니까
-수학적 사고를 길러야 하기 때문에

⑤ 일상생활에서 이 단원과 관련된 내용들에는 어떤 것들이 있나요?

- 의자, 상자 등등
- 길 찾기
- 건축

다) 수업 분석 및 반성 내용

(1) 수업 전 반성

<표 IV-27> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 내용(3단원)

		분석내용	
수업 전 반성	교수 관점	수학 교과 지식의 이해	<ul style="list-style-type: none"> -교수할 수학적 내용과 실생활과의 관련성을 고려했는가? - 우선 우리 학교의 건물, 시설 등을 활용하여 학생들에게 수업 자료로 제시할 예정이며 이 외에도 놀이공원 안내도, 층별 안내도 등 이번 단원과 관련된 것 등을 활용하여 수업을 진행할 예정이다.
		수업 설계	<ul style="list-style-type: none"> -이 수학 수업에 대한 적절한 교수 방법 및 전략을 생각하고 있다면 그 방법 및 전략을 선택한 이유는 무엇인가? -적절한 동기유발 방법에 대하여 고려하고 있다면 왜 그 방법을 택했는지 설명할 수 있는가? - (의사소통, 실제 건물 활용하기, 실제로 해보기, 추론 등) - 첫 차시 수업에 들어가기 전에 우리 학교 건물을 동기유발 자료로 사용할 예정이다. 학생들이 늘 봐왔지만 어디서 어떻게 보느냐에 따라 달라지기 때문에 학생들이 직접 자료를 만들고 퀴즈를 내보면서 흥미를 유발하고자 한다. -이번 단원은 도형 단원으로서 비교적 학생들이 흥미를 느끼고 다가가는 경우가 많다. 따라서 이번 단원에서 실제로 쌓아보고 건물들도 관찰해보며 좀 더 실생활과 관련지어 학습을 할 수 있도록 하고 더 나아가 실제로 쌓아보지 않고도 추론해볼 수 있도록 수업을 계획하였다.
	학습 관점	학생 특성의 이해	<ul style="list-style-type: none"> -학생들의 참여를 지원하기 위한 방법을 생각하고 있는가? -학생들의 수학적 오류와 오개념에 대한 지식을 갖고 그것에 대한 대처 방안을 마련하여 수업에 임하는가? -학생들의 수준에 맞는 수학 수업 내용을 구성하는가?
			<ul style="list-style-type: none"> -이번 단원의 구성을 보면 먼저 실제 건물들을 어느 방향에서 보았는지에 따라 어떻게 달라지는지를 학습하고 쌓기나무로 쌓은 모양을 알 수 있도록 평면에 표현하는 방법을 4차시에 걸쳐 차근차

			<p>근 학습하게 되어있다. 이에 본 교사가 이번 단원에서 중시할 역량은 추론과 의사소통, 정보처리다. 학생들이 평면에 표현하는 방법을 나름대로 생각해보고 그 방법들의 장단점을 파악하여 어떤 방법이 적절한지를 스스로 판단해보고 의사소통해보는 과정을 핵심적으로 다룰 예정이다. 이때 본 교사가 조금 염려되는 것은 선행학습을 한 학생들이 생각의 과정을 건너뛰어 무조건 배운 방법뿐만, 정답만을 얘기하여 주위 학생들의 생각을 차단할 수 있을 것 같다는 것이다. 따라서 이 부분을 생각하여 학생들의 자기 생각을 논리적으로 설명해보고 다른 친구들의 생각을 판단해보며 차근차근 단계를 밟아나갈 수 있도록 해야 할 것이다.</p>
--	--	--	---

(2) 수업 중, 후 반성

(가) 2019. 11. 08. (금) <3단원 단원 도입>

장면 ❶

-쉬는 시간에 모둠별로 임무를 줌. (우리 학교 본관 건물과 미끄럼틀을 태블릿 PC로 찍어오도록 함.

-모둠들이 찍은 사진을 보여줌. 똑같은 본관이지만 모둠별로 다른 위치에서 찍은 사진을 보여줌.

-학생들 반응: 찍은 위치가 달라요, 학생들이 저 사진이 어떤 건물인지 모르는 학생들에게는 시계, 과학실 등 평소에 알만한 위치를 활용해 건물을 설명함.

-교사가 먼저 단원 도입에 있는 사진들을 보면서 질문 한 가지를 만듦. 그 후 아이들에게 만들 수 있는 질문을 생각해보도록 함. (아이들이 만든 질문을 공유해보도록 함.

(예: 네 번째 사진에서 각각 왼쪽, 오른쪽이 다른 점은?/1번 사진의 건물 크기의 차이점은?)

-교사가 첫 번째, 일곱 번째 사진을 보며 공통점과 차이점을 생각해보게 함. --

학생: 공통점: 위에서 바라본 사진, 차이점: 건물 모양이 자세히 보이고, 다른 하나는 평면처럼 나타냄

→이를 통해 지도, 안내도를 도입함. 6학년이 며칠 전에 현장 체험학습으로 다녀온 신화테마파크 안내도를 실제로 보여주며 학생들의 기억을 떠올려보게 함.

-교사: 이런 공간과 입체도 사실 주변에서 찾아보면 유용하게 쓰이는 곳이 많다고 이야기함.

장면 ②

-본격적으로 1차시로 넘어감. 1번 문제(어디서 사진을 찍었을 때 해당 모습이 나올 수 있는지 맞는 문제)

-단순히 답만 맞는 것이 아니라 그렇게 생각하는 이유를 이야기해보게 함.

<기호를 스스로 생각할 수 있도록 기회를 제공하는 장면>

-학생들이 ㄱ사진은 어디서 찍은 것인지에 관한 이야기를 나누고 있는 장면임.

-교사: 3번이라고 생각한 이유 이야기해볼까요?

-학생: 각이 잘 나와요

-학생 2: **저 가운데 있잖아요. 동그란 건물** 이게 가장 가깝게 보이기 때문입니다.

-교사: 이 문장에 대해 보충할 학생

-학생 3: 직사각형 건물 옆에요, ㄱ모양으로 생긴 건물(교사가 처음에 이해를 못 하자 다시 한번 손가락으로 학생이 설명해줌) 이 건물이 보이서요, 그리고 다리의 길이 4번에서는 보일 것 같은데 3번은 안 보이잖아요.

-학생 4: ㄱ에서 오른쪽에서부터 건물이 있잖아요? 그중 가장 첫 번째 건물이 갈색인데 3번에서도 가장 첫 번째 건물이 갈색이어서요.

-학생 5: 4번 바깥쪽 건물이요. ㄴ에 있는 갈색 건물이 ㄱ에 있는 갈색 건물보다 좀 더 (손으로 표시하면서 말을 잇지 못함.)

-이때 교사가 이야기함. 지금 학생4와 학생5가 주목한 건물은 갈색 건물이야. 3번에서 찍을 때는 가깝고 4번에서 찍을 때는 중간에 왔죠. (이때 아이가 손을 들) 선생님 사실 뭐를 기다리고 있었냐면...

-학생 6: (아이가 다시 손을 들고 말함) 다리요 다리. 저 보충이요. 저 마지막 스크린 건물 그게 없어요.

-교사: (아이들의 생각을 인정하고) 엄청나게 잘했는데 설명을 하다 보니 어려운 점은 없었는지 물어.

-교사: (아이들 말하려고 하는데) 교사가 바로 답을 이야기해버림. **저 동그란 모양이요, ㄱ자 모양이요, 직사각형 건물이요. 이렇게 이름이 없으니깐 불편하죠?**

-교사: 그럼 어떻게 설명해야 잘 설명을 할 수 있을지 질문함.

-학생: **건물에 이름을 붙여요.**

- 교사: 네 맞아요. 어떻게?
- 학생: 예를 들어서 특징을 잡아요.
- 교사: 맞아요. 특징을 잡아서 이름을 붙여도 되고 아니면 그냥 A 건물, B 건물 (이때 아이들이 깨달음의 표시를 함), 아니면 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ 또는 가, 나, 다, 라 건물이라고 설명하면 이해하는데 좀 더 쉽겠죠?

장면 ③

- 1번 답 확인 후 2번으로 넘어가면서 학생들에게 선생님이 너희가 찍은 사진 중에 아직 보여주지 않은 것이 있다는 것을 상기시켜 줌.
- 교사: 선생님이 안 보여준 거 있는데
- 학생: 미끄럼틀이요.
- 모둠별로 찍어 온 미끄럼틀 사진을 관찰하고 이야기를 나눔.

- 다시 문제로 돌아와서 ㄱ사진은 어느 방향에서 찍은 것인지 이야기해보자고 함. 학생들의 대답이 대부분 나, 라로 나뉨. 학생들이 서로 자기 생각을 뒷받침 하게 이야기해보도록 하고 시간이 되어 마무리함.

<표 IV-28> 수업 관찰 및 수업 반성(11.8.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-동기유발 시 실생활의 자료를 가져와서 위치에 따라 어떻게 보이는지 등의 수학적 요소를 넣어 관찰해보게 함. 학생들이 자신들이 찍은 사진을 수업 시간에 자료로 쓰는 것에 흥미를 느끼고 좋아함.</p> <p>-3단원 교과서 p. 52 1번 문제 풀이 상황 →시간은 걸리더라도 학생들이 굉장히 활발하게 자신의 의견을 이야기하려고 했고 친구들의 이야기를 잘 들어줌. 이렇게 친구의 생각을 들어보는 활동은 친구가 어떤 생각을 했는지 알아보는 좋은 기회라는 것을 알게 함. →학생들이 건물들을 다른 학생들에게 설명하는 과정에서 의사소통의 어려움을 겪는 모습을 관찰하고 기호화 사고에 도달할 수 있도록 교사가 발문함</p> <p>-교과서 p. 52 2번 문제 풀이 상황</p>

	<p>→학생들의 대답이 나, 라로 나뉘. 학생들이 자기 생각을 설명하면서 스스로 잘못된 점을 깨달은 경우도 있었음. 이렇게 이번 단원에서는 서로 의견을 주고받는 활동을 많이 하게 될 것임을 이야기함.</p>
수업 반성	<p>√쉬는 시간에 모둠별로 미션을 주고 우리 학교 본관 건물과 미끄럼틀을 태블릿 PC로 찍어오도록 하였다. 이때 같은 시간에 임무를 수행했을 때 학생들이 서로에게 영향을 주어 중복된 한 장소만 찍는 경우를 방지하기 위하여 모둠별로 시간을 다르게 주었다. (예: 1모듬은 1교시 쉬는 시간, 2모듬은 2교시 쉬는 시간)</p> <p>√교과서 p. 52 1번 문제 풀이 상황 →교사가 학생들에게 단순히 답을 찾고 넘어가는 것이 아니라 자신들이 그 번호를 선택한 이유를 설명하도록 하였다. 원래 교사가 예상했던 모습은 학생들이 1~2가지 정도로 이야기하고 간단히 끝나는 모습이였다. 그러나 막상 학생들이 자신의 선택을 논리적으로 증명할 기회를 제공하니 생각지 못한 아이디어들도 있었고 학생마다 생각이 다양하다는 것을 느꼈다. →특히 이 문제는 학생들이 빠르게 풀고 지나갈 수 있는 문제이기도 하지만 교사가 일단 아무 번호나 찍는 것이 아니라 자신이 그것을 선택한 이유를 간단하게라도 생각하여 설명해보게 하였다. 그 결과 시간은 오래 걸렸지만 서로 의견을 교환할 수 있는 중요한 시간이 되었다.</p> <p>장면② √기호를 스스로 생각할 수 있도록 기회를 제공하는 장면 →기호화의 과정이나 이름을 붙이는 과정 없이 건물들을 설명하는 데 불편함을 학생들이 스스로 인식하여, 이를 해소하기 위해 건물을 기호와 대응시키는 기호화 사고의 기회를 제공하려고 하였다. →이때 교사가 마지막에 ‘이름이 없으니 불편하죠?’ ‘어떻게 설명을 해야 좋을까요?’라는 직접적인 질문을 했으나 시간을 좀 더 주고 아이들 스스로 어려운 점(저 건물, 저 모양 건물 등 스스로 말하면서 어려움을 겪는 모습을 볼 수 있었음)을 이야기하고 해결점을 찾아낼 수 있도록 하면 더 좋았을 것 같다.</p> <p>√학생들에게 준 미션 중 2번째 미끄럼틀 사진의 사용 장면 →이 활동은 어떤 하나의 조형물이 있을 때 어느 쪽에서 바라보느냐에 따라 모양이 달라지는 것을 알게 하는 것이 목적이기 때문에 이 활동에</p>

	<p>서 미끄럼틀을 보여주었다. 조금씩 각도는 다른 부분도 있었으나 확연한 차이를 보이는 사진들이 적었다. 교사가 이를 대비하여 위에서 찍은 미끄럼틀 사진, 아래에서 찍은 미끄럼틀 사진을 준비해 두었다면 더 좋았을 것 같다.</p> <p>√ 전체 반성 →학생들이 직접 수업에 활용될 자료를 수집해보게 하고, 교과서에 제시된 간단한 문제라도 해결 방법과 답을 직접 설명해보게 함으로써 수학 학습의 의지와 자신감을 가질 수 있도록 하였다.</p>
--	---

(나) 2019. 11. 11. (월) <쌓은 모양과 쌓기나무의 개수를 알아볼까요(1)>

장면 ❶

-저번 시간에 이어서 2번 문제 3번 문제를 해결하여 아이들이 그렇게 생각한 이유를 직접 설명해보게 함.

-쌓기나무로 넘어감. 일단 책을 덮고 시작함.

-가(8개 필요, 모양이 한 가지만 나오는 경우). 나(15개, 16개 가능, 여러 모양이 나올 수 있음)의 쌓기나무로 쌓은 모양을 화면으로 제시하고 직접 쌓아보도록 함. (이때 자기 생각대로 일단 자기 것을 먼저 쌓아보고 그다음 옆 사람과 비교할 때 비교해볼 것임을 미리 안내함.)

-(가)의 경우 8개로 똑같이 쌓았고 (나)의 경우도 먼저 개인적으로 쌓아보고 았은 짝, 그룹별로 비교하라고 한 결과 모두 14개로 쌓았음을 알 수 있음. (다른 점이 나오지 않음)

-그래서 교사가 제시함. -교사: 다르게 쌓은 사람 없나요?

-이때 한 학생이 답함: 뒤에 하나 놓아도 돼요

-교사는 14개로 단정 지을 수 없음을 설명함. (판 위에 쌓기나무를 직접 쌓으면서 뒤에 한 개를 올려놓아도 앞에서 본 모양이 달라지지 않음을 보여줌.)

장면 ❷

-교사의 핵심 질문: **가는 한 개의 모양만 나오지만 나는 여러 가지 모양이 나올 수 있죠? 그러면 저렇게 쌓은 모양을 정확히 알기 위해서는 어떻게 하면 좋을까?**

-학생: 여러 방향을 알려줘요. 위에서 앞에서 보고 옆에서 보고 알려줘요.

-교사: 그럼 위, 앞, 왼쪽 옆, 오른쪽 옆, 뒤, 아래 모두 6개가 필요할 것 같아? (뒤 차시로 넘어가면서 이 부분도 다루게 됨) 그럼 이 부분은 차차 생각해 보고 하나씩 봐보자.

-교사: 먼저 전체 쌓은 모양이랑 위에서 본 모양을 봤을 때 정확히 알 수 있을 까를 알아보는 거예요. 먼저 전체 쌓은 모양만 보여줬을 때는 정확하지 않았고 위에서 본 모양을 같이 보여줬을 때는 정확히 알 수 있을지 알아보시다.

-앞에 화면을 보여주고(전체 쌓은 모양, 위에서 본 모양 2가지가 제시되어 있음) 똑같이 쌓아보게 함.

-이때는 14개의 쌓기나무가 필요하고 다른 경우가 있을 수 없음.

장면 ③

-3번 문제 역시 화면으로 보여주고 쌓아보게 함. 학생들에게 자신이 쌓은 모양을 직접 위에서 보고 화면에 제시된 위에서 본 모양과 일치하는지 확인하도록 함. 그 뒤에 옆에 친구랑 쌓은 모양이 같은지 다른지 비교하게 함. 이번에는 학생들이 다르다고 쉽게 답함.

-따라서 무엇인가가 더 필요하다는 것을 이야기함.

-교사: 저 정보만으로는 정확히 알 수 없고 뭔가 더 필요해. 그걸 우리가 찾아가는 거야. 어떻게 했을 때 정확히 쌓은 모양을 알 수 있을지.

<표 IV-29> 수업 관찰 및 수업 반성(11.11.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-교과서 p. 54 1번 문제의 (가) 모형으로 쌓았을 때는 다른 점이 나올 수 없지만 (나)의 경우에는 똑같지 않을 수 있다는 사실을 학생들은 처음에 발견하지 못하였다. 그러나 교사의 발문으로 한 학생이 뒤에 보이지 않게 놓여 있을 수도 있다고 답함.</p> <p>-처음에는 다른 경우가 있음을 쉽게 발견하지 못하는 학생들이 많았는데 3번 문제에서는 다를 수 있음을 많은 학생이 쉽게 답하는 모습을 관찰할 수 있음.</p>
수업 반성	<p>√처음에 책을 덮고 시작함.</p> <p>→그 이유는 이번 차시는 쌓기나무로 쌓은 모양과 위에서 본 모양을 보고 쌓은 모양과 쌓기나무의 개수를 추측하는 것이 목표이기 때문에, 교과서에 제시된 대로 쌓은 모양과 위에서 본 모양을 보고 바로 문제를 푸는 것이 아니라 직접 생각해보도록 하기 위함이었다. 이번 차시부터 쌓기나</p>

	<p>무를 활용하여 공간과 입체 탐구를 시작하게 된다. 그중 쌓은 모양을 알 수 있도록 평면에 표현하는 방법을 학생들이 스스로 단계적으로 생각해 보게 하도록 처음 수업의 시작은 교과서를 덮고 전개할 계획이다.</p> <p>√여기서 핵심은 교과서 p. 54 2번 문제에서는 문제가 없었는데 교과서 p. 55 3번 문제에서는 문제가 있음을 발견하는 것이라고 생각한다. 이렇게 발생하는 문제점을 개선하기 위해서는 어떻게 해야 할지를 생각해 보고 자연스럽게 다음 차시로 연결하도록 하였다.</p> <p>또한,</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 투영도만 제시할 경우 쌓은 모양이 다른 경우도 존재함을 알게 하고, 이 문제를 해결하기 위해 2) 위에서 본 모양을 추가로 제시하는 것에 주목하여 2번으로 연결하여 학습하고, 3) 2번에서는 문제가 없었지만 3번에서는 다른 모양이 나올 수 있음을 알게 하여 1, 2, 3번 사이에 학생들 스스로 도약이 일어날 수 있도록 하는 것이 핵심 목표이자 활동이다. 따라서 연계성 있는 수업을 할 수 있도록 계획하고 학생들이 스스로 깨닫게 하는 것에 핵심을 두었다.
--	--

(다) 2019. 11. 12. (화) <쌓은 모양과 쌓기나무의 개수를 알아볼까요(2)>

장면❶

-교구가 있을 때는 더 잘 들을 수 있도록 안내하면서 저번 시간에 배운 내용 상기. 오늘은 이어서 연관된 내용을 할 것임을 안내. 쌓기나무의 개수를 알아볼 건데 먼저 첫 번째 활동으로 학생들의 방법을 살펴볼 것임을 말하고 어떻게 하면 쌓은 모양을 정확히 알 수 있을지 질문함.

-일단 화면으로 쌓은 모양을 보여주고 가운데 앉은 학생(3명이 짝으로 앉아있음)이 똑같이 쌓아보도록 함. 그리고 최대한 다양한 위치에서 관찰해보게 함. (위, 옆, 앞, 뒤, 아래에서 관찰이 가능하다고 함) 관찰 후 교과서에 그려보도록 함.

-학생들이 그린 모양을 확인하고(그릴 때, 칸을 잘 구분할 수 있도록 함.)

-교사: (교과서에 제시된 그림을 보며 물음) 여기서 몇 명의 학생이 관찰했어 요?

-학생: 5명이요. 위, 앞, 옆은 옆인데 왼쪽 옆, 오른쪽 옆, 뒤.

-교사: 앞에서 쌓은 모양과 위에서 본 모양 알려줬을 때 정확하지 않았잖아? 그럼 위 뿐만 아니라 앞, 옆, 다 알려줬어. 그럼 이때는 정확히 알 수 있을지 알아보는 거야.

-핵심 질문(교사): 이렇게 다섯 방향에서 본 모양을 모두 알아야만 쌓은 모양을 정확히 알 수 있을까요?

-학생: 아니요. (대부분)/ 네(3명)/ 잘 모르겠어요(1명),

-교사: 그럼 그렇다고 생각한 사람부터 설명해보자.

-학생 1: 안 보이는 게 있을 수 있어서요.

-학생 2: 위에서 앞에서 보는 게 있으면 저번처럼 숨겨져 있을 수도 있잖아요.

-교사: 그럼 아까 '아니요'라고 말한 친구들이 많은데 왜 그럴까? 여기 친구들을 설득해보자.

-학생 3: 위에서 보면 숨겨진 거 다 알 수 있잖아.

-교사: 아, 그럼 위에서 본 모양만 주어진다면 돼?

-학생 4: 그다음 옆에서 본 것을 주면 돼요.

-교사: 그럼 위, 앞, 옆만 있으면 된다는 의견이야?

-학생 4: 네.

-교사: 이 의견에 대해서는 어떻게 생각해? 전체 쌓은 모양과 함께 이 3가지를 제시하는 것에 대해서?

-학생 1: 설명하지 못함.

-화면을 보면서 앞/뒤, 왼쪽 옆/오른쪽 옆, 위/아래의 관계에 대해 다시 한번 생각해보도록 하면서 굳이 5, 6가지로 나타낼 필요 없이 간단히 위, 앞, 옆으로 나타낼 수 있음을 알게 함.

장면 ②

-쌓기나무로 쌓지 말고 주어진 쌓은 모양을 보고 위, 앞, 옆에서 본 모양을 그려보게 함.

-위, 앞, 옆(오른쪽) 이 3개의 모양을 주면 쌓은 모양을 정확히 나타낼 수 있을지 알아보는 활동. 위, 앞, 옆에서 본 모양을 그린 그림을 보며 실제로 쌓아보게 함(순회하면서 옆 친구와 다른 점이 없음을 확인함) 다른 모양이 나올 수 없다는 것을 이야기함.

-교사: 역시 위에서 본 모양을 제시하는 것보다는 위, 앞, 옆으로 제시하는 것

이 우리 예상에 한 발 더 다가갔네? 그럼 이제는 이것을 해보자.

장면③

-교사: (아까와는 다르게 위, 앞, 옆에서 본 모양이 모두 정사각형인 모양을 제시함) 먼저 자신이 생각하는 대로 쌓아보게 함. 그다음 옆 사람과 비교해보게 함.

-학생: 아이들이 서로 다름을 확인함.

-교사: 그럼 최대한 다양하게 저 모양을 만족시키는 것을 쌓아보도록 미션을 줌. (교사가 순회하면서 확인함) 3가지 모양을 만들 수 있음을 아이들이 발견하고 필요한 쌓기나무 개수는 6, 7, 8개임을 알아냄.

-교사: 자 그럼 학생 1 일어나볼까요? 아까 학생 1이 선생님이 이번 수업을 마무리하면서 하고 싶은 말을 미리 질문으로 했어요. 자 친구들한테 그 질문을 던져줄까?

-학생 1: 위, 앞, 옆만 하면 정확히 할 수 없지 않을까요?

-교사: 선생님이 마지막에 하고 싶은 말이야. 위, 앞, 옆을 제시했을 때 정확히 알 수 없는 경우가 또 생겨요. 그럼 다음 시간에는 어떻게 해야 할까에 대해 이어서 이야기해보겠습니다.

<표 IV-30> 수업 관찰 및 수업 반성(11.12.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-쌓은 모양을 다섯 방향에서 모두 본 모양을 제시해야만 정확히 알 수 있을지를 질문함.</p> <p>-학생: 아니요. (대부분)/ 네(3명)/ 잘 모르겠어요(1명), →그렇게 생각하는 학생들이 보임. 학생들은 서로 다른 의견을 교환하면서 자기 생각을 바꿔나가는 모습을 볼 수 있었음.</p> <p>-교과서 p. 57 3번 문제 제시 →쌓은 모양을 비교해보라고 이야기하기 전에 이미 학생들이 활동하면서 서로 활발하게 비교함.</p> <p>-학생 1: 위, 앞, 옆만 하면 정확히 할 수 없지 않을까요? →수업 중 학생이 이와 같은 질문을 하였고 교사가 마무리하는 말로 사 용함.</p>

수업 반성	<p>√ 쌓은 모양을 다섯 방향에서 모두 본 모양을 제시해야만 정확히 알 수 있는가?</p> <p>→ 교사가 의견이 다른 학생들끼리 서로 자신의 의견을 설득해볼 수 있도록 하였다. 이때 학생들이 3가지만 제시해도 되는 이유에 대해 스스로 생각을 정리해 나갔다. (뒤는 앞과 반대되니깐, 서로 반대하면 되니깐, 왼쪽과 오른쪽을 바꾸면 되니깐→ 물론 학생들이 말로 설명한 것이라 정확한 문장 형태에 맞지 않을 수 있으나 내용이 중요한 것이라고 생각된다.)</p>
----------	--

(라) 2019. 11. 14. (목) <쌓은 모양과 쌓기나무의 개수를 알아볼까요(3)>

장면 ❶

- 저번 시간 배운 내용 상기
- 교사: 이를 통해 과연 어떻게 하면 정확히 쌓은 모양을 나타낼 수 있을까? (평면에)
- 학생: 개수를 도입함(학생들이 생각하여 대답함)
- 교사: 개수를 어디에 적으면 좋을까? (**학생들에게 한 번 자신만의 표현 방법을 생각해 만들어보라고 함.**)
- 교사: 친구가 자신이 표현한 방법을 보면서 쌓기나무를 쌓았을 때 자신이 생각하는 쌓기나무와 정확히 일치해야 함을 이야기해주고 그것이 가능하도록 하는 표현 방법을 생각해보게 함. 다양한 아이디어를 냄.
- 학생: 앞에서 설명해봄.
- 학생 1: 층별로 몇 개 몇 개가 있는지 나타내는 방법. (앞에서 본 모습)
- 학생 2: 근데 1개짜리 쌓기나무가 여기 있을 수도 있고 저기 있을 수도 있잖아.
- 학생 3: 맞아 어디에 위치해 있는지 정확히 알 수 없어.
- 학생 4: 위에서 본 모양을 주면 알 수 있어요. 그리고 옆도 알려줘요.
- 학생 5: 칠판에 모양을 그리고 그 안에 숫자를 씀.
- 학생 6: 그건 어떻게 한 거야?
- 학생 5: 밑에서 본 모양을 그린 거야.
- 학생 7: 그럼, 여기가 3이 아니지. 아래 있어야지. (의견이 분분해짐.)

장면 ❷

- 학생 8: 학생1이 한 거에다 위에서 본 모양을 추가하고 옆에서 본 모양도 추

가한 모양을 제시함.

-교사: 이 방법은 아까 학생4가 말한 것대로 위에서 본 모양, 옆에서 본 모양을 추가한 거네?

-학생 4: 네. 저도 그렇게 했어요.

-교사: 학생8의 방법에 대해 생각해보게 함.

-학생 9: 확실할 수 있지만 불편해요.

-학생 4: 좋아요.

-학생 10: 귀찮아요. (의견이 분분함)

-학생 11: 위에서 본 모양에다가 그 자리에 몇 개가 쌓여있는지를 숫자로 씀.

-교사: 아마도 대부분 친구가 이렇게 했을 것 같은데

-교사: 교과서 도입, 각 자리에 기호가 붙어 있음. (기호화 설명), 학생이 왜 앞이라고 표시가 되어있냐는 질문에 대해 아이들이 생각해보게 함.

-학생8과 같은 의견인 학생을 알아봄. (한 5명 정도 있었음) 그 학생들에게 만약 위에서 본 모양에다 각 자리에 쌓인 개수를 적는 방법으로도 정확히 나타낼 수 있다면 굳이 위, 앞, 옆에서 본 모양에다가 나타낼 필요가 없겠냐고 질문함.

-학생들: 네

-교사: 그럼 교과서에 제시된 모양(위에서 본 모양에다가 각 자리에 쌓인 개수가 적혀 있음)들을 보고 실제로 쌓아보게끔 함. 그다음 친구와 비교해보게 하고 이 한 가지 모양 외에 다른 모양을 만들 수 있는지 질문함.

-그 외에 교과서에 제시된 4개의 문제를 더 해봄.

-그 결과 위에서 본 모양의 각 자리에 쌓은 개수를 써도 정확히 1가지 모양으로 쌓을 수 있음을 알아냄.

장면 ③

-학생(답 비교 과정에서): 우와 나 천재다.

-교사: 왜 뭐 알아냈어?

-학생: 네. 여기 나온 숫자 다 더하면 전체 개수가 되네.

-다른 학생들: 하하하(웃음)

-교사: 대단한 건데?

-다른 학생들: 손뼉 칩.

-3번 문제는 다음 시간으로 넘김.

<표 IV-31> 수업 관찰 및 수업 반성(11.14.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-개수를 적어 정확히 쌓은 모양을 나타내기 위해서는 어떻게 하면 좋을지 학생들만의 표현 방법을 만드는 활동</p> <p>→다양한 아이디어 관찰이 가능함. 특히 친구들의 생각을 듣는 과정에서 자신이 제시한 방법의 불편한 점이나 더 편리하게 나타내는 방법들을 생각해보고 제시함. 학생들이 자기 생각을 정당화하기 위해 그림도 그리고 설명도 함. 이런 과정을 거쳐 적절한 아이디어를 정교화하는 모습을 관찰함.</p> <p>-위에서 본 모양에 개수를 나타낸 그림을 보고 학생들이 쌓기나무를 쌓고 친구들과 비교하면서 확인하는 과정에서 한 학생이 한 이야기를 마무리하는 말로 사용함. (제시한 숫자를 다 더하면 전체 개수가 된다는 말이었음.)</p> <p>→여러 예시를 보면서 어떻게 보면 당연할 수 있지만 스스로 수학적 사실을 관찰, 발견함으로써 뿌듯함을 느끼는 사례를 관찰할 수 있음.</p>
수업 반성	<p>√학생들에게 직접 어떻게 하면 정확히 쌓은 모양을 나타낼 수 있을지 생각해보게 함.</p> <p>→이때 다양한 의견을 볼 수 있었고 한 학생이 정확히 하기 위해 위에서 본 모양에 개수를 쓰는 것 외에 앞, 옆에서 본 모양에도 개수를 써야 한다고 대답했다. 이 의견에 동의하는 학생들(5명 정도)이 있었는데 학생들에게 직접 쌓아보고 친구들과 의견을 교환하면서 자신들의 생각을 수정해나갈 수 있도록 하였다.</p> <p>√3단원 교과서 p. 59 2번 문제 해결 장면</p> <p>→ 이 차시에 제시된 문제는 위에서 본 모양에 수를 쓴 것을 보고 쌓은 모양을 찾는 것으로써, 주어진 정보를 정리, 분석하고 이를 종합하여 또 다른 사실을 알아내도록 하였다.</p> <p>√수업 중 학생 12는 층별로 나타낸 방법을 공책에 썼다. 따라서 다음 차시가 층별로 작성하는 방법이기 때문에 다음 시간에 소개하기로 교사 수업 중에 계획하였다.</p>

(마) 2019. 11. 18. (월) <여러 가지 모양을 만들어 볼까요>

장면 ❶

-저번 시간에 확인 못 했던 답 먼저 확인

-교사가 미리 그려놓은 칠판을 꺼냄. (층별로 그린 그림을 제시(일부러 정답과는 다른 위치에 쌓기나무를 그림) 차이점을 생각해보게 함)→저번 시간 내용 복습

-학생: 공중부양하고 있어요. 만약에 합치면요. 공중부양이 돼요. (차이점을 이야기해보게 함.)

-교사: 선생님이 하고 싶은 말은 층별로 나타낼 때는 모양도 중요하지만 위치도 중요하다는 것을 말하고 싶었어요. 어디에 그리느냐에 따라 다른 쌓기나무가 될 수도 있고 쌓기나무를 떨어뜨리는 그림을 그릴 수도 있어요. 그래서 위치를 잘 생각해서 그려줘야 합니다.

-교사: 자 그럼 결론을 내보자. 쌓은 모양을 친구에게 알려주기 위해서는 어떤 방법이 있을 수 있어?

-학생: 이제까지 배운 내용 들을 이야기함.

장면 ❷

-오늘 배울 내용에 관해 이야기함.

-책상 위에 5개의 정육면체 모양의 쌓기나무를 주고 4개만 이용해서 최대한 다양하게 쌓아보도록 함. 서로 다른 모양이 몇 가지 나올 수 있을까를 생각하는 것이 중요함을 이야기해줌.

-학생 1: (자신감을 보임) 그런 건 내가 잘하지.

-교사: 일단 개인이 먼저 생각할 시간을 갖겠습니다. 서로 다른 모양이니깐 돌려서 똑같은 것은 하나로 생각한다고 이야기함.

-학생: 애매하게 해도 돼요? 이것도 돼요? (질문이 쏟아짐,).

-교사: 너무 멋진 모양인데 일단 이번 시간에는 정확하게 위에 쌓아야 해. 면과 면을 맞대고. 너희들이 지금 쌓는 이 아름다운 모양은 다음 3~4교시에 할 거야.

-학생: 이미 아이들은 쌓으면서 서로 이야기를 나누고 있었음.

-조금의 틈을 주면서 다양하게 만들어 보려고 하는 학생들이 있었음. 그럴 때는 각도를 어떻게 하느냐에 따라 엄청 다양한 경우가 나오기 때문에 면과 면이 완전히 맞닿게 쌓으라고 이야기해줌.

-총 몇 가지가 나오는지 3명씩 짝을 이루어 총 9개의 팀이 내린 결론을 칠판에 씀. (8가지, 8가지, 7가지, 8가지, 7가지, 7가지, 7가지, 8가지, 9가지)

- 교사: (앞에 책상을 끌어와서 쌓기나무를 준비함) 최소 7개까지는 찾은 거네? 모듈별로 나와서 자기 모듈에서 나온 경우의 수 중 한 가지 모양씩 쌓아보게 함. (다른 모듈과 겹치지 않게)
- 마지막 9번째 모듈의 학생들(처음에 9가지가 나온다고 이야기함)이 나와서 쌓아보는데 계속 시도해도 똑같은 모양이 나오게 되면서 자신들의 생각을 고쳐나감.
- 교사: 중간에 태블릿 PC를 이용하여 쌓은 모양을 찍고(앞에 있어서 뒤에 앉은 학생은 안 보일 것 같아서) 사진을 보면서 맞는지 아닌지 알아보도록 함.
- 교사: 7개라고 했던 모듈, 9개라고 했던 모듈 학생들이 앞에 와서 친구들이 쌓은 모양을 보면서 생각해보게 함. (스스로 잘못된 점을 발견함. 학생: 아 이해했어요. 잘못 생각했어요.)

장면●-핵심장면

- 교사가 이 문제를 해결하기 위한 전략을 생각하게 하려고 경우의 수의 예에 대해 간단히 이야기함. (예: 위에 옷 3개를 사고 바지를 2개 샀어요. 이것 조합해서 몇 가지 스타일의 옷을 입을 수 있을까?)
- 교사: 이거 셀 때 어떤 방법으로 셧어요?
- 학생: 한가지씩 했어요.
- 교사: 헛갈리지 않게 했어요?
- 학생: 헛갈렸어요.
- 교사: **그럼 어떻게 하면 헛갈리지 않게 할 수 있을까?**
- 학생: 경우의 수 생각해요./ 수를 잘 외워요./ 만들어봐요.
- 교사: 어떻게 빠지 않고 8가지 셀 수 있을까? 일단 1가지 만들고 기억했다가 또 해보고 아까랑 똑같으니까 빠고 이렇게?
- 학생: 네.
- 교사: **다른 방법은 없어요?**
- 학생: 3개를 먼저 쌓은 다음에
- 교사: **좋은 방법이야. 3개를 어떻게 쌓았어? (교사가 판 위에서 시연함.)**
- 교사: 이렇게 3개를 먼저 쌓고 몇 가지가 나오는지 세보는 방법의 좋은 점은? 그냥 찍기처럼 전략 없이 셀 때의 문제점은?
- 학생: 헛갈려요.
- 교사: 헛갈리니깐 기준을 가지고 세야 빠지 않고 셀 수 있거든. 아까 학생1처럼

먼저 3개로 만들어 보고 쌓는다거나 이런 방법을 찾을 수 있어야 해. 이렇게 3개를 일자로 쌓고 나머지 1개를 쌓을 수 있는 방법 몇 가지죠?

-학생: 3가지요. 4가지요.

-교사: **4가지인 학생 설명해보게 함. (해보더니 아~스스로 아님을 깨달음)**

-교사: 일단 그럼 3가지가 있고 그거 더하기, 3개를 놓을 수 있는 방법이 일자로 놓는 방법밖에 없을까요?

-학생: **하트 모양, 니은 모양으로도 할 수 있어요. 일자로 쌓거나 니은 모양이요.**

-교사: 네 그렇죠. 그럼 이 방법 말고 다르게 3개를 놓는 방법 있나요?

-학생: 이렇게요.

-교사: 돌려서 똑같음을 보여줌

-교사: (3개를 니은 모양으로 쌓아 놓고) 이 경우에는 몇 가지가 있나요?

-학생: 7개요. 4가지요. 5가지요. 5가지.

-학생 1: 7가지 아니에요?

-교사: 어떻게 7가지 나왔어?

-학생 1: 나와서 어떻게 7가지인지 설명함. (칠판에 교사가 니은 모양으로 그려줌. 그다음 학생이 하나씩 설명함. 먼저 1번째 네모로, 2번째, 3번째, 4번째, 5번째…)

-학생들: 아아~깨달음./ 어 근데 그건 이미 나왔는데,

→이 학생은 중복을 빼지 않고 니은 모양 위에 쌓을 수 있는 모든 경우의 수를 이야기하는 것이었음.

-학생: 오오~손뼉을 칩.

-교사: 맞나요?

-학생: 네 맞긴 맞는데

-교사: 그런데 여기서 돌려서 똑같은 건 빼줘야겠지? 7가지 중에서 2가지를 뺐. 앞에 3가지랑 5가지 더하면 8가지 나오게 됨을 이해함.

-옆쪽에 연결 큐브를 구분하여 색칠하는 활동으로 마무리함.

<표 IV-32> 수업 관찰 및 수업 반성(11.18.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	-교과서 p. 62 1번 문제 해결 과정 → 이 과정에서 학생들의 질문이 쏟아지는 모습을 관찰할 수 있었음. (예를 들어 면과 면을 비스듬하게 쌓거나 돌려서 같은 경우를 제시할 수 있

	<p>는지?) 학생들이 고정된 방식에서 벗어나 다양한 방법을 찾으려고 하는 모습을 보임.</p> <p>→개인, 짝(3명), 전체(9개 모둠)로 수업을 구성하였고 친구들이 쌓은 모양을 보면서 스스로 잘못된 점을 발견하는 모습을 관찰할 수 있었음.</p>
수업 반성	<p>√3단원 수학책 p. 62 1번 문제 해결 과정</p> <p>→학생들에게 먼저 서로 다른 모양이 몇 가지 나올 수 있는지 생각하여 해결해 보게 하였다. 그 후 3명씩 짝을 이루어 결론을 내려보게 하고 직접 모둠별로 한 가지씩(앞 모둠과 겹치지 않게) 앞에 나와 하나씩 쌓아보도록 하였다. 이때, 대부분의 모듬은 7가지 또는 8가지라고 결론을 내렸고 한 모듬은 9가지라고 하였다. 9가지를 제시한 모듬은 한 모듬씩 나와 한 가지씩 모양을 쌓는 과정에서 자신들의 생각을 고쳐나갈 수 있도록 하였다. 또한, 뒤에 앉아있는 학생들에게는 중간에 태블릿 PC를 활용하여 사진을 찍고 그 사진들을 보면서 다시 한번 몇 가지가 나올 수 있는지 생각해보게 하였다.</p> <p>→이 문제를 해결하면서 찍는 것이 아니라 어떤 전략을 활용하면 경우의 수를 빠지 않고 셀 수 있는지를 학생들과 이야기 나누며 같이 고민해보는 시간을 가졌다. 전략의 필요성과 중요성을 안내하며 전략을 생각해보도록 하는 것에 핵심을 두었다.</p>

(바) 2019. 11. 18. (월) 3~4교시 탐구 수학<설계하고 안내도 만들기>

-아이들이 자신들만의 놀이공원, 도시, 마을을 설계하고 쌓기나무를 이용해서 건물을 제작해보게 함. 그리고 신화월드(6학년 2학기 현장 체험학습 장소) 안내도처럼 안내도를 도화지에 만들어 4교시에 발표하기로 함. 이때 아이들이 카프라를 이용해도 되냐고 먼저 물어봐서 카프라도 같이 이용해도 된다고 함. 4교시에는 친구들이 4개의 모듬을 돌아다니면서 각각의 설명을 들을 수 있게 함.





<그림 IV-7> 모듈별 작품

(3) 수업 후 학생 의견 조사 결과(단원 종료 후) <3단원 공간과 입체/4단원 비례식과 비례배분>

※ 4단원, 3단원 수업 후 학생들의 의견을 조사함.

◎학생들 의견 정리 및 분석 방법

-생각해볼 만한 의견: 음영 표시

-1학기 과목 선호도 조사 시 싫어했던 과목으로 선택한 학생 의견: 문장 앞 ▲

-1학기 과목 선호도 조사 시 좋아했던 과목으로 선택한 학생 의견: 문장 앞 ■

※학생들이 직접 작성한 의견으로 학생들이 작성한 내용을 최대한 그대로 반영하였음.

① 이 단원을 배우면서 가장 인상 깊었던 활동은?

■-다 같이 열심히 토론도 하고 모르는 문제는 물어보면서 풀고 익힘 확인과 연습문제도 열심히 공부해서 푸니깐 쉬웠다. 그래서 앞으로도 토론을 많이 하면 좋겠다.

▲-쌓기나무로 다 같이 건물 같은 것을 만드는 활동/ A4 용지의 비밀이 가장 기억에 남음.

▲-쌓기나무로 자신만의 상상 속 건축물을 만들었던 경험이다/비율로 신문을 만들었던 게 기억에 남는다.

-3단원: 쌓기나무 4개로 얼마나 다양한 모양을 많이 만들 수 있을까?/ 4단원 없다.

-3단원: 쌓기나무로 만드는 것이 인상 깊었다. /4단원: 선생님과 친구들과 남아서 공부하는 것.

-3단원: 수업 시간에 사진을 찍어서 장소를 맞추는[원문대로] 활동, 쌓기나무로

마을을 만드는 것/ 4단원: 파티 초대장 만들기, A4 용지의 비밀

-3단원: 쌓기나무로 건물이나 건축물을 쌓아서 지도를 그리는 것/ 4단원: 비의 성질에서 0으로 왜 나누면 안 되는지 토론하는 게 재밌었다.

-3단원: 쌓기나무를 쌓으면서 여러 가지 건물을 지으며 한 주제에 맞추어 그 마을 지도를 그리고 직접 쌓기나무로 여러 가지 건물이나 다리를 만들어 본 활동이 기억에 남는다. 그리고 한 장소에서 여러 사진을 찍어서 한 장소를 맞추는 [원문대로] 활동이 재미있었다./4단원: 토론을 하며 정답을 알아보는 활동이 인상 깊었다(A4 용지의 비밀, 비율신문을 만드는 활동이 재미있었다)

▲-3단원: 쌓기나무를 내가 직접 쌓는 것/ 4단원: A4 용지의 비밀 풀기

■-3단원: 실제 쌓기나무로 모양을 쌓으면서 앞뒤로 보며 활동했던 것/ 4단원: 직접 비례배분 문제를 다른 친구한테 내보는 것

-3단원은 친구들과 함께 우리 학교에 한 모습을 촬영해서 문제로 만들어서 푸는 게 재미있었다. 4단원은 문제를 풀며 친구들과 얘기하니 친근함도 높이고 좋았다.

▲-3단원: 도시 만들기/ 4단원: 신문 만들기

■-3단원: 쌓기나무로 직접 쌓으면서 알아본 것/ 4단원: 아이들과 같이 의논하며 문제를 푸는 것, 포스터 만든 것

▲-3단원: 쌓기나무로 건물 지어서 친구들에게 발표하고 지도를 그린 것/ 4단원: 비와 비율 포스터 만들기

-블록으로 건물을 지어 이곳이 어떤 건지 설명하는 것/ A4 용지의 비밀을 알려주신 것

-학교 본관,서관, 미끄럼틀 찍는 활동(3단원)/ 비율을 이용한 초대장 만들기(4단원)

-3단원: 사진 보고 어디서 찍은 것인지 알아맞히는 게임/ 4단원: A4 용지의 비밀을 했던 것.

-3단원: 공간과 입체에서 수업 시간에 쌓기나무로 만드는 활동/ 4단원: A4 용지의 비밀이 재밌었다.

-공간과 입체: 쌓기나무를 이용해 타운 하우스를 만들고 발표하는 것/ 4단원: 애들이랑 문제에 대해 이야기하는 것

▲-쌓기나무 사용한 활동, 비례씩은 모든 게 재미있었다. 그중에서 A4 용지의 비밀이 가장 재미있었다.

-놀이터, 본관,서관을 찍은 것과 어떤 한 장소에서 3명이 정답 사진이랑 위, 앞, 옆 중 2가지를 찍어서 알아맞히는 것/ 4단원: 음식을 30인분으로 만들 때

얼마나 해야 하는 것을 알아보는 것.

▲-쌓기나무로 마을을 만든 것/ 비율신문과 음식 레시피를 비와 관련 있게 만든 것

-쌓기나무로 마을을 만들어서 소개했던 활동/4단원:비와 비율을 이용해서 A4 용지의 비밀을 알아봤던 활동

-다 인상 깊었다.

-쌓기나무를 실제로 쌓았다. (집 만들기)/ A4 용지의 비밀

-신문에 숫자를 세어서 비율을 구해 직접 그려본 것

② 이 단원을 배우면서 나에게 가장 도움이 되었던 부분은?

■-공부가 재밌어졌다.

▲-학원에서 이제 거의 다 맞게 됨(실수가 없어짐)

▲-분수·소수의 나눗셈으로 계산하기 어려웠던 점을 비례식과 비례배분으로 쉽게 알 수 있었다./공간 감각을 기르는 것에 도움이 되었다.

-3단원: 공간 감각 올라감/ 4단원: 비례식이란 개념을 제대로 습득함.

-3단원: 윗면, 옆면, 앞면만으로 모양을 안다는 것을 알았다./ 4단원: 비의 성질을 조금 알았다.

-4단원: 비례배분으로 나누는 법을 알았다.

■-3단원: 이제 머릿속으로 쌓기나무가 상상이 된다. 4단원: 비례배분을 더 잘 하게 되었다.

-3단원: 솔직히 나는 공간 능력이 없었는데 이번 단원을 배우고 좀 더 향상된 것 같다. 4단원: 나의 비례식 계산 능력이 더 향상된 것 같아서 좋다.

▲-3단원: 쌓기나무의 개수와 모형을 그리는 것을 알게 되었다. 4단원: 비례식과 비례배분을 하는 방법을 이해했다.

■-3단원: 실제로 쌓으면서 공간 감각이 살짝 업해진 것 같다. 4단원: 앞으로 쉽게 세일 가격을 알 수 있겠다.

-문제 풀기 실력, 공간지각능력

▲-3단원: 쌓기나무로 쌓기가 도움이 되었다. 4단원: 비례배분을 할 수 있다.

■-많은 것을 알았다.

▲-3단원: 공간 활용을 더 잘하게 됐다. / 4단원: 비례배분 하는 것을 잘 알게 된 것 같다.

-비례배분이 어려울 줄 알았지만, 선생님이 설명을 잘해주셨다. 내가 생각하지 못한 것을 알려주셨다.

■-위로 보았을 때만므로 쌓기나무의 개수를 알 수 없다는 점이 도움이 되었다 (3단원), 비에 0을 곱하거나 나누면 안 되는 것을 알게 되었고 A4 용지의 비율이 똑같아서 신기했다. (4단원)

-3단원: 쌓기나무를 쌓은 개수를 정확히 알 수 있는 방법/ 4단원: 학습지에서 들레 길이 때문에 틀린 게 많아 문제를 더 자세히 읽어야 한다는 것

-모양을 앞, 뒤, 옆만 봐도 되는지

-3단원: 공간 감각, 4단원: 생각하는 힘을 길러줌.

▲-비례식과 공간과 입체에 대해서 잘 알게 되었다.

-비례식과 비례배분을 생활 속에서 많이 사용된다는 것을 알게 되고 도움이 되었다.

-비율을 구할 수 있었다./ 쌓기나무에 대한 문제를 쉽게 풀 수 있다.

-쌓기나무를 여러 면에서 보면서 약했던 도형 관련 문제를 잘 풀 수 있게 되었다. / 몰랐던 비례배분이라는 것을 알게 되었다.

-더 많은 걸 알 수 있게 되었다.

-위치의 중요성

-쉽게 비를 자연수로 곱할 수 있게 된 것이다.

③ 이 단원을 배우면서 가장 힘들었던 활동은?

■-없다.

▲-없다.

▲-어떻게 쌓기나무를 나타내야 하는지를 할 때 힘들었다/ A4 용지의 비율을 구하는 게 힘들었다.

-없다.

-3단원: 없다. 4단원: 식을 어떻게 쓰는 것과 어떻게 계산해야 하는지 방법을 몰라서 어려웠다.

-3단원: 위 모양에 써진 숫자만 보고 옆모습, 앞모습 그리기, 4단원: 비례식을 하는 것

■-없다.

-선생님께서 너무 잘 도와주셔서 어려운 점이나 힘든 점이 없었다.

▲-없다.

■-딱히 없음.

-문제 풀기이다.

▲-문제 풀기

■-없다.

▲-없다.

-비와 비례식을 여러 가지로 나눌 때

-3단원: 쌓기나무 7개로 앞, 옆, 모양이 똑같이 만들 수 있도록 만드는 활동이 힘들었다. 4단원: 없다.

-3단원: 쌓기나무가 쌓인 것을 그리는 것, 4단원: 별로 없다.

-없음.

-없다.

▲-없다.

-비례식, 비례배분으로 여러 가지를 구할 때

▲-비례식과 비례배분 문제지 풀기/ A4 용지의 비밀을 알아내는 것.

-쌓기나무를 이용한 활동 중에 쌓기나무 4개로 만들 수 있는 모양의 개수를 알아보았던 활동/ 비의 성질에 대해 토론했던 활동

-없다.

-없다.

-없다.

④ 3~4단원에 대한 나의 생각 변화(변화된 생각도 좋고, 확실해진 생각도 좋습니다.)

■-3~4단원은 매우 어렵고 힘들었는데 선생님이 알려주시니깐 잘 알고 잘 할 수 있게 됐다.

▲-내 실수를 줄일 수 있게 됨.

▲-쌓기나무 쌓은 모양을 나타내는 방법이다/비례배분을 하는 방법이다.

-3단원: 뭔가 변했는데 잘 모르겠다. 4단원: 없다.

-3단원: 모르는 것들이 많아졌다. /4단원: 없다.

-더 많은 것을 알 수 있었다.

■-수학은 재밌지만 귀찮다. (계산)

-3단원에서 쌓기나무 쌓는 게 꼭 어려운 것만은 아니라고 생각한다.

▲-4단원: 비례식과 비례배분에 익숙해진 것 같다.

■-3단원: 확실히 이 단원이 연산이 많이 없는 것 같다./ 4단원: 처음에는 되게 어려울 것 같아서 이 단원이 하기 싫었는데 생각보다 쉬운 것 같다.

-3단원은 물체를 돌려서 문제를 풀고 하니 재미있다.

▲-3~4단원이 어려울 줄 알았는데 선생님이 가르쳐주시니 쉬워졌다.

■-어려울 줄 알았는데 하나도 안 어렵다.

▲-3단원: 생각보다 어려워 보였는데 막상 배워보니 쉬워졌다. 4단원: 비례식과 비례배분도 정말 어렵게 느껴졌는데 더 잘 쉽게 알아진 것 같다.

-처음 봤을 때 비와 비례식이 어려울 줄 알았지만 의외로 괜찮았다.

-3단원: 위에서 본 모양만으로 쌍기나무의 수를 알 수 없다는 것을 알았다. 4단원: A4 용지가 그냥 그런 줄 알았는데 비율이 같다는 것을 알았다.

-3단원: 처음에는 막 좋지는 않았는데 활동을 하고 나니 괜찮아졌다. 4단원: 일상생활에서 쓰이는 경우를 알 수 있었다.

-3, 4단원은 의외로 쉬웠다.

-3~4단원에 대해 더 잘 알게 됨.

▲-공부가 재미있는 걸 알았다.

-1, 2단원보다는 좀 더 쉽고 연산하는 게 없어서 좋았다.

▲-비율/비례식/비례배분이 많이 어렵지 않다/ 쌍기나무는 재밌다.

-생각보다 두 단원 다 쉽다는 것입니다.

-더 재밌어졌다.

-없다.

-3단원이 훨씬 쉽다고 생각했는데 4단원도 3단원과 비슷한 것 같다./ 3단원도 직접 쌍기나무를 썬으면서 이해가 잘 됐다.

5) 5단원<원의 넓이>

가) 5단원 학생 선호도 조사

① 이 단원에 나는 얼마나 흥미가 있나요?

1) 매우 흥미가 있다(5명), 2) 흥미가 있다(4명), 3) 보통이다(11명), 4) 흥미가 없다(4명), 5) 매우 흥미가 없다(2명).

② 이 단원에 대한 나의 자신감은 어느 정도인가요?

1) 매우 자신 있다(5명), 2) 자신 있다(6명), 3) 보통이다(10명), 4) 자신 없다(4명), 5) 매우 자신 없다(1명)

✓보통이 가장 많고 매우 자신이 있고, 자신이 있다는 학생들과 자신 없고 매우 자신 없다는 학생들이 9명으로 골고루 분포해 있음.

③ 이 단원에 흥미가 있다면 그 이유를, 흥미가 없다면 그 이유를 또는 자신이 있

거나 없다면 그 이유를 써 보세요.

-아직 배우진 못했지만 할 수 있는 건 할거기 때문에 흥미가 있다, 원의 넓이나 원주를 구할 때 곱하기가 싫어서 흥미가 없다, 원의 넓이를 구하는 게 귀찮을 거 같아서 흥미가 없다, 원의 넓이는 생소하기 때문에 이 단원이 궁금하다, 예습도 열심히 하고 평소에 원의 넓이에 대해 궁금한 것이 많아서 흥미가 있다, 이제까지 사각형만 했는데 원을 해서 흥미가 있다, 도형이기 때문에 재미있다, 복잡하고 어렵다, 몰라서, 어렵게 생기기도 했고 처음 보는 것이기 때문에 자신이 없다, 계산하는 것이 너무 많아서 흥미가 없다, 아직 해보지 않아서 모르겠고 그다지 흥미가 별로 없다, 계산해야 하는 게 많아서 흥미가 있지도 없지도 않다, 원주율이 어려울 거 같아서 흥미가 없다, 딱히 재미가 없다.

④ 이 단원을 공부해야 하는 이유는 무엇이라고 생각하나요?

-실생활에 필요하니까
-언젠가는 필요하니까
-나중에 원의 넓이를 구해야 하는 날이 올지도 몰라서

⑤ 일상생활에서 이 단원과 관련된 내용들에는 어떤 것들이 있나요?

-바퀴에 원주나 넓이 구할 때, 컵 홀더를 살 때 원의 크기를 알 때
-피자를 시킬 때 어떤 피자가 더 큰지 알아보기 위해
-잘 모르겠다.
-동생과 내가 먹을 쿠키의 넓이가 다른지 똑같은지 알아보기 위해

나) 수업 분석 및 반성 내용

(1) 수업 전 반성

<표 IV-33> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(5단원)

		분석내용	
수업 전 반성	교수	수학	-교수할 수학적 개념(내용)의 위계성과 연계성을 알고 있는가? -이번 단원에서는 틈틈이 이전 학년에서 학습하였던 다각형의 개념, 다각형의 넓이 구하는 방법 등을 복습할 것이다. 이때, 단순히
	관점	교과 지식	

	의 이해	<p>암기한 지식을 상기하는 것이 아니라 그 원리와 그러한 수학적 사실이 도출되는 과정을 학습할 수 있도록 수업을 진행할 예정이다.</p> <p>-이 수학 수업에 대한 적절한 교수 방법 및 전략을 생각하고 있다면 그 방법 및 전략을 선택한 이유는 무엇인가?</p> <p>- (의사소통, 옛 수학자 이야기, 재미있는 문제 풀기, 추론 등)이 번 단원은 원의 넓이와 관련된 측정 영역의 단원이다. 학생들에게 원주율, 원주, 지름, 원의 넓이에 대해 단순히 개념을 주입하는 방법으로 수업을 진행한다면 별다른 의미가 없을 것으로 생각된다. 따라서 직접 자신들이 원을 탐구해보고 길어도 측정해보고 문제도 해결해 보면서 스스로 개념을 익히고 탐구해갈 수 있도록 할 예정이다. 이 과정에서 학생들은 개인 학습만이 아닌 친구들과 함께 의견을 주고받으며 자기 생각에서 잘못된 부분이 있으면 수정해나가고 더 발전적인 방향으로 사고를 할 수 있도록 활동을 계획할 것이다. 또한, 교과서에 나와 있는 흐름을 그대로 따르기보다는 우선 교과서를 덮고 스스로 생각을 해본 후 정리하는 차원으로 넘어갈 수 있도록 하겠다.</p> <p>또한, 옛 수학자(아르키메데스)의 이야기, 일화 등을 같이 곁들여 옛날에도 우리와 비슷한 내용을 다루고 고민했었으며 그때는 어떤 사고 과정을 거쳤는지, 그리고 그러한 사고 과정을 우리도 비슷하게 따라 해보며 조금 더 흥미를 느끼게 하고 싶다.</p>
		<p>-학생들의 참여를 지원하기 위한 방법을 생각하고 있는가?</p> <p>-학생들의 수학적 오류와 오개념에 대한 지식을 갖고 그것에 대한 대처 방안을 마련하여 수업에 임하는가?</p> <p>-처음 나가는 학생들에게 원주율, 원주, 원의 넓이는 생소한 개념이다. 그러나 이미 이 단원과 관련하여 예습한 학생들도 꽤 있다. 이 학생들이 수업 중 예를 들어 원주율의 개념보다는 원주율을 단순히 3.14, 3.14로 시작해서 나누어떨어지지 않는 소수 등의 단순한 수치로 이해하여 이야기한다거나 원의 넓이를 구하는 방법을 탐구할 때 원의 공식만을 이야기하고 상기한 채 방법을 알아가는 탐구 과정에서는 어려움이 발생할 수 있을 것이라 예상된다. 또한, 교과서를 펼친 채로 그대로 수업을 하면 스스로 생각해볼 기회가 단혀버릴 수 있어 때로는 교과서를 덮고 스스로 활동을 해본 후 교과서를 펼쳐 확인하는 방법으로도 수업을 진행하고자 한다.</p>
학습 관점	학생 특성 의 이해	

(2) 수업 중, 후 반성

(가) 2019. 11. 25. (월) <원의 넓이 첫 차시>

장면 ❶

-원이 그려진 종이를 나눠주고 뒷장에 원을 그리게 하고 원의 특징을 찾을 수 있는 만큼 찾아보게 함.

-학생: (자유롭게 제시함) 원의 특징으로 각이 없다/동그랗다/지름이 엄청 많다./

-교사와 함께 특징을 이야기해봄.

-학생: 먼저 지름과 반지름이 많다(이와 관련해서 학생들이 꼭짓점이 없어요. 모서리가 없어요. 곡선이 있어요, 굴러가요. 직선이 없어요) 등을 제시함.

-교사: 원에서 지름은 어떻게 찾을 수 있어요?

-학생: 음... 제일 끝이랑, 원의 중심이랑... 어.....

-교사: 교사가 일부러 잘못된 예를 제시함(원의 중심을 지나지 않는)

-학생들은 이를 보면서 원의 지름은 중심을 지나야 한다고 이야기함.

-교사는 오늘은 이렇게 많은 특징 중에 지름에 관심을 가질 것이라고 하고 교과서를 살펴보는 것으로 넘어감.

장면 ❷

-교과서에 제시된 대형 관람 차를 살펴봄. 원의 구성 요소를 찾아보게 함.

-학생: 지름, 원의 중심, 원의 둘레요.

-교사: 아직 원의 둘레를 다루지 않았는데 이번 시간에 한 번 이야기해 볼 거예요.

-학생: 원의 둘레는 어떻게 재요?

-교사: 좋은 질문이야.

-교사: 원의 둘레는 말 그대로 원의 둘레를 의미하는데 직선이 아니고?

-학생: 곡선이에요.

-교사: 이제까지 지름, 반지름은 직접 재보거나 지름을 재서 반으로 나누면 됐는데 원의 둘레는 그렇게 재기에는 힘든 점이 있죠?

-학생: 네. 곡선이에요.

-학생 2: 종이를 길게 잘라서 둘레를 빙 둘러본 다음에 펼쳐서 재면 돼요.

-학생 3: 맞아요. 그럼 실이 더 나올 거 같은데

-교사: 네 그래도 좋겠죠. 그럼 먼저 원의 둘레를 다른 말로 원주라고 하는데 원의 둘레와 지름의 관계를 알아볼 거예요. 뒷장에 미리 그려보라고 한 원의 지름을 재보게 함.

- 학생: 원의 지름은 5.5cm 정도예요.
- 교사: 그럼 지름은 잴는데 원의 둘레는 얼마일까? 지금 이 자로 잴 수 있는 사람?
- 학생: 없어요.
- 학생 2: 원을 굴려서?
- 교사: 좋은 생각인데? 자신 있게 말해봐. 어떻게?
- 학생 2: 여기서부터 돌려서... (학생이 설명함)
- 교사: **교사가 수학자를 간단히 언급함.** (아르키메데스와 관련 일화를 소개함. 몇몇 학생들은 아르키메데스를 듣자마자 ‘유레카’, ‘목욕탕에 들어갔다가 외쳤어요.’ 등 자신이 알고 있는 것을 소개함) 교사가 아르키메데스 사진을 보여주면서 고대 그리스의 발명가, 수학자로도 많이 알려져 있음을 안내하고 학생들이 이미 알고 있는 유레카와 관련한 이야기 외에도 원주율의 값을 수학적으로 계산하는 등 수학에도 많은 업적을 남긴 사람임을 안내함.

- 학생: 원주율이 뭐예요?
- 교사: 원주율의 말이 약간 어렵지? 지름과 원주의 관계라고 생각하면 돼. 우리가 아르키메데스의 마음을 조금 헤아려보는 마음으로 활동을 해볼 건데 어떻게 할 거냐면 원 안에 다각형을 그려 볼 거예요. (다각형의 의미 되짚기)
- 교사: 원 안에 하나를 그려보고 원 밖에도 하나를 그려봄. 왜 이렇게 그럴까? (그 이유를 생각해보게 함. 또한, 각이 많은 다각형을 그려서 원 안 다각형 둘레보다는 크고 원 밖 다각형 둘레보다는 작은 원의 둘레를 최대한 가깝게 어렵게 볼 수 있는 방법을 생각해보도록 안내함.)

장면 ③ 교과서로 살펴보며 지름과 원주의 관계 정립하기

- 교과서로 살펴보면서 원 안에 그려진 정육각형과 원 밖에 그려진 정사각형의 둘레와 지름의 관계, 원주는 정육각형의 둘레보다는 크고 정사각형의 둘레보다는 작음을 다시 한번 확인함.
- 또한, 전 활동에서 자신이 그려서 결론을 낸 것과 교과서에 제시된 그림으로 결론을 낸 것을 비교해보게 함.
- 학생들이 직접 그려서 결과를 낸 것과 교과서의 결과를 비교하면서 교사가 이야기함.

-교사: 너희 정말 잘 그린다. 결과가 비슷하게 잘 나왔네? 그럼 원주는 정사각형의 둘레 길이보다?

학생: 더 짧아요.

<핵심 질문 및 장면>

-핵심 질문(학생): 근데 그걸 어떻게 알 수 있어요? (원 밖의 정사각형의 둘레가 원주보다 왜 더 긴지)

-교사: 선생님도 그거 물어보고 싶은데~

-학생: 안에 들어가 있어서요./ 안에 빈 공간이 있으니깐

-교사: 그걸 증명하는 방법이 있을까?

-학생: 없어요./ 아니요, 할 수 있어요.

-교사: 우리가 당연히 원이 정사각형보다 안에 들어가 있으니깐 작아 보인다고 생각하는데 그게 왜인지 설명 가능해요?

-학생(평소 발표를 잘 하지 않으나 용기 있게 자기 생각을 표현함): 작대기를 그려요.

-교사: 나와서 한번 설명해 줄까?

-학생: 나와서 쌍기나무처럼 선을 그은 다음 원 안 보다 정사각형 안에 들어가는 개수가 더 많잖아요?

-교사: (아이들을 향해) 이걸 어때요?

-학생: 잘 모르겠어요.

-교사: 일단 좋아요.

-학생: 다른 한 학생도 이 학생의 의견에 동의함.

-교사: 교사가 칠판에 모눈 그림을 그리고 원 안보다 밖에 모눈을 많이 그릴 수 있다는 말이죠?

-학생: 근데 그건 넓이 아니에요?

-교사: 이 이야기에 대해서는 어떻게 생각해요? 자. 우리 둘레의 길이에 대해 생각해보고 있는데 또 어떻게 하면 될까? 다른 방법?

-학생: 대답이 없음.

-교사: 교사가 설명함. 일단 이렇게 해볼까? 일단 반만 잘라 보자. (반원 형태를 그린 후 끝과 끝을 A와 B로 하여 이 두 점을 이은 선분과 곡선으로 연결된 길이를 재보는 방법을 제시함)

-학생: 실로 잰 수 있어요./ 그래서 라면 면발이 실제로는 긴 거야.

- 교사: 아까 질문한 학생과 다른 학생이 팀을 이루어 위에 제시한 반원에 그려진 점 A와 점 B를 이은 선분과 곡선의 길이를 재보고 결과를 설명해주기로 함.
- 교사: 이번 수업 시간에 배운 내용을 정리하고 마무리함.

<표 IV-34> 수업 관찰 및 수업 반성(11.25.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-학생들이 스스로 먼저 원의 둘레를 측정하는 방법을 자유롭게 이야기함.</p> <p>-교과서에 제시된 그림이 아닌 실제로 원 안에 다각형을 그려보고 다각형의 둘레를 이용하여 원주를 어렵해 보는 활동에서 학생들은 원주와 지름의 관계를 잘 구하는 것을 볼 수 있었음.</p> <p>-원주는 원 안쪽 정육각형 둘레보다 길고 원 바깥쪽 정사각형 둘레보다 짧음을 이야기하는 과정에서 한 학생이 중요한 질문을 한 것을 볼 수 있음.</p> <p>→핵심 질문(학생): 근데 그걸 어떻게 알 수 있어요?→바깥쪽 정사각형의 둘레 길이보다 원주가 더 길다는 것을 다른 학생들은 직관적으로 이해했지만, 이 학생은 의문을 품고 질문함.</p>
수업 반성	<p>√수업 중 반성</p> <p>아이들에게 배부된 활동지에 그려진 원이 중심이 그려져 있지 않아 원의 중심을 표시해줬다면 더 좋았을 것 같다는 생각이 들었다. 지름을 재기가 힘들었으나 지름의 특징을 떠올리며 대략 측정해보게 하였다.</p> <p>√교사가 중간에 수학자 아르키메데스를 언급하며 사진과 함께 원주율의 값을 수학적으로 계산하는 등의 업적도 안내하였다.</p> <p>√원주율이라는 용어가 생소할 수 있고 원주율이라는 개념을 단순히 문자로만 전달한다면 이해하는 데 어려움이 있을 것 같아 원주율의 개념을 학생들 스스로 정립해볼 수 있도록 활동을 구성하려고 하였다.</p> <p>√장면 ㉒의 다각형 그리기를 통해 원주를 어렵하는 활동 계획 의도</p> <p>→교과서(5단원 p. 93)에서 이미 원 안에 정육각형(한 변의 길이:1cm)이 그려진 도형과 수직선을 제시하여 학생들이 더욱더 쉽게 원의 둘레와 지름의 관계를 알아볼 수 있도록 하였다. 만약 교과서를 펼쳐 놓고 그냥 순</p>

	<p>서대로 수업을 진행했다면 학생들은 먼저</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 대관람차의 모습을 보며 지름과 둘레 살펴보기 2) 원의 지름과 둘레의 관계 알아보기, 원주의 개념 알기 3) 정육각형이 내부에 그려진 원을 보면서 정육각형의 둘레(1cm×6)와 원의 지름(1cm)의 관계를 수직선에 표시하고 원주와 정육각형의 둘레 관계를 부등호로 표시하기 4) 정사각형이 원 밖에 그려진 원을 보면서 정사각형의 둘레와 지름의 관계를 수직선에 나타내고 원주와 정사각형의 둘레 관계 부등호로 표시하기 5) 마무리 문제 해결 <p>의 순서로 수업이 진행되었을 것이다.</p> <p>이에 본 교사는 학생들이 주어진 흐름대로 생각 없이 따라가는 것이 아니라 왜 이러한 활동을 하고 지름과 원주의 관계에 대해서 스스로 발견해보고 다양한 생각을 해보게 하고 싶어서 교과서 활동을 하기 전에 다음과 같이 활동을 재구성하였다. 교과서에 제시된 그림으로 수업을 하기 전에 일단 학생들에게 원 안에 다각형을 실제로 그려보게 하고 둘레의 길이와 지름을 재보고 그 관계를 계산해보게 하였다.</p> <p>→계산기 사용 가능, 소수로 나올 수 있기 때문임. 이 단원에서의 목표가 나눗셈 자체에 있지 않고 관계를 아는 것에 있으므로 계산기를 사용하게 함.</p>
--	---

(나) 2019.11.28. (목) <번외로 교과서 외의 문제를 제시함>

장면❶

- 교사: 어제 했던 마무리 문제를 옆 짝과 비교해보게 함.
- 교사: 친구마다 물체가 같아도 측정에서 조금의 오차가 있을 수 있음을 이야기함.
- 교사: 책을 덮고 모둠으로 앉아보도록 함.
- 학생: 4명씩 모둠을 만들고 도화지를 나누어 가짐.
- 교사: 선생님이 재미 문제를 내려고 해. 자 선생님이랑 이번에는 잠깐 쉬어가면서 친구와 함께 의논하는 시간인데 재미 한 마리가 있었는데~
- 학생: 아 벌써 슬퍼요(흥미를 느낌)
- 교사: 1m 정사각형 모양의 꽃밭(교사가 칠판에 그림을 그림)이 있는데 개미가 이 꽃밭 주위를 돌 거예요. 주위를 도는데 단 1m 간격으로만 움직여야 해요. 더 갈 수 없고 무조건 1m 간격을 유지하고 이 꽃밭 주위를 돌면서 먹이를 먹

으면서 시간을 보낼 거예요. 이때 개미가 돌아다닐 수 있는 공간의 넓이를 이제 부터 친구랑 구하면 되는데 우선 자기 모둠 안에서만 한번 의논해보세요. (이해가 안 된 모둠에 가서 다시 한번 설명을 함. 한 모둠 질문 해결됐음.)

장면 ②

한 모둠 질문을 받아주고 본격적으로 토의 시작(교사 돌아다니면서 봄)

장면 ③

-학생: 먼저 한 모둠부터 앞에 나와서 칠판에 붙임. 의견이 다른 경우는 둘 다 작성하게 함.

--학생들끼리 의견 교환하는 장면--

-모둠 1:(이 모둠은 사각형 주위를 직사각형으로 그림) 저희의 의견은 여기 꽃밭이 있고 1m 주위를 돈다고 했으니깐 전부 1m, 1m 해서 곱하기 3을 해서 9가 됐다.

-학생 1: 1m가 아닌데? (여러 명이 손을 들)/사각형인데 대각선의 길이가 미터라는 보장이 없는 거 같은데?

-교사: 어떻게 생각해?

-학생: 대각선이요? 학생1의 말은 대각선이 1m가 안 된다는 거 같은데 (발표한 모둠원 중 한 학생이 직접 칠판에 나와서 그려진 그림 위로 손을 갖다 대어 측정해보고 '대각선이 좀 더 기네'라고 이야기하며 스스로 깨달음.)

-교사: 그다음 모둠? (다음 모둠은 앞 모둠과 같은 의견이었음)

-학생: 그다음 저요.

-교사: 먼저 이 모둠부터 발표 들어보겠습니다. 이 모둠에서는 의견이 갈렸었는데 그중에서 먼저 의견 하나를 소개하겠습니다. 학생3의 의견입니다.

-학생 3: (그림을 그린 후) 이게 다 1m예요.

-교사: 다 1m? 아, 그림 원이 될 것 같다?

-학생: 네. 다른 학생들: 맞아요/완전한 원이 될 것 같아요/ 맞아요.

-교사: 자 그림, 여기 모둠 보충 필요해요? 이 의견에 동의하는 사람?



<그림 IV-8> 학생 3

설명 그림

-학생 4: **보충**할게요. 원의 모든 곳은 거리가 1m니깐 지름이 3m가 되고, 지름이 3m인 원을 그려야 할 것 같아요.

-학생 5: 저는 다른 의견이에요. 대각선이랑 여기 길이가 다르기 때문에 모서리 부분은 둥글고 나머지는 직선이에요.



<그림 IV-9> 학생 5

설명 그림

-교사: 자 두 개가 다르죠? 어느 것이 맞는 것 같아요?

-학생: 학생5요. 잘 모르겠어요.

-학생 5: (추가 설명) 정사각형의 대각선과 1m는 다르기 때문에 지름이 3m인 원이 될 수가 없어요.

-학생: 아, 내 편이 없어지고 있어.

-교사: 선생님이 그럼 질문할게. 이렇게 원이라고 했을 때 여기서 이 부분이 1m로 보여요?

-학생: 아니요. 아~~

-교사: 여기랑 여기랑 1m로 같아요?

-학생: 무수히 하면 같아요.

-학생: (칠판에 나와서 그리면서) 애랑 애랑 같잖아요?

-학생: 다르지.



<그림 IV-10> 교사의 설명 장면

- 학생: **하하 다르구나. 저거는 틀렸어요.**
- 교사: 왜?
- 학생: 아이들이 앞에 나와서 설명하고자 함.
- 교사: 학생 2, 여기 길이와 여기 길이가 다르지 않을까요?
- 학생 2: 3m인 원을 그리면 되지 않을까요?
- 학생: **그렇게 하면 다르지 1m가 안 될 수도 있지 대각선이 다르잖아. 아니야 그럼 1m가 안 될 수도 있잖아. (인정함)**
- 학생: 학생5 의견이 맞는 거 같은데.
- 학생: 아니야 틀렸어. 왜냐면 이 길이들이 서로 다르잖아요?
- 학생 5: (칠판에 그리면서 설명) **원이 되려면 이렇게 점점 짧아져야 하잖아요. 근데 전부 1m가 되어야 하니깐 이 부분에서는 직선이어야 해요.**
- 학생: 선생님 저 한번만요.
- 끊임없이 학생들이 자신의 의견을 표현함-
- 교사: 교사가 설명함. 원의 중심, 원의 의미에 대해 다시 한번 짚어줌.
- 학생: 아 이해됐다. 아 그렇구나(대부분 학생은 탄성을 냈고 한 학생은 이해되지 않는다고 함).
- 교사: 그렇다면 이 도형의 넓이는 어떻게 구할까?
- 학생: 음... 합쳐서요. 네 개를 합치면 하나의 원이 되잖아.
- 학생: 그럼 원의 넓이는 어떻게 구해요?
- 교사: 그걸 이제부터 우리가 배울 거야.
- 학생: **아 이렇게 연결되는구나. 오~**
- 학생: 수업이 끝난 후 아까 이해되지 않는 학생이 칠판에서 교사와 같이 그림을 그리면서 이해함.

<표 IV-35> 수업 관찰 및 수업 반성(11.28.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-교과서에 제시되지 않은 문제를 교사가 설명해 줄 때 학생들이 흥미를 느끼며 경청하는 모습을 관찰할 수 있었음.</p> <p>-학생들끼리의 의견 교환 과정</p> <p>→다른 학생들의 의견을 듣고 직접 길이를 재보면서 자신의 추론 과정을 반성하는 모습을 보임. (아, 대각선이 좀 더 기네)</p> <p>→의견 교환 과정에 매우 활발했음.(핵심 장면 참고)</p>
수업 반성	<p>√교사의 문제 출제 의도는 사각형 주위를 1m 간격을 두고 돌려면 모퉁이 부분(사각형의 꼭짓점 부분)이 둥글게 즉 주위가 직사각형이 아니라 직선과 곡선이 섞여 있는 형태로 돌아야 한다. 따라서 학생들이 서로의 의견을 주고받으며 점점 문제의 조건에 맞도록 해결하는 과정을 경험해 보게 하고 싶었다. 또한, 이 넓이를 구할 때 직선으로 둘러싸여 있는 부분은 쉽게 구할 수 있지만, 곡선으로 된 부분은 어떻게 구할 수 있는지 다양한 방법을 친구들과 이야기해볼 수 있도록 문제 해결 시간을 갖게 되었다.</p> <p>√학생들끼리의 의견 교환 과정</p> <p>→친구들과 논리적인 근거를 들어 설명하면서 서로의 생각에서 잘못된 점을 깨닫고 고쳐나갈 수 있는 경험을 하였다.</p> <p>→사각형 꼭짓점에서 대각선 방향으로 그린 길이가 1m임을 이해하기 힘들어하는 친구들이 있었다. 이는 사각형 꼭짓점을 원의 중심이라고 했을 때 원이 만들어지는 과정, 원의 개념을 혼동하고 있어 그러는 것으로 생각한다.(핵심장면 중 교사의 설명 장면 참고)</p> <p>→학생 5) 왜 완전한 원이 될 수 없는지 끊임없이 논리적으로 설명하고자 하였다. 또한, 한 번의 설명으로 그치는 것이 아니라 계속된 설명을 통해 다른 학생들을 설득시키고자 노력하는 모습을 볼 수 있었다.</p> <p>√문제 해결을 위해서는 원의 넓이뿐 아니라 원의 구성 요소(반지름, 지름)의 특징들을 고려해야 했고, 아직 배우지는 않았지만, 곡선인 부분의 넓이는 어떻게 구할지 등 여러 수학적 사실들을 스스로 생각해보고 융합하며 문제를 해결해 볼 수 있었다.</p> <p>√본 교사는 위 활동을 통해 학생들이 교과서에 제시된 문제가 아닌 어떻게 보면 독특할 수 있는 문제를 접하게 하고, 그러한 문제를 해결하는</p>

	<p>과정에서 자신들의 풀이 과정에 오류가 있다면 의사소통을 통해 고쳐나가며 문제 해결을 해나가는 과정을 경험하게 하고 싶었다. 실제로 수행해 보니 몇몇 모둠은 잘못 생각한 경우도 있었고, 모둠 안에서 의견이 갈리는 예도 있었다. 그러나 이 과정에서 교사가 바로 정답을 제시하는 것이 아니라 학생들끼리 서로 의사소통을 하며 문제를 해결할 수 있도록 활동을 진행해 보니, 학생들은 훨씬 더 서로의 언어로 의견을 교환하며 자신들의 오류를 바로잡고 문제를 해결하는 모습을 볼 수 있었다. 또한, 의견 교환이 활발한 수업을 진행할 수 있었던 인상 깊은 수업이었다.</p>
--	---

(다) 2019. 11. 29. (금) <원의 넓이를 어렵해 볼까요>

장면 ❶

-이제까지 배웠던 다각형의 넓이 구했던 경험 떠올리기

-먼저 다각형에 대한 의미 생각해보기

-학생: 각이 있는?/ 각이 있는 도형?/ 각이 많은 도형?/

-교사: 많다는 기준이 있어요? 다각형에 대해 의미를 설명함.

-교사: 그렇다면 너희는 원이 주어졌을 때 넓이를 어떻게 구하면 좋을 것 같아요? 혹시 미리 연습한 친구들은 그 방법을 배웠다면 공식을 이야기하라는 것이 아니라 어떤 방법으로 구할 수 있을지 생각해보자.

-학생: 저거를 잘라서 모양을 만들어요/ 공식을 계속 이야기하는 학생도 있음.

(이 학생에게 왜 그렇게 구할 수 있는지 물었을 때 이야기를 하지 못함)

-학생: 반으로 나눠서?

-학생: 원을 그린 다음 원 밖에 사각형을 그린 다음에요.

-교사: 책에 나와 있는 방법처럼?

-학생: 네./원을 피자 조각처럼 쪼개 가지고 여러 조각으로 조개고 이어붙여요.

-학생: 원 안에 네모를 그린 다음에요. 사각형의 넓이부터 구한 다음에 구해요.

-교사: 밖에도 그리고 안에도 그린다는 거 아니야? 원주처럼? 혹시 그 방법 말고 다른 방법 생각나는 거 있어요?

-학생: 대답 없음.

-교사: 자 그럼 우리는 그 방법을 따라서 그려 볼 건데 우리가 어떻게 원의 넓이가 구해지는지 그 과정을 같이 해볼 거야.

<교사 안내 사항>

1. 현재 우리가 알고 있는 방법(사각형 넓이 구하는 방법)을 활용해 원 안에 하나, 원 밖의 하나를 그려 둘 사이의 값으로 어렵하기
 2. 모눈종이를 활용하여 한 칸의 넓이가 1제곱센티미터일 때 칸의 개수를 센 후 사이의 값으로 어렵하기
 3. 원을 잘라서 넓이 구하기
- 이 외에도 다양한 방법이 있는데 그 외의 방법은 뒤에 [탐구 수학]을하면서 생각해보자고 이야기함.

장면 ②

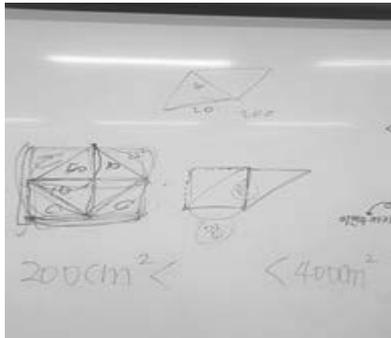
- 교사가 칠판에 마름모를 그리고 이전에 배운 내용에 대해 질문함.
- 교사: (마름모의 의미 설명 후) 그럼 정사각형은 어떤 것을 정사각형이라고 할까? 네 변의 길이가 같은 것 거기다가 또?
- 학생: 직각이어야 해요.
- 학생: 선생님 근데 마름모도 직각이잖아요.
- 교사: (교사가 직각이 아닌 경우의 마름모를 그림) 이거는 직각일까요? 그렇다면 이 모양은 마름모이면서 정사각형은 안 되겠죠? 정사각형이면서 마름모도 가능한 경우도 이야기함.
- 교사: 원의 반지름이 10cm인데 먼저 마름모 넓이부터 구해서 공책에 써 보겠습니다. 마름모 넓이를 예전에 어떻게 구했는지 기억을 떠올리면서 해봅시다. **단순히 공식을 쓰는 게 아니라 어떻게 구했는지 방법을 생각해보자.**
- 학생: 공식이 기억 안 나요.
- 교사: 그래 기억 안 나니깐, 공식 없어도 충분히 내가 알고 있는 거로 충분히 풀 수 있어. 공식으로 풀어도 되는데 왜 그렇게 해결을 했는지 설명할 수 있으면 돼요.
- 학생: 아 구할 수 있겠다.

-마름모의 넓이 구하는 방법에 대해 학생들끼리의 의견 교환 장면-

- 교사: 왜 그렇게 나왔는지 모르지만, 공식을 이용해서 푼 사람? 2명 정도
- 학생: 저는 공식으로 안 풀었어요. 한 학생이 나와 설명함.
- 학생 1: 마름모를 네 개로 잘라서 삼각형 네 개로 만들고, 한 삼각형이
- 교사: 삼각형 넓이는 어떻게 구한 거예요?

- 학생 1: 밑변 곱하기 높이 나누기 2요.
- 교사: 거의 다 왔어. 왜 그럴까?
- 학생 1: 골뜩히 생각함.
- 교사: 왜 그럴까? 선생님 저요. 저요(한 8명 정도 손을 들.)
- 학생 2: (삼각형 넓이 설명이 아니라 마름모 넓이 구하는 방법을 설명함)
마름모 바깥쪽에 정사각형을 그리고, 그중 마름모를 제외한 부분의 넓이를
합하면 마름모와 같기 때문에 나누기 2를 한다고 설명함.
- 학생: 아이들 반응 아~알겠다.
- 교사: 좋아요. 먼저 삼각형 넓이는 왜 나누기 2를 하는지 먼저 하고 이걸로 넘어가자.
- 학생 3: 삼각형을 그리고 밑변, 높이가 각각 이거라고 하면 사각형은 가로 곱하기 세로인데 삼각형은 그거의 반이니깐 나누기 2.
- 교사: 그래요. 그렇게 배웠지? 그럼 사각형 넓이는 왜 가로 곱하기 세로라고 약속했었지? (사각형 넓이와 관련해서 간단히 이야기함)
- 교사: 마름모 넓이 구하기로 돌아가 첫 번째, 두 번째 학생 의견 종합함.
- 학생: 또 다른 의견이에요. 마름모를 먼저 그리고, 마름모를 삼각형을 두 개로 잘라서 구하는 방법을 설명함.
- 교사: 네 좋아요, 삼각형 두 개로 잘랐다는 거죠? 또 다른 의견?
- 학생: 잠깐만요.
- 학생: 선생님 저요, 마름모를 두 개의 삼각형으로 나눠 평행사변형을 붙여 넓이를 구함.
- 학생: 선생님 저 진짜 다른 방법 있어요.
- 교사: 자 이렇게 마름모를 잘라서 생각하는 경우가 있는데 이 밑에 삼각형을 위로 올려서 평행사변형의 넓이를 이용해서 구할 수 있어요. 단 평행사변형 넓이 구하는 방법을 모른다면 구하기 어렵겠지? 평행사변형 넓이 어떻게 구했더라?
- 학생: (대답 없음)/ 밑변 곱하기 높이/ 나누기 2는 아니야.
- 교사: 왜 밑변 곱하기 높이예요?
- 학생: 삼각형 두 개를 겹쳐 가지고.
- 교사: 그렇죠. 이 부분을 잘라서 붙이면 사각형이 되기 때문에 밑변 곱하기 높이가 되는 거야. 그래서 공식을 까먹었더라도 구할 수 있어. 자 그럼 마름모 넓이 기억을 떠올리면 어떻게 배웠었냐면?
- 학생: 한 대각선 곱하기 다른 대각선 나누기 2
- 교사: 이렇게 나온 이유 한번 학생5가 설명해보게.
- 학생: 선생님 근데 저거는 왜 사각형인데 나누기 2예요?

- 학생 5: 2를 나눈 까닭은?
- 교사: 네. 왜 이 공식이 나오게 됐는지 설명해주세요.
- 학생 5: 마름모 잘라서 4개 삼각형은 전체 반이 되니깐……. 설명을 머뭇거림.
- 교사: 네 맞는 의견이죠. 나누기 2를 하는 이유는 마름모 한 대각선은 정사각형의 가로, 다른 대각선은 정사각형의 세로와 같죠? 그럼 한 대각선을 다른 대각선이란 곱한다는 말은 뭐랑 같은 거예요? 정사각형의 넓이랑 같은 거.
- 학생: 아~~
- 교사: 근데 나누기 2를 하는 이유는 뭘까요?
- 학생: 마름모는 이 정사각형의 2분의 1이요.
- 교사: 네. 이 작은 삼각형들의 넓이가 같기 때문에 마름모 자체의 넓이만 구하려면 전체에서 나누기 2를 해야 구할 수 있어요.



<그림 IV-11> 학생들이 마름모, 평행사변형 넓이 구하는 방법을 생각한 예



<그림 IV-12> 학생들이 생각한 마름모의 넓이 구하는 공식이 나오게 된 까닭

- 교사: 그럼 이 마름모의 넓이는 얼마인지 학생들과 알아보고 원의 넓이를 어렵해 봄.
- 교사: 그리고 교과서를 보면서 확인해봄. 교과서에 제시된 마름모는 직각이기 때문에 정사각형도 된다는 사실을 이야기하며 원의 넓이를 어렵함.

장면 ③

- 교사: 두 번째 방법인 모눈종이를 세서 어렵하는 방법으로 해봄.
- 학생: 이 많은 걸 어떻게 세냐는 학생들도 있음/ 이에 다른 아이들이 개수를 세는 방법에 대한 의견을 주고받으며 모음(사 등분 해서 구해요, 여기서 빼요.

등), 이 작업을 통해 앞 활동보다 좀 더 어렵의 범위를 좁힐 수 있었음.

<표 IV-36> 수업 관찰 및 수업 반성(11.29.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-마름모 넓이 구하는 방법에 대해 학생들끼리 의견을 교환하는 장면 →자기 생각을 표현하는 학생들도 많았고 그것을 듣고 또 다른 방법을 생각하여 제시하는 경우도 관찰할 수 있음. →학생들이 평행사변형, 삼각형 넓이 구하는 것을 헛갈려 하는 경우를 관찰할 수 있었음. 따라서 이처럼 넓이를 구하는 과정을 겪어보는 활동을 진행함.</p>
수업 반성	<p>√원의 넓이를 구하는 방법을 미리 연습해 온 학생들은 수업 시작부터 공식을 계속 이야기하는 경우가 있었다. 그러나 이런 경우 공식이 어떻게 그렇게 나왔는지에 대한 이해가 없어 공식을 틀리게 말하는 예도 있었다. 또, 원 안에 사각형을 그리고 원 밖에 사각형을 그려 넓이를 비교한다는 대답 등 자신이 이미 연습한 내용을 말하는 경우가 많았다.</p> <p>√교사가 칠판에 마름모를 그리고 질문했을 때 정사각형, 마름모의 의미에 대해서 학생 중에는 루비 모양으로 그려진 마름모를 들리면 정사각형이고 돌리지 않으면 마름모라고 이해하는 학생들이 있었다. 이는 마름모와 정사각형의 개념을 바르게 이해하지 못하고 단순히 마름모, 정사각형 하면 제일 많이 떠오르는 이미지로 그 개념을 이해한 경우라고 생각된다. 따라서 마름모의 특징, 정사각형의 특징에 관해 이야기해 보게 하면서 개념을 바로 잡았다.</p> <p>√마름모 넓이 구하는 방법에 대해 학생들끼리 의견을 교환하는 장면 →이전 학년에서 학습한 다각형의 넓이를 떠올려보게 하여 원의 넓이를 구하는 방법과 관련지어 활용하고자 하였다. →다각형의 넓이를 구하는 식이 나오게 되는 과정을 유추해보고 스스로 증명해보는 절차를 경험하게 의도하였다. →실제로 학생들이 공식을 기억하지 못해 풀지 못한다고 반응하는 경우가 꽤 있었는데 공식을 기억하지 못했을 때도 다양한 방법을 활용하여 넓이를 구할 수 있음을 이야기하고 그 과정을 겪어보게 하였다. 또한, 학생들이 서로의 생각을 표현할수록 더욱더 새롭고, 다양한 아이디어들이 나옴을 볼 수 있었다. →위 활동 계획 의도: 본 교사도 어릴 때 기억을 떠올려보면 다각형의 넓</p>

	<p>이를 구할 때 기본적으로 공식으로 구했던 기억이 난다. 아무런 의심도 생각도 하지 않은 채 그렇게 구해왔었고 학생들도 당연히 공식 없으면 풀지 않거나, 공식이 기억나지 않으면 손을 대려고 하지 않는 경우가 많았다. 위 수업 장면에서도 몇몇 학생들은 교사가 공식을 알지 못해도 풀 수 있음을 이야기했음에도 불구하고 공식을 기억하지 못해 풀기 어렵다고 이야기하는 경우가 많았고 공식을 기억하는 학생은 “공식은 이거야.” 라고 공식만 이야기해주는 경우가 있었다. 따라서 이번 시간에는 아이들이 다각형을 이리저리 스스로 탐구하면서 넓이 구하는 공식을 추론해내거나 공식을 몰라도 넓이를 다양한 방법으로 구해 볼 수 있도록 사고하는 경험을 제공하고 싶어 위 장면, 활동을 넣게 되었다. 또한, 실제로 활동을 해보니 교사가 조금의 길만 열어주면 학생들이 무궁무진하게 아이디어를 내는 모습을 볼 수 있었고 교사의 한마디 작은 반응에도 더 열정적으로 자신들의 아이디어를 발표하고 친구들에게 소개하고 싶어 하는 모습을 볼 수 있어 기억에 남는 시간이 되었다.</p>
--	---

(라) 2019. 12. 02. (월) <원의 넓이를 구하는 방법을 알아보까요>

장면 ❶

- 저번 시간에 원의 넓이를 어림한 방법과 결과를 이야기해보고 원의 넓이를 구하는 방법을 알아볼 것이라고 안내함.
- 학생들에게 아르키메데스는 원주율의 값을 수학적으로 나타내는데 업적을 보였고 아르키메데스의 실진법 이야기를 해줌.
- 교사: 만약 하트 모양이 있다면 곡선으로 되어있는데 이 넓이를 어떻게 구할 수 있을까?
- 학생: 쪼개서요. 튀어나온 것만 쪼개요. 그래서 삼각형 만들어요.
- 교사: 쪼개서 삼각형 만들고 합쳐서 원을 만든 다음에? 지금은 원의 넓이 구하는 법을 알 수 없는 상태라면? 예를 들어 같은 두께의 막대로 이 부분을 채우는 거야. (그림으로 시범을 보임)
- 학생: (신기해함)
- 교사: 만약 이 원 안에 육각형을 그린다면? 이 육각형과 원 사이의 빈틈 보이죠? 이 육각형의 넓이는 쪼개서 구할 수 있는데 그렇다면 어떻게 하면 할수록 빈틈을 줄일 수 있을까?
- 학생: 더 잘라요/ 각을 많이 해요.
- 교사: 맞아. 세밀하게 각이 많이 하면 할수록 틈이 없어지겠죠? 그래서 우리도

원을 잘게 조각으로 나눠 볼 거예요. 현재 우리가 넓이를 구하는 방법을 알고 있는 도형으로 만들어 볼 거예요. 예를 들면?

-학생: 평행사변형? 직사각형?

-교과서(p. 100)에 원을 8등분, 16등분, 32등분, 64등분 한 그림이 제시되어 있고 학생들은 팔 등분 하면 아직은 평행사변형이라기에는 위 선이 둥근 느낌이 있다고 함. 그리고 조각을 잘게 내는 것은 컴퓨터를 이용하여 보여줌. 학생들은 신기해함.

-교사: 더 잘게 쪼개면 쪼갤수록 무슨 모양에 가까워질까요?

-학생: 직사각형이요.

-교사: 그럼 우리가 직사각형으로 만들었으니, 직사각형 넓이는 어떻게 구해요?

-학생: 가로 곱하기 세로요.

-교사: 그렇다면 그것을 이용해서 원의 넓이 구하는 방법을 알아보시다. 원의 넓이를 구하는 방법을 알아내는 것이 이번 시간 목표입니다.

-교사: 옆쪽에 원의 넓이를 구하는 공식이 빈칸 몇 개 뚫린 채로 나와 있었음. 이것을 스티커로 가려서 교과서에 제시된 모양만 가지고 원의 넓이를 구하는 방법을 이끌어 낼 수 있는지 생각해보게 함. 원의 넓이를 어떻게 하면 구할 수 있을지 방법을 유추해보도록 함.

-학생: (2~3분 정도 흐른 후) 한 학생이 나와서 설명함. (원주의 반이 이 직사각형의 가로고, 이 반지름이 세로예요, 그럼 원주 나누기 2 값에 반지름을 곱하면 원의 넓이가 나옵니다.)

-학생: 앞에 학생과 비슷하게 설명함.

-교사: 이렇게 유추하는 거 맞아요. 교사가 화면을 보며 원의 넓이를 구하는 방법을 다시 한번 정리함. 그럼 원주×2분의 1×반지름인데 우리가 원주 구하는 것을 건너뛰어서 이것 먼저 하고 넘어가자.

장면② <원주와 지름을 구해볼까요>

-원주율이 뭐였는지에 대해 아이들과 간단히 복습해봄.

-회전목마 타 본 경험, 완전한 원의 운동장 트랙이 있다면, 우리가 그 둘레를 알아볼 때 실 또는 종이 자를 이용해서 구하기에는 어려움이 있음, 그래서 원주를 어떻게 하면 직접 재지 않고도 구할 수 있을까 하는 것이 이번 차시에 나온 내용임을 안내함.

-원주를 구하려면 지름, 원주율을 알아야 한다고 학생들이 이야기함. 그 이유에

대해서는 원주의 비율, 기준량, 비교하는 양과 관련해서 설명함.

-또한, 원의 크기와 관계없이 일정한 원주율에 대해 언급하면서 원주율에 지름만 말면 원주를 구할 수 있음을 이해함.

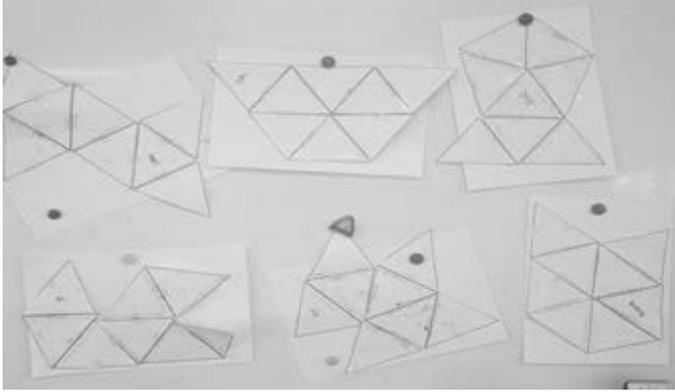
-식으로 표현해보고 교과서에 제시된 문제를 해결하고 다음 쪽(p. 97)은 다음 시간으로 넘김.

<표 IV-37> 수업 관찰 및 수업 반성(12.2.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	<p>-원의 넓이를 실제로 구해 보기 전에 수학자 아르키메데스의 이야기를 제시하면서 학생들의 흥미를 끌고자 함.</p> <p>→이때, 교사가 한 질문(하트 모양 도형의 넓이를 어떻게 구할 수 있을까?)에 대한 대답으로 학생들이 다양한 의견(튀어나온 것을 쪼갬다, 삼각형을 만든다 등)을 제시함.</p>
수업 반성	<p>√교과서 p. 100 1번(원을 잘라서 이어 붙이는 활동(8, 16등분 등))</p> <p>→수학책 부록에 원을 잘라 붙일 수 있도록 미리 준비물로 제시되어 있어서 학생들이 활동을 편하게 할 수 있었다. 단 이 활동 시 단순히 수학책에 제시되어 있으니 그대로 따라 하는 것이 아니라 원의 넓이를 구하는 방법에는 어떤 것들이 있고, 옛날 수학자들도 원의 넓이를 구하는 방법으로 이와 비슷한 방법을 사용했다는 이야기를 덧붙여 흥미를 유발하고자 하였다.</p> <p>√교과서 p. 101 2번 문제(원의 넓이 구하는 방법 알아내는 과정)</p> <p>→이때 교과서에는 빈칸이 뚫린 채로 제시되어 있었기 때문에 원의 넓이를 구하는 전체적인 과정을 학생들에게 경험해보게 하고자 먼저 이 부분을 가리고 생각해보게 하였다. 이러한 과정이 어려울 수 있으나 이런 기회를 계속 제공함으로써 학생들이 공식을 도출해내는 과정, 원리 등에 관심을 갖게 하고자 하였다.</p> <p>→개미 문제(11.28. 수업)를 제시하면서 한 차시 수업 후 그 전 차시인 4차시 수업<원주와 지름을 구해볼까요>을 하지 않음을 알게 되었으나 개미 문제를 원의 넓이와 연관 지어 수업했기 때문에 우선 원의 넓이 어렵, 원의 넓이 구하는 방법 알아보기 차시를 수업하였다. 원의 넓이 구하는 방법을 유추하고 식으로 나타내는 것까지 수업한 후 그 과정에서 원주를 구하는 부분이 제시되기 때문에 바로 4차시로 되돌아가 수업하였다.</p>

(마) 2019. 12. 06. (금) <얼마나 알고 있나요. 문제 풀이, 삼각형 문제 해결>

<표 IV-38> 수업 관찰 및 수업 반성(12.6.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	 <p style="text-align: center;"><그림 IV-13> 학생들이 만든 문제 및 모양</p>
수업 반성	<p>√ 12.3. 장면㉓의 활동에서 만든 모듈별 삼각형 문제를 학생들이 해결하여 모양을 만들어 내고 칠판에 붙여놓게 하였다. 이 과정에서 한 모듈의 문제에 오류가 있어 그 모듈의 문제를 받은 모듈이 계속해서 문제를 해결해도 답이 나오지 않는 상황이 있었다. 따라서 문제 출제 시, 검토 과정을 좀 더 보충하면 좋을 것 같다.</p>

(3) 수업 후 학생 의견 조사 결과(5단원 종료 후)

<p>◎학생들 의견 정리 및 분석 방법</p> <p>-생각해볼 만한 의견: 음영 표시</p> <p>-1학기 과목 선호도 조사 시 싫어했던 과목으로 선택한 학생 의견: 문장 앞 ▲</p> <p>-1학기 과목 선호도 조사 시 좋아했던 과목으로 선택한 학생 의견: 문장 앞 ■</p> <p>※학생들이 직접 작성한 의견으로 학생들이 작성한 내용을 최대한 그대로 반영하였음.</p>
--

① 이 단원을 배우면서 가장 인상 깊었던 활동은?

-원을 잘게 잘라서 넓이 구하는 공식을 이끌어내는 과정

■-삼각형으로 문제 내서 모양 맞추기

-왜 공식이 반지름×반지름×원주율인지 알 수 있어서 좋았다.

▲-개미가 꽃밭을 기준으로 1m를 돌 때, 어떤 모습으로 돌아야 하나를 두고 토론한 것이다.

- 직접 스티커를 붙여서 사각형을 구한 다음 원의 넓이를 구하는 활동
- 사각형을 그린 다음에 개미가 그 사각형을 기준으로 1m씩 다닐 때 원의 넓이가 얼마인지 구하는 것을 한 것이 가장 기억에 남는다.
- ▲-포스트잇 문제 만들고 문제 풀기
- ▲-띠 골판지로 넓이를 알아보는 것
- 문제 푸는 것(기억이 나서)
- 운동장 달리기 시합에서 어느 곳에서 뛰어야 공정할지 푸는 문제
- 원의 넓이를 어렵히는 것
- 원의 넓이를 잘라서 구해 보는 것
- 운동장 넓이 구하기
- 종이로 문제 내서 도형 만들기
- 개미 문제 풀었던 활동
- 문제를 만들어 모양 알아내기
- ▲-앞에 나와서 원의 넓이를 구할 때
- 삼각형 모양의 종이를 모양 만들어서 문제 냈던 것
- 원의 넓이를 어렵힐 때 삼각형은 왜 밑변×높이÷2인지 알아보는 활동
- 원의 넓이를 구할 때
- ▲-원을 잘게 잘라서 원의 넓이를 구할 수 있다는 게 신기하고 흥미로웠다.
- ▲-원의 넓이 단원 문제를 맞추며[원문대로] 모양을 만드는 것
- 원 안과 밖에 다각형을 그려 원의 넓이를 어렵힌 활동
- 개미가 얼마나 걸어 다닐 수 있는 거리 등이 흥미로웠다.
- 골판지로 원을 만들어서 자르고 붙여 원의 넓이 구할 때
- 골판지를 원 모양으로 만들어서 첫 번째로 잘라낸 게 원주라는 것을 안 것
- ▲-별에 문제를 써서 모형을 맞추는 것.

<정리>

- 원 잘라서 넓이 구하기(3명)
- 삼각형으로 모양 만들고 문제 내기(5명)
- 개미 문제(4명)
- 운동장 문제(2명)
- 띠 골판지로 원의 넓이 구하기(2명)

② 이 단원을 배우면서 나에게 가장 도움이 되었던 부분은?

-이제 피자의 넓이를 구할 수 있게 됐다. 왜 그 공식이 성립하는지 이유를 알게 되었다.

■-왜 원의 넓이를 구할 때 그 공식이 나오는지 알게 되었다.

-원주 구하는 방법이 다양하다는 게 가장 도움이 되었다.

▲-원주, 지름, 원의 넓이를 구하는 방법과 왜 그렇게 되는지 알아본 것이다.

-원의 넓이와 원주를 쉽게 계산할 수 있게 되었다.

-계산할 때 실수를 덜 하는 것과 원의 넓이를 구하는 방법을 알게 되었다.

▲-원의 넓이 재는 법을 알게 되었다.

▲-원의 넓이를 알게 되었다.

-문제 푸는 것

-원의 넓이와 둘레를 잘 알게 되었다.

-원의 넓이를 구하는 방법(식)을 알았다.

-원의 넓이를 구하는 것을 알았다.

-원의 넓이 구하기

-원의 넓이 구하는 방법

-원의 원주와 넓이 구하는 방법

-원의 넓이와 원주 구하는 법

-어려웠던 부분을 이해할 수 있게 된 것

▲-원의 넓이 구하는 방법

■-계산 실력이 늘었다.

-원의 넓이를 알아가면서 여러 가지 새로운 것들을 알아갔다.

-계산하는 데 도움이 조금 됐다.

▲-원주와 원의 넓이를 구하는 공식을 몰랐는데 이 단원을 배우고 알게 되었다.

▲-원의 넓이와 원주를 쉽게 구할 수 있게 된 것

-원의 원주와 넓이와 원주율과 지름을 구하는 방법을 알게 되었다.

■-원의 넓이 구하는 법

■-원의 넓이는 어렵고 하기 싫은 거 말고는 아니었는데 선생님과 함께 배우며 재밌어졌고 5단원 수학이 쉬워졌다.

-원주율, 원주, 지름 등을 알 수 있게 되었다.

▲-실수가 줄어들었다.

<정리>

-공식을 구하는 방법을 알게 되었다(5명)

- 원주를 구하는 다양한 방법을 알게 되었다(1명)
- 원의 넓이, 원주를 구하는 법을 알게 되었다. (16명)

③ 이 단원을 배우면서 가장 힘들었던 활동은?

- 없다.
 - 없다.
 - 운동장 트랙을 구하는 게 힘들었다.
 - ▲-복잡한 공식을 계산한 것이다.
 - 없다.
 - 원의 넓이나 원주 등을 구할 때 원주율이 3, 3.1은 괜찮은데 3.14를 곱할 때 힘들었다.
 - ▲-운동장 출발점 재기
 - ▲-넓이를 구하는 게 제일 힘들었다. (다양한 모양)
 - 싫어졌다.
 - 운동장 달리기 시험 문제 풀기
 - 운동장 넓이 구하기
 - 원주, 지름 공식 구하기
 - 계산하는 것
 - 원의 넓이 구하기
 - 원주를 직접 잴던 활동
 - 원의 넓이를 여러 가지 방법으로 구하는 것
 - ▲-없다.
 - 계산하는 게 너무 큰 수나 좀 길게 나와서 계산하는 게 힘들었다.
 - 여러 가지 원의 넓이를 구해보시다(마지막차시)의 마지막 문제 풀 때
 - 모르는 걸 풀 때
 - ▲-운동장 달리기 출발선 위치 정하기(구하는 공식이 너무 복잡해서)
 - ▲-없다.
 - 운동장에서 1번 경주로 출발선에서 2번 경주로 출발선 위치를 정하는 활동
 - 운동장에서 어떻게 뛰어야 공평한지
 - 운동장의 원의 넓이 구하기
 - 공식 외우는 것
 - ▲-아는 문제가 계속 틀릴 때
- <정리>

-운동장 트랙 문제[도전 수학](8명)

-복잡한 계산, 공식(5명)

-원의 넓이 구하기(4명)

√교사가 수업 분석 및 반성 시에도 기술했던 것처럼 학생들도 운동장 트랙 문제에 대해 어렵다고 생각한 경우가 꽤 많았던 것 같다. 또한, 원의 넓이가 아무래도 측정 단원에서 실제로 측정해보고 원주, 지름과 더불어 다양한 원의 넓이를 구해야 하는 만큼 원의 넓이를 계산할 때 복잡하다고 느끼고, 계산하는 것이 귀찮고 어렵다고 느끼는 학생들도 꽤 있었던 것으로 보인다.

④ 5단원에 대한 나의 생각 변화(변화된 생각도 좋고, 확실해진 생각도 좋습니다.)

-이제 원의 넓이 구하는 식이 왜 그렇게 되는지도 알게 되었다. 공식만 외우는 단원이 아니었다.

■-원의 넓이를 구하는 건 귀찮다. 하지만 싫진 않다.

-원주와 원의 넓이를 구하는 방법이 확실해졌다.

▲-원의 넓이를 구하는 공식이 명확해졌다.

■-원의 넓이 구하는 게 어려울 줄 알았는데 생각보다 쉬워졌다.

-계산하는 것이 많이 있으면 힘들다.

▲-5단원이 어려울 줄 알았는데 선생님이 가르쳐주시니 쉬워졌다.

▲-없습니다.

-인체 공학

-어려울 것 같았는데 하다 보니 쉬워졌다.

-원을 재는 법을 몰라서 어렵다고 생각했는데 배우다 보니깐 식과 어떻게 하는 지 방법을 알아서 적당하다고 생각한다.

-없다.

-수학이 더 싫어진 것 같다.

-매우 흥미 있다.

-원은 무작정 어려운 줄 알았는데 생각보다 쉬웠다.

-원의 넓이는 여러 가지로 구하지 않고 쉽게 구할 수 있다는 것

▲-수학은 무궁무진하다는 것을 알게 되었다.

■-어려운 줄 알았는데 쉬웠다.

-엄청 자신이 있지는 않지만 원의 넓이와 관련된 문제가 나오면 잘할 자신이

있다.

-의외로 쉬웠다.

▲-원주를 구하는 것과 넓이를 구하는 것이 어렵지 않다는 것을 알게 되었다.

-어려워 보였지만 굉장히 쉽게 느껴진다.

-쉬워졌다.

■-원의 넓이가 은근 재밌구나

■-모든 수학은 선생님이랑 하면 쉬운 것 같다!

-처음보다는 많이 이해가 되어서 조금은 괜찮아졌다. 근데 이 단원이 좋지는 않다.

▲-이해력이 좋아짐

<정리>

√원의 넓이를 왜 그렇게 되는지 알게 되었고 이 단원이 단순히 공식만 외우는 단원이 아니었다는 의견과 수학은 무궁무진하다는 것을 알게 되었다는 것, 원주와 원의 넓이를 구하는 게 어렵지 않다는 것을 알게 되었다는 의견이 감사하게 느껴질 정도로 와 닿았다. 원의 넓이 이 단원은 측정 영역으로 아이들이 넓이를 구하는 식을 계산하면서 어려움을 느끼거나 흥미를 잃기도 하는 모습을 보았었다. 그런데 이러한 글들을 보면서 본 교사가 이번 단원을 통해 아이들에게 길러주고 싶은 역량(추론, 의사소통 등)과 목표들이 아이들이 스스로 작성한 이 느낌들과 많이 맞닿아 있다는 생각이 들었다.

이와는 반면에 수학이 더 싫어졌다, 계산하는 것이 있으면 힘들다고 느낀 학생도 있었다. 이 학생은 다른 문항의 답을 보니, 가장 힘들었던 활동이 문제 푸는 것(싫어졌다고 답한 학생), 원의 넓이나 원주 등을 구할 때 원주율이 3, 3.1은 괜찮은데 3.14를 곱할 때 힘들다(계산하는 것이 있으면 힘들다고 답한 학생), 계산하는 것(수학이 더 싫어졌다)이 힘들다고 답한 것을 볼 수 있었다. 이 학생들은 공통으로 이번 단원에서 계산하는 것을 힘들어하였고 싫다는 이야기를 내비치고 있었다. 따라서 이번 단원에서 교사가 방법과 원리, 추론 등을 할 수 있도록 교과서 외의 활동들도 제시하고 하였지만 몇 학생들은 계산의 어려움, 계산의 복잡함에 무게를 두고 힘들어하는 경우도 볼 수 있었음을 알 수 있었다.

⑤ 이 단원이 실생활에 쓰인다면 어느 곳, 어느 분야에 쓰일 것 같나요?

-피자나 시계를 만드는 전문가들이 사용하실 것 같다.

■-시계를 만들 때

-뭔가를 만들 때

- ▲-달리기 트랙, 시계 탑의 시계의 넓이, 원이 있는 물건의 넓이 구할 때
- 동생과 내가 먹을 팬케이크의 양, 모양, 만드는 사람
- 수학과 관련된 여러 가지 분야, 원의 넓이 구할 때
- ▲-피자 넓이 재기
- ▲-원 접시에 넓이를 구할 때
- 피자를 공정하게 나눌 때
- 원의 모양의 물건의 넓이 구하기, 운동장 등 직선이 있는 원의 넓이 구하기 등
- 잘 모르겠다.
- 타이어 바퀴를 잴 때
- 피자를 정확하게 나눌 때
- 건축할 때
- 시계 원의 넓이 알 때, 재료를 어느 정도에 원으로 자를지 알아야 할 때
- ▲-피자의 넓이를 구할 때
- 그릇의 넓이, 원 모양의 물건을 넣는 박스의 크기 등
- 원으로 된 사물의 넓이, 지름, 원주 등을 구할 때
- 축구공 넓이 구할 때
- ▲-피자 틀을 만들 때 시계를 만들 때
- ▲-원이 있는 모든 것
- 피자 박스 크기
- 로봇 또는 발명에서 사용될 것 같다.
- 목공 할 때!
- 원에 대한 것
- ▲-시계 같은 것을 똑같이 만들 때

<정리>

√실생활과 관련된 것들에 대해 알아보기 위해 위 질문을 추가하였으나 그냥 단순히 우리 주변의 원 모양으로 생긴 물건의 넓이 재기에 이용될 것 같다고 생각하는 경우가 대부분이었다. 이 부분과 관련해서는 태블릿 PC나 기타 자료 등을 통해 더 깊게 조사해보도록 하였어도 좋았을 것 같다는 생각이 들었다.

6) 6단원<원기둥, 원뿔, 구>

가) 학생 6단원 선호도 조사

① 이 단원에 나는 얼마나 흥미가 있나요?

1) 매우 흥미가 있다(7명), 2) 흥미가 있다(5명), 3) 보통이다(12명), 4) 흥미가 없다(2명), 5) 매우 흥미가 없다(0명).

② 이 단원에 대한 나의 자신감은 어느 정도인가요?

1) 매우 자신 있다(4명), 2) 자신 있다(8명), 3) 보통이다(12명), 4) 자신 없다(2명), 5) 매우 자신 없다(0명)

√4단원에 비해서 학생들이 그래도 자신이 있다, 보통이다 등 왼쪽에 분포에 있는 긍정적인 답 쪽으로 표시한 경우를 볼 수 있다.

③ 이 단원에 흥미가 있다면 그 이유를, 흥미가 없다면 그 이유를 또는 자신이 있거나 없다면 그 이유를 써 보세요.

-도형에 관심이 없기 때문에 흥미가 없다, 새로운 도형을 배우기 때문에 재밌을 것 같다, 이해하기 어렵기 때문에 보통이다, 그다지 좋아하지 않는다, 도형 단원들이 재밌고 쉽기 때문에 흥미가 좀 있다, 또 다른 입체도형을 배우는 일이기 때문에 흥미가 있다, 다른 단원보다는 쉽다고 생각하기 때문에, 재미가 없다, 계산하는 것이 있지만 많지 않아서 보통이다, 예전에 배운 내용이 많이 나와서 자신 있다, 도형을 싫어한다, 도형에 자신감이 있어서, 쉽고 재미있다, 도형이어서 흥미가 있다, 도형에 대해서 배우기 때문에 흥미가 있다(공식을 외우지 않는다), 어렵고 외울 것이 많을 것 같아서 흥미가 없다, 처음 배우는 거여서 흥미가 있다.

④ 이 단원을 공부해야 하는 이유는 무엇이라고 생각하나요?

-잘 모르겠다.
-도형을 1이라도 더 알고 싶다.
-실생활에
-중학교에 가도 이런 단원들이 나올 것이고 기초를 탄탄하게 만들어야 한다.

⑤ 일상생활에서 이 단원과 관련된 내용들에는 어떤 것들이 있나요?

-고깔모자
-선물 상자에 들어갈 수 있는 크기 맞추기, 고깔모자의 넓이 알아보기 위해서
-원기둥처럼 생긴 건물이 나올 것 같다, 그리고 원기둥의 부피를 구하는 게 나올 것 같다, 5단원이랑 비슷한 내용이 나올 것 같다.

나) 수업 분석 및 반성 내용

(1) 수업 전 반성

<표 IV-39> 본 연구에서 활용한 수업 전 분석 준거 및 반성 내용(6단원)

		분석내용
수업 전 반성	교수 관점	<p>◆나는 이번 수학 수업에서 가르칠 수업 목표와 학생들에 대해 충분히 이해하고 있는가?</p>
		<p>수학 교과 지식의 이해</p> <p>-교수할 수학적 내용과 실생활과의 관련성을 고려했는가? -1학기 각기둥과 각뿔 단원과 연계되어 입체도형을 알아보는 단원이다. 입체도형 역시 실생활과의 관련성을 찾아볼 수 있으므로 실생활의 물건, 건물 등과 관련하여 수업을 진행할 예정이다. 또한, 이 개념들을(입체도형의 특징, 전개도 등) 단순히 머릿속으로만 생각하기에는 한계가 있을 수 있으므로 입체도형 교구 등을 활용할 예정이다.</p>
	수업 설계	<p>-이 수학 수업에 대한 적절한 교수 방법 및 전략을 생각하고 있다면 그 방법 및 전략을 선택한 이유는 무엇인가? -(의사소통, 실생활과 관련된 수학적 요소 찾아보기, 아이디어 내서 만들기, 친구들과 협동하기 등)이번 단원은 2학기에 들어 3단원 공간과 입체 다음으로 두 번째로 나오는 도형 단원이다. 초등학교 수학 교과목의 마지막 단원이며 비교적 흥미를 가진 학생들이 있는 만큼 수학적 태도를 향상시켜 줄 수 있는 수업을 계획하고자 하였다. 또한, 원기둥, 원뿔의 개념 및 원기둥의 전개도, 공통점과 차이점에 대한 개념을 주입하는 수업이 아니라 아이들이 직접 실생활에서 여러 가지 모양의 입체 도형들을 관찰하고 스스로 찾아낼 수 있도록 할 계획이다. 또한, 마무리하는 차시는 재구성하여 이제까지 배웠던 입체 도형(원기둥, 원뿔 등)들로 물체를 만들어 보면서 창의적인 아이디어를 내 볼 수 있도록 하고 친구들과 협동하며 흥미로운 활동을 해볼 수 있도록 할 예정이다.</p>
		<p>학생 특성의 이해</p> <p>-학생들의 참여를 지원하기 위한 방법을 생각하고 있는가? -학생들의 수학적 오류와 오개념에 대한 지식을 갖고 그것에 대해 대처 방안을 마련하여 수업에 임하는가? -이번 단원은 학생들이 1학기 때 학생들이 관심을 두고 비교적 수월하게 다가가는 도형 단원이다. 6학년 1학기 도형(각기둥과 각뿔) 단원 수업 시에도 이와 비슷한 경향을 볼 수 있었고 6학년 2학기 도형(쌍기나무) 단원에서도 비슷한 모습을 볼 수 있었다. 이렇게 비교적 흥미가 있는 단원인만큼 학생들의 일상생활과 관련된 물건</p>

			<p>에서 수학 관련 요소들을 찾아볼 수 있게 하고 창의·융합 요소가 들어간 활동(예: 종이 자동차 만들기) 등을 계획할 예정이다. 또한, 6학년, 초등학교에서 마지막으로 진행되는 수학 수업인 만큼 평소에 다른 수업도 마찬가지로 수학 수업에서도 발표하는 것을 꺼리고 어려워했던 학생들도 쉬운 부분부터 자신의 의견을 표현해보고 성취감을 얻어 더 나아가 수학적 태도에 긍정적인 영향을 미칠 수 있도록 활동을 진행해 보고 싶다.</p>
--	--	--	--

(2) 수업 중, 후 반성

(가) 2019. 12. 13.(금) <6단원 도입, 원기둥을 알아볼까요>

장면①

- 6단원 전체적인 설명, 도형과 관련된 단원, 도형 중에서도 입체도형과 관련되어 있음을 안내함.
- 플랫랜드 영상을 5분 정도 보여줌. (평면도형 나라에 사는 평면도형의 이야기들과 2차원 3차원에 관련된 영화)
- 평면과 관련된 이야기를 나누고 입체, 차원의 이야기를 통해 이번 단원에서는 입체와 관련된 이야기를 할 것임을 안내함.
- 교사: 두 명의 학생에게 칠판에 각각 우리가 1학기 때 배웠던 입체도형(각기둥, 각뿔) 중 한 가지를 그려보게 함. 그린 도형을 보면서 각기둥, 각뿔의 개념을 복습함. (밑면, 옆면, 꼭짓점, 모서리, 각기둥 각뿔의 이름 등) 또한 어떤 각뿔인지를 보고 꼭짓점의 수, 모서리의 수 등을 알아보는 활동을 해봤음을 이야기 나눔.

장면②

- 교사: 3~4분 정도 시간을 주고 학생들에게 6명이 한 모듬이 돼서 교실에 있는 입체도형을 가지고 오도록 함.
- 학생: 학생들 신나서 일어나서 돌아다니면서 다 가져옴.
- 교사: 가지고 온 물건을 딱 2가지로 분류해보세요. 분류할 때 중요한 것은 기준임을 확인하고, 2가지로 분류가 전부 되게끔 분류해보게 함.
- 학생: 6명이 한 모듬이 되어서 활발히 의논하면 분류함. (각이 있는 것과 없는 것 등)
- 학생: 모듬원은 그 자리에서 일어나 자신들이 분류한 기준에 분류한 결과를

친구들에게 발표해주고 친구들은 그것이 맞는지 아닌지 판단해보게 함.

-학생: 예: 굽은 면이 있는가 없는가/ 각이 없는 것과 있는 것(이때 원기둥도 각이 있다고 생각하는 경우가 있었음)/꼭짓점이 있는가 없는가?-이 부분은 아이들이 보면서 서로 의견이 다른 부분이 있었음/사각형과 사각형이 아닌 거) 등

장면 ③

-교사: 모듈별로 가져온 물건 중에 각기둥 모양인 물건 한 개씩만 들고 일어나 보게 함. 그리고 아이들과 각기둥 모양이 맞는지 아닌지 이야기해보게 함.

-학생: 이때 한 학생이 파일철 박스를 들고 일어남.

-교사: 이건 각기둥일까 아닐까?

-학생: 헛갈려 하는 학생들이 있음, 이때 한 학생이 나와서 파일철 박스를 놓힘. (면이 뚫려있지만 다 채워져 있다고 했을 때), 박스를 놓히니 두 밑면이 평행하고 합동이며 옆면이 직사각형인 사각기둥이 됨을 알 수 있었음.

-교과서로 돌아와 문제를 해결함. 각기둥이 아닌 것 중에 원기둥의 개념을 소개하고 다음 시간에는 원기둥의 특성과 전개도에 대해 알아보기로 함.

<표 IV-40> 수업 관찰 및 수업 반성(12. 13.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	-장면 ③에서 학생이 파일철 박스를 들고 일어났을 때 →파일철 박스를 보고(면이 전부 채워져 있을 때) 각기둥인지 아닌지를 헛갈려하는 학생들이 있었음.
수업 반성	√장면 ② →여기서 학생들이 자기가 가져온 물건을 스무고개 형태의 게임(단, 수학적 근거로 이야기하기)을 통해 맞추기 이런 활동을 간단히 했어도 좋았을 것 같았다. √장면 ②에서 물건을 가져오고 분류해보게 할 때 아직 확실하고 정교하게 분류 기준을 세우는 것을 어려워하는 경우도 있었지만 직접 자신들이 물건을 찾아보고 찾은 물건들을 자신들이 세운 분류 기준에 따라 분류하는 활동을 통해 학생들이 많은 흥미를 느꼈다. 또한, 교사가 분류 기준을 대체로 수용해주며 마지막에는 교과서에서 제시한 분류 기준(각기둥 모양인 물건과 각기둥 모양이 아닌 물건)으로 분류해보게 하였다.

	<p>√ 장면③에서 학생이 파일철 박스를 들고 일어났을 때</p> <p>→학생이 확실한 개념적인 이해를 하기 위해서는 다양한 형태의 예들을 보여주며 이야기해보는 것도 매우 의미 있다고 생각한다. 매일 똑같은 형태의 모양만 봤을 때는 (예: 각기둥은 두 밑면이 위, 아래 하나씩 똑바로 서 있는 형태의 모양) 정확한 이해를 하지 못한 채 각기둥의 개념에 맞는 형태의 입체도형임에도 불구하고 각기둥이라고 인식하는 것을 어려워하는 경우가 많이 있을 수 있다. 실제로 예전 원의 넓이 단원 수업 시 마름모의 형태를 일반적으로 학생들이 받아들였던 다이아몬드 형태에서 다르게 제시했을 때 마름모가 아니라고 확신에 차게 대답하는 경우를 본 적이 있었다. 이 경우에도 마찬가지로 파일철 박스(모든 면이 다 채워져 있다고 했을 때)를 세운 상태에서 봤을 때는 일반적으로 학생들이 생각하는 사각기둥의 형태에서 벗어나기 때문에 이것을 받아들이기 어려울 수 있지만 다른 학생이 나와서 파일철 박스를 눕힘으로써 학생들에게 직접 보여줬듯이 각기둥의 개념과 부합하기 때문에 각기둥이라고 볼 수 있다. 이 경우는 던즈(Dienes)의 수학적 다양성의 원리를 적용한 경우로 볼 수 있을 것이며 학생이 일상생활에서 직접 물건을 찾아보는 활동을 통해, 학생들이 스스로 수학적 개념을 확실하게 정립한 경우라고 볼 수 있을 것이다.</p>
--	--

(나) 2019. 12. 16. (화) <원기둥의 전개도를 알아볼까요>

장면①

- 저번 시간 배운 내용 상기
- 교과서에 제시된 그림 중 나(두 밑면이 평행하지 않은 기둥 모양), 라(두 밑면의 모양이 평행하고 원이나 합동이 아님)는 원기둥이라고 할 수 있는지 생각해 보게 함. 마(눕혀져 있는 원기둥)는 원기둥이라고 할 수 있는지도 생각해봄.
- 원기둥의 특징 살펴보기
- 원기둥의 특징을 알아보고 원기둥이 아닌 것은 그 이유를 설명해보게 함.
- 이 외에도 옆면, 높이에 관해 이야기함. 높이를 재는 방법에 대해서도 학생들이 여러 가지 의견을 제시함.

- 교과서에 제시된 모양과는 다른 모양을 보여주고, 원기둥일지 아닐지에 대해 학생들끼리 의사소통하는 모습-
- 교사: 교사가 칠판에 빗 원기둥의 모양처럼 그림을 그리고 이것은 원기둥이라고 생각하는지 질문함.

- 학생: 네/ 아니요/
- 학생: 아니야, 어 잠깐만 맞는데?
- 교사: 아니라고 생각하는 사람은 왜 아니라고 생각해?
- 학생: 마주 보지 않아서요.
- 학생: 마주 보고 있는데?
- 학생: 아니요. 높이가요(이제까지 봐왔던 모양과 다른 모양이 제시되어서 아니라고 생각함)
- 교사: 높이가 수직이 아니어서?
- 학생: 네.
- 학생: 아니야, 되는데? 평행사변형 높이 쥔 때처럼 그렇게 하면 되잖아. 원기둥일 수밖에 없어.
- 교사: 왜 그럴까?
- 학생: 원기둥의 구성 요소는 밑면, 옆면, 높이잖아요. 근데 여기는 밑면인데 평행하고 합동 맞지요? 옆면도 펼치면 똑같죠? 그리고 수직으로 높이가 그릴 수 있죠? 그럼 원기둥이죠?
- 학생: 어, 뭔가 이해가 안 됐어. 어 근데 높이는 안 되잖아요? (여러 논란이 생김) 옆면이 사각형이 아니잖아요.
- 학생: 평행사변형도 사각형이잖아. 무조건 사각형인데.
- 교사: 네 평행사변형도 사각형은 사각형이죠, 직사각형이 아닐 뿐. 일단, 이 선분들이 높이가 아니라는 거죠?
- 학생: 네.
- 교사: 높이는 뭐라고 했지? 높이는 두 밑면 사이의 거리를 이야기하는 거야. 밑면 사이의 거리. (최단 거리의 개념에 대해 간단히 이야기함) 우리 교과서에서는 이런 모양이 나오지는 않고 두 밑면과 모선이 수직인 것만 다루지만 이것도 밑면이 합동, 평행하고 옆면이 굽은 면으로 둘러싸여 있는 원기둥이라고 할 수 있겠죠?

-학생: 근데 왜 원기둥을 감싸는 면이 사각형이에요?

- 교사: 어 그걸 이제 배워 볼 거예요. 그 전에 먼저 회전체에 대해 잠깐 다룸. (한 변을 기준으로 평면도형을 회전시킬 때 생기는 입체도형을 회전체라고 함. 한 학생에게 부탁하여 빨대를 축으로 만들고 색종이로 직사각형을 잘라 붙여 돌려볼 수 있도록 교구를 만듦.)

장면 ②

- 전개도의 의미를 살펴보고 전개도를 자르는 방법이 다를 수 있음을 알아봄.

- 입체도형 교구(원기둥 모양)를 가지고 와서 원기둥을 잘라서 펼치는 것을 눈으로 보여줌.
- 학생들이 신기해하면서 원기둥의 전개도를 알아봄.
- 원기둥의 전개도를 살펴보며 특징을 알아봄. 원기둥을 만들 수 없는 전개도는 왜 만들 수 없는지 이유를 설명해보게 함.
- 원의 둘레와 직사각형 가로와 관계 및 직사각형의 세로에 대해서도 한번 생각해보게 함.

<표 IV-41> 수업 관찰 및 수업 반성(12. 16.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	-교과서에 제시된 원기둥 외에 다른 원기둥 그림을 제시하여 학생들에게 원기둥의 의미를 되짚어보게 한 결과 →원기둥이 아니라고 하는 학생이 있었지만, 학생들끼리의 의사소통을 통해 원기둥임을 이해함. (의사소통 장면 참고)
수업 반성	√원기둥의 특징을 살펴볼 때 밑면이라는 용어가 헷갈릴 수 있어서 두 개의 면이 서로 평행하고 합동인 원 모양인데 이 두 면을 밑면이라고 한다고 안내하면서 밑면이 밑(under)의 의미가 아닌 기본이 되는 면임을 학생들에게 다시 알려주었다.

(다) 2019. 12. 17. (금) <원뿔을 알아볼까요>

장면 ❶

- 교사: 한 학생에게 일어나서 친구들한테 다섯 고개(스무고개처럼 자신이 생각하는 입체도형이 어떤 입체도형인지 친구들이 맞출 수 있게 하는 활동) 활동을 함.
- 교사: 자 만약 그런데 원뿔을 생각한 친구가 있다면 어떤 질문을 던질 수 있을까?
- 학생: 각이 있나요? 밑면이 있나요? 등등
- 교사: 오늘은 원뿔에 대해서 알아볼 건데 교과서에 제시된 그림에서 원기둥 모양인 물건과 원기둥 모양이 아닌 것으로 분류해보고 원기둥이 아닌 것의 공통점은 무엇인지 이야기해보게 함.
- 학생: 뾰족한 부분이 있어요/ 밑면의 모양이 원이에요/ 올라갈수록 좁아져요/ 밑면이 한 개예요/ 모서리가 없어요/ 뿔 모양이에요/ 옆면이 사각형이 아니에요

(앞에서 본 모양이)/ 위에서 보면 원이에요.

-교사: 1학기 때 각뿔과 각기둥의 차이점 이야기하면서 선생님이 한 얘기를 떠올려보게 하고 원기둥과 원뿔은 어떤 점이 다른지 생각해보게 함.

-원뿔의 개념, 구성 요소를 살펴보고 원기둥과 원뿔의 공통점과 차이점을 이야기해보게 함.

-학생: 입체도형이다. 밑면의 모양이 원이다. 둘 다 도형이에요.

-다른 학생: 그건 아까 입체도형 했잖아.

-학생: 굽은 면이 있어요/ 위에서 봤을 때 원 모양이다./ 각이 없어요/ 높이가 있어요/ 모서리가 없어요/ 옆면이 존재해요/ 밑면이 존재해요/

-학생: 저희 차례인가요? **옆면이 다각형 모양이에요.**

-다른 학생: **아닌데. 그럼 이건 아니잖아.**

-교사: 옆면은 굽은 면이죠. 사각형이라고 하기에... (학생이 손으로 전개도로 펼치는 모습을 보임)아 전개도로 펼쳤을 때 사각형이에요? 아 좋은 이야기입니다.

-교사: 둘 다 펼쳤을 때 옆면이 사각형이에요. 이 말이 공통점이라고 생각하는 사람?

-학생: (2명)

장면 ②

<교과서 외 장면>

-교사: 자 그럼 실제로 펼쳐볼까?

-학생: 원뿔 모양의 교구를 실제로 펼쳐보기 전에 자기 머릿속에 한 번 그려보게 함. 그려본 후 나와서 그려보게 함. 아직 배우지 않았으니 당연히 확실히 알 수 없음을 안내하고 그려보게 함.

-학생 1: (단호박 모양처럼 그림) 저요, 저요.

-학생들: 선생님 저도요. 학생들이 손을 많이 들. 그중에는 일반 삼각형을 뒤집은 역삼각형 모양, 부채꼴 모양, 반원 모양, 원기둥 전개도에서 밑면을 한 개만 그린 경우 등이 있었음.

-교사: 자 일단, 이 단호박처럼 생긴 이 그림처럼 하면 어떻게 될 거 같아?

-학생: 절대 안 돼.

-교사: 이거는?

-학생: 원기둥인데 (밑면 하나가 없는) 위예를 쪼이면 돼요.

-교사: 쪼이면 밑면과 딱 맞을까요?

-교사: 원기둥 전개도를 그릴 때도 중요한 게 옆면 가로와 원둘레가 딱 맞아야

하잖아? 쪼일 수 있을까?

- 학생: 아 맞네요. 자 그다음에 선생님 저 고칠래요. (역삼각형으로 그림)
- 학생: 선생님 제가 해볼게요. 평행사변형에다가 원을 그림.
- 교사: 어떻게 될 거 같아?
- 학생: 선생님 그냥 학생2 그림에다가 밑에 원 하나 그리면 될 것 같아요.
- 교사: 자 그럼 한번 잘라볼게. (원뿔 교구로 확인해봄)-부채꼴에 대해서 아직 배우지 않았으므로 간단히 얘기만 하고 넘어감.
- 교사: 그럼 옆면을 펼쳐서 사각형이 된다는 것은 공통점이 될 수 없겠죠? 그럼 차이점 말해볼까?
- 차이점에 대해서 학생들이 이야기함.

장면 ③

- 직각삼각형을 돌리는 회전체에 대해서 알아봄.
- 이때 한 학생이 질문? 선생님 그럼 정사각형을 돌려도 돼요?
- 교사: 뭐가 될까?
- 학생: 원기둥. 반원을 돌리면 뭐가 돼요?
- 학생: 구!
- 학생: 그럼 육각형은요?
- 교사: 그럼 어떻게 될까? 뚫리겠죠?
- 학생들에게 직접 만들어 보게 하면서 수업 마무리함.

<표 IV-42> 수업 관찰 및 수업 반성(12. 17.)

수업 관찰 및 수업 반성	
수업 관찰	-원기둥, 원뿔을 둘 다 펼쳤을 때 옆면이 사각형인가?(학생 의문)를 알아 보기 위한 의견 교환 장면 →단호박처럼 그림, 역삼각형 모양, 부채꼴 모양, 반원 모양, 원기둥 전개도에서 밑면을 한 개만 그린 경우 등 → 1년 수업 중 처음으로 손을 들고나와서 그려보겠다는 학생(학생2)도 있어 아주 많이 반기며 그려보게 함. 칠판에 다양한 그림이 그려짐. →밑면 하나가 없는 원기둥 전개도 모양: 위를 쪼이면 원뿔이 된다고 이야기함. 이후 교사와의 의견 교환으로 자기 생각을 수정해나가는 모습이 관찰됨. →학생들끼리의 의사소통을 통해 원뿔의 전개도를 점점 정교하게 예측해보

	<p>게 되었고 실제로 원뿔 교구를 펼쳐보며 눈으로 확인하는 시간을 가짐.(부채꼴은 아직 배우지 않았으므로 이야기만 간단히 하고 넘어감)</p>
수업 반성	<p>√ 교과서 외 장면(원뿔의 전개도를 학생들과 함께 예상해보는 활동) → 위 장면은 교과서, 교육과정에는 제시되어 있지 않아 정식으로 다루지는 않았지만, 학생들이 원기둥과 원뿔의 공통점을 이야기하는 과정에서 한 학생이 둘 다 전개도로 펼쳤을 때 다각형(이미 전 시간에 원기둥의 전개도를 펼치면 사각형이 됨을 확인함)이라고 이야기하였고 교사가 이 학생 반응에 착안하여 수업 중 위 활동을 잠깐 추가하여 진행하였다. 단순히 ‘원뿔을 펼치면 이 모양이다.’라고 이야기하면서 그 학생에게 피드백해줄 수 있었지만, 학생들이 정확한 모양을 생각하지는 못하더라도 한번 원뿔을 잘라보면 어떤 모양이 될지 생각해보게 하고 싶어 생각할 시간을 주고 앞에 나와서 그려보게 하였다. 많은 학생이 자신들의 생각을 칠판에 표현해보고 싶어 하였고 표현해 본 결과 학생들은 나름대로 근거를 대며 저 모양은 왜 전개도가 될 수 없는지, 저 모양에서 어떤 부분을 추가하면 전개도가 가능하겠는지 등, 스스로 생각들을 정교화하는 과정 역시 볼 수 있었다. 특히 이번 발표에서는 그동안 다른 과목 시간도 그렇고 수학 과목에서 스스로 손을 들어 생각을 표현해 본 경험이 없었던 학생이 자신 있게 손을 들어 앞에서 그리는 모습을 볼 수 있었다. 교사는 정답의 유무를 떠나 이러한 시도 자체와 활동이 아주 의미 있었다고 생각하며 학생들이 서로 활발하게 의견을 주고받는 모습이 인상적이었다.</p>

V. 결론 및 제언

1. 수업 반성 전·후 교사의 신념 변화

IV. 연구의 실제에서는 수학, 수학 학습, 수학 교수, 교수 실제로 나누어 신념의 변화를 분석하였다면 이번 장에서는 전반적인 교사 자신의 신념 변화 분석 내용을 정리하고자 한다.

첫째, 교사가 가지고 있던 신념과 수업에서 보여주고 있었던 모습이 일치하지 않았던 것들을 발견하면서 수업 방법의 변화에 대해 더 깊이 생각해보고 다양한 것들을 적용해보게 되었다. 본 교사가 중요시했던 학생 중심의 수업, 학생들이 느끼길 바랐던 수학의 가치, 흥미 신장을 위한 방법들이 실제 수업 현장에서는 잘 보이지 않았다. 교사 자신의 신념과 실제 수업의 모습이 불일치함을 보면서 교사는 이를 수업 반성의 계기로 삼게 되었고 이러한 깨달음과 반성이 교사 본인에게 더 나은 향상을 위한 발판을 마련해 주었다.

둘째, 교사 자신의 신념이 변화된 경우도 볼 수 있었다. 본 연구는 수학 자체에 대해서도 깊이 있게 생각할 수 있는 발판이 되었다. 수학에 대해 그동안 가지고 있었던 교사 본인의 고정관념에서 탈피하여 수학이 좀 더 다양하고 확장 가능성이 있는 생각을 가지게 되었고 이것이 실제로 교수·학습에도 영향을 끼치게 되었다. 또한, 학생 중심 수업에서는 교과서의 흐름, 배열을 바꿀 수도 있으며 차시를 합치거나 나누어서 수업할 수 있고 때로는 교과서 외의 자료들이 학생들의 사고력 발전 및 목표 도달에 효율적이라면 그렇게 수업을 진행하는 것 역시 진정한 학생 중심 수업을 가능하게 한다는 것을 경험하면서 교사 신념의 변화를 가져오게 되었다. 또한, 수업 반성을 통해 학생들의 질문은 언제든 나올 수 있고 오히려 익숙하지 않은 질문들이 수업의 소재가 되기도 함을 깨닫게 되었다. 이런 과정을 겪으면서 자연스럽게 이러한 신념의 변화를 겪게 되었고 이는 곧 본 교사가 지향하던 학생 중심의 수업으로 나아가는 방향과 일치되기도 하였다. 이렇듯 4가지 분야의 신념을 분석하면서 불일치하거나 확실히 정립되지 못한 신념들도 많이 정립되어 나가는 것을 볼 수 있었다.

2. 수업 반성 전·후 수업 모습의 변화

본 교사가 반성에 활용한 준거 중 일부를 선정하여 IV. 연구의 실제에서 제시한 내용 중 그 준거들이 가장 잘 드러나는 수업 반성 내용을 정리하였다.

1) 학생들이 나타내는 수학적 오류와 오개념에 대하여 적절히 반응하고 있는가?

-2019. 12. 13. 수업

6단원 도입 후 원기둥을 알아보기 전 입체도형을 2가지로 분류하는 활동을 진행했는데 과일철 박스(위, 아래의 면이 모두 있고 닫혀있는 도형의 형태일 때를 이야기함.)를 두고 각기둥인지, 아닌지에 대해 학생들의 의견이 달랐다. 각기둥이 아니라고 하는 학생들은 각기둥의 개념을 제대로 이해하지 못하고 교과서에 제시된 전형적인 각기둥의 형태만을 떠올렸다. 이에 본 교사는 학생들에게 서로의 생각을 정당화해보게 하여 각기둥의 개념을 이해할 수 있도록 하였다.

2) 학생들의 상호작용은 활발히 진행되고 있는가?

-2019. 10. 17. <비의 성질을 알아볼까요>

‘전향과 후향에 똑같은 수로 나누어도 비율은 같다.’라는 비의 성질을 학습할 때 왜 0은 안되는지에 대해 학생들끼리 의논해보게 한 후 의견을 교환하는 과정을 거쳤다. 이때 학생들에게는 어려울 수 있는 개념임에도 많은 학생이 적극적으로 의견을 냈고, 서로의 의견에 또 다른 의견을 내는 과정이 인상 깊었고 의미 있었다. 이후, 교사가 학생들이 감상할 수 없음을 직관적인 수준에서 파악할 수 있도록 설명하였고 학생들이 깨달았다는 듯 반응하는 모습을 볼 수 있었다.

3) 학생들이 질문과 설명에 반응할 충분한 시간을 주고 있는가?

-2019. 10. 1. 수업 <몫을 반올림하여 나타내어 볼까요>

교과서에는 소수의 나눗셈 후 반올림을 하는 경우만 제시되었으나 실제 상황에서는 반올림 외에도 올림, 버림 등의 다양한 근삿값을 활용하므로 학생들에게 기계적인 풀이가 아닌 문제 상황에 따라 근삿값을 어떻게 사용할 수 있는지 생각해보게 하고 싶었다. 이에 문제 3가지를 제시하여 모둠별로 의논해보게 하였

고 대부분이 문제 상황과 관련 없이 반올림하여 답을 구했다. 이때, 교사가 바로 짚어주는 것이 아니라 시간을 충분히 주고 학생들끼리 의견을 주고받게 한 결과 서로의 대화 속에서 자신들의 생각을 스스로 조금씩 정교화하는 것을 볼 수 있었다.

4) 이번 수학 수업에 만족하는 점은 무엇이고 그 이유는 무엇인가?

-2019. 11. 29. 수업

원의 넓이를 구하는 도중에 나온 마름모 넓이를 구하는 과정에 대해 학생들끼리 의견을 교환할 수 있도록 하였고 이전 학년에서 학습한 다각형의 넓이를 떠올려 원의 넓이를 구하는 방법과 관련지어 활용하고자 하였다. 다각형의 넓이를 구하는 식이 나오게 되는 과정을 유추해보고 스스로 증명해보는 절차를 경험하게 의도하였다. 실제로 학생들이 공식을 기억하지 못해 풀지 못한다고 반응하는 경우가 꽤 있었는데 다양한 방법을 활용하면 공식이 나오게 된 까닭과 공식을 잊었을 때도 넓이를 구할 수 있음을 이야기하며 실제로 경험해보게. 학생들이 서로의 생각을 표현할수록 더욱더 새롭고, 다양한 아이디어들이 나옴을 직접 볼 수 있는 수업이었다.

3. 수업 반성 전·후 교사의 전반적인 태도 변화 및 제언

수업은 수업 내용, 학생, 교사, 교수·학습 기술, 전략, 방법 등 수많은 요소가 종합적으로 작용한다. 따라서 수업에서 교사는 교과 내용 이해와 더불어 수업을 잘 운영하는 능력도 갖추어야 하며 무엇보다 학생들과 상호작용하며 학생들이 수업에 잘 참여할 수 있도록 도와주는 것이 중요하다. 학생들이 수업의 주체가 될 수 있도록, 수업에 참여할 수 있도록 수업 방법을 다양하고 융통성 있게 운영하는 방안에 대한 진지한 고민이 있어야 한다. 이러한 고민이 이번 연구를 통해 이루어졌고 교사의 태도에도 변화를 가져왔다.

우선 교사 및 학생의 역할에 대한 교사 본인의 생각 변화뿐 아니라 실제 수업 모습에서도 변화를 볼 수 있었다. 교사의 역할이 단지 지식의 전달자와 학생의 관리자가 아닌 학생 중심 수업을 촉진 시킬 수 있어야 한다고 느끼면서 실제 수업에서도 그렇게 하고자 하는 태도를 볼 수 있었다.

둘째, 교과서 및 고정된 진도에 대한 생각 변화가 있었다. 특히 수학 교과를

가르칠 때 교과서는 재료 이상의 역할을 차지했고 교과서에 제시된 흐름 그대로 가르치는 수업이 많았다. 물론 교과서는 교육과정을 잘 구현해 낼 수 있도록 도움을 주는 훌륭한 재료가 될 수 있다. 그러나 때로 교과서의 흐름보다는 교과서를 덮고 학생이 먼저 생각해보게 한다거나, 학생의 생각을 먼저 표현할 기회를 주는 것이 더 효과적일 때가 있다는 것을 경험하면서 이에 대한 태도의 변화를 볼 수 있었다.

셋째, 무엇보다 학생들의 활발한 수업 참여에 대한 긍정적인 효과를 직접 관찰하였고 이에 긍정적인 생각을 하게 되었다. 예전에는 교사의 설명이 주를 이루었던 수업이 많았으나 이번 연구에서 진행된 수업 중에는 학생들의 의사소통이 활발한 수업을 많이 볼 수 있었다. 이때, 학생들의 생각은 다양했고 그 생각을 주고받는 과정에 참여하는 태도 역시 매우 진지했다. 이러한 의사소통은 학생들의 이해 증진에, 흥미 신장에 큰 역할을 했음을 경험할 수 있었다.

이 연구를 마치면서 본 연구자가 아쉬웠던 부분과 함께 제안할 사항들을 언급하고자 한다.

수업 전문성을 높일 수 있는 사람은 교사이고 이를 위해 의지가 필요하며 실천이 따라야 한다. 수업 전문성을 높일 수 있는 여러 방안 중 수업 반성은 중요한 방법이 될 수 있으며 이러한 수업 반성은 실제 현장에서 이뤄져야 한다. 이때 반성적 준거, 질문 등은 반성을 도와주는 중요한 역할을 한다. 그러나 박영은(2015)의 연구에서도 반성적 준거가 수업에 대한 체계적인 반성을 도와줌을 확인하였지만, 교사들의 실천이 가능하도록 부담을 덜어줄 수 있는 준거 등에 대해 고민해볼 필요가 있다고(p. 189) 언급했듯이 부담에 대한 부분을 고려해야 한다. 수업 전문성 향상을 위해서는 특별 수업, 일회적인 수업보다는 일상적인 수업이 수업 반성의 대상이 되어야 효과적일 것이며 따라서 실천 자체가 부담스러워진다면 수업 반성은 어려워진다. 이에 꾸준한 수업에서도 실천 가능한 방안들에 대한 고민이 필요할 것이다.

다음으로 수업을 반성하는 방법에는 여러 가지가 있으며 누가, 무엇을, 어떻게 하느냐에 따라 다양한 방법으로 진행할 수 있다. 이번 연구에서 활용한 자기 반성에서 시작하여 다른 외부자(전문가, 동료 교사 등)와의 소통을 통해 확장해 나간다면, 또한 공동의 목표를 가진 사람들과의 협력의 장이 만들어진다면 수업

반성은 더 깊이 있고 발전적인 방향으로 나아갈 것이다. 동료와의 협력을 통한 수업 반성의 방법은 경험이 풍부한 교사의 시각을 통하여 교사의 자기반성에서는 보이지 않았던 부분을 깨닫게 해주고 수업에 대한 객관적 분석을 가능하게 해준다고 언급하였다(이금선 등, 2008, p. 206).

교사의 큰 역할 중의 하나는 수업을 하는 것이다. 따라서 교사가 이렇게 수업 전문성의 향상을 위한 자기반성, 연구 등을 통해 자신의 수업을 되돌아보고 발전시키기 위해 노력한다면, 또한 이러한 장이 다양하게 만들어지고 문화들이 조금씩 형성된다면 교사는 수업에 있어서 전문성의 위기가 아닌 전문성의 확립이 가능할 것이라 기대된다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2015a). 초·중등학교 교육과정 총론. 교육부 고시 제2018-162호[별책 1]-
(교육부 고시 제2015-74호의 일부개정)
- 교육부 (2015b). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 2015-74호.[별책 8]
- 교육부 (2019a) 수학과(6-2) 교사용 지도서
- 교육부 (2019b) 수학과(6-2) 교과서 및 수학 익힘
- 국립국어원, 표준국어대사전
- 권종겸 (2014). 반성적 수업 분석지를 활용한 교육실습에서 중등수학 예비교사의 교수행동 및 인식 변화. *Journal for History of Mathematics*, 27(5), pp. 365-384.
- 박영은 (2015). 초등학교 교사의 자기 연구를 통한 수학 수업 전문성 신장에 관한 연구. 한국교원대학교 대학원 박사학위논문.
- 방정숙, 김정원 (2013). 효과적인 수학적 의사소통을 위한 초등 교사의 5가지 관행 분석. *한국초등수학교육학회지*, 17(1), pp. 143-164.
- 손승남 (2005.) 교사의 수업전문성 관점에서 본 교사교육의 발전방향. *한국교원교육연구*, 22(1), 89-106
- 양기창 (2014). 교사교육에서 수업 반성의 의미. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문
- 오영순 (2016). 전쟁사 수업에 관한 자기연구. 제주대학교 교육대학원 석사학위논문
- 유신영 (2005). 교사의 전문성 향상을 위한 반성적 수업분석 모형 개발. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.
- 이금선 (2011) 초등학교 수학과 반성적 교수 과정 중 교사의 사고에 대한 사례 연구. *대한수학교육학회지<학교수학>*, 13(3), pp. 385-404.
- 이금선, 강옥기 (2008) 수학교사의 전문성 신장을 위한 수업 반성에 대한 준거 제안. *대한수학교육학회지<학교수학>*, 10(2), pp. 199-222.
- 이혁규, 심영택, 김남수, 이현명(청주교육대학교) (2012) 교사의 자기연구 (Self-Study) 필요성 탐색. *교육문화연구*, 18(2), pp. 5-43.

- 임해경, 추신해, 김정은 (2010). 초등 교사의 수학 및 수학 교수-학습에 대한 신념의 변화. **한국초등수학교육학회지**, 14(1), pp. 103-121.
- 황혜영 (2013). 한국 교사교육자의 전문성 개발을 위한 셀프 연구(Self-Study)의 도입. *The Journal of Korean Teacher Education*, 30(1), pp. 59-80.
- Alice F. Artzt·Eleanor Armour·Thomas·Frances R. Curcio. (2008) *Becoming a Reflective Mathematics Teacher*, 2nd Edition. 박성선·신준식·장인옥 옮김. (2015) 경문사.

A B S T R A C T *

A Study on the Change of Teacher's Belief and Attitude through Analysis and Reflection of Elementary School Mathematics Classes

Im, Su ji

Jeju National University
Graduate School of Education
primary mathematics education major

Kim, Hae Gyu, an academic adviser

This study conducted a case study of the teacher's own class with the ultimate goal of improving the teacher's own teaching expertise. Classes are a comprehensive act of combining various factors such as students, teachers, content, methods, and environment. Therefore, it is difficult to enhance the professionalism of classes in a moment, and it is difficult without the will of teachers. Also, a theoretical understanding of teaching methods, techniques alone may learn some of the teaching skills, but ultimately it is not enough to

improve teaching expertise. Therefore, what should be prioritized and based on this is the cultivation of will to improve teachers' professionalism and understanding of teachers' own classes.

Accordingly, I conducted activities to analyze and reflect on the math classes during the semester for the elementary school students she worked for. Through this, we analyzed and studied the changes in teaching methods in various ways as well as changes in teachers' own beliefs and overall attitudes. First of all, I started to reflect on myself, including the overall plan and emphasis on each unit's classes before class, and I wanted to do self-reflection by watching the scenes of classes during and after class. The reflection of the class was described as she observed the recording of the class scene and analyzed and reflected on it again. Then, she analyzed the contents of the study in reflection, and analyzed the changes in the teacher's own beliefs before and after the class, the overall attitude of the teacher and the opinions of the students before and after the study.

The following is a brief description of the changes I have experienced through various learning and experience in this study.

First, the teacher went through a change of her own. During the process of self-reflection, I was surprised to see the classroom scenes that did not match the teacher's beliefs, and some of the beliefs were inconsistent with each other. As the teacher herself held uncertainly, and sometimes unestablished beliefs were gradually established in the direction of true student-centered classes as they went through the process of reflection. Previously, I recognized the importance and necessity of student-centered classes, but they did not go well in my real math classes. However, with this research, she constantly agonized over the true student-centered class and applied various methods and reflected on the scenes, creating an opportunity to establish her beliefs.

Second, I could feel a change in the appearance of the class. The change was also revealed in the class scenes of each unit, which were described and

analyzed by the teacher herself, and was also seen in various opinions presented by the students themselves. They showed changes in the unexpected questions and situations encountered during class, creative questioning that can expand students' mathematical thinking, and the class content.

Third, I could see a change in overall attitude toward the teacher's math class. This change was made through lectures taken by me, exchange of opinions with experts and fellow teacher, and through research experience. Through the practice and reflection of the class several times, I could see changes in the role of teachers and students as well as changes in the attitudes of students' participation and reactions in the classes. This means that changes in attitudes have also occurred as beliefs change.

The study meant a lot to the teacher and suggested a direction to move forward. Therefore, this experience was an opportunity to strengthen the teacher's will to pursue further expertise in class.

Key words: class professionalism, class reflection, belief