

MUSIC 알고리즘을 이용한 적응 빔 성형에 관한 연구

문 성 익* · 이 광 식** · 양 두 영***

A study on adaptive beamforming based on MUSIC algorithm

Seong-Ik Moon* · Kwang-Sic Lee** · Doo-Yeong Yang***

ABSTRACT

In order to estimate DOA(Direction Of Arrival) of signal, the adaptive beamforming algorithm based on MUSIC(Multiple Signal Classification) is studied and analyzed. The eigenvalues for the signal component and the noise component are obtained from correlation matrix of the received signal by array antenna. The eigenvalues classified the signal components into the noise components decide the power spectrum of the received signal. From the results, DOA is estimated by the signal and noise spatial vector, and the steering beam pattern is found by weight vectors calculated from the spatial vector, effectively.

Key Words : MUSIC algorithm, DOA, eigenvalue, correlation matrix, weight vector

1. 서 론

무선 통신 기술의 급속한 발전과 초고속 통신 서비스의 질을 향상시키기 위하여 차세대 무선 통신 시스템은 높은 데이터 전송율과 고주파 대역에서의 넓은 대역폭 그리고 보다 많은 채널 용량을 갖도록 구성되어야 한다. 이를 위해서 시공간 처리 시스템 기술 개

발에 대한 연구가 진행되고 있다.

특히, 공간 신호 처리에 대한 관심은 안테나 어레이를 이용한 레이더 기술 및 소나(SONAR) 기술에서부터 적응 어레이(adaptive array) 신호 처리 기술에 이르기까지 이미 오래 전부터 여러 분야에 적용되어 왔다.

최근 시공간 처리의 실제적인 구현 방법들은 스마트 안테나(smart antenna) 시스템, 송수신 다이버시티 기법, 시공간 부호 처리 기법을 비롯하여 다중 입력에 대한 다중 처리 기법인 MIMO(Multi Input Multi Output)에 대한 관심이 집중되고 있다.

그 중 스마트 안테나 시스템은 여러 개의 안테나 소자를 배열하여 각각의 안테나 소자에 수신되는 신호들의 이득 및 위상을 조절함으로써, 기지국에서 원하는 사용자의 방향으로부터 전파되어 오는 신호만을 수신하고 그 이외의 방향에서 전파되어 오는 다중 간

* 제주대학교 통신컴퓨터공학부
Faculty of Telecommunication and Computer Eng., Cheju Nat'l Univ.

** 제주대학교 대학원
Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

*** 제주대학교 통신컴퓨터공학부, 첨단기술연구소
Faculty of Telecommunication and computer Eng., Cheju Nat'l Univ., Res. Inst. of Adv. Tech.

섭에 의한 잡음 신호 레벨을 크게 감소시켜 시스템의 성능을 향상시키고 기지국의 채널 용량을 증가시키는 시스템이다. 또한 기존 시스템을 사용할 때에 비해 단말기의 전력 소비를 줄일 수 있어 단말기의 통화 시간 및 배터리 사용 시간을 증가시킬 수 있다[1].

스마트 안테나 시스템에서 원하는 방향으로 빔을 형성하기 위해서는 먼저 신호의 방향(DOA: Direction Of Arrival)을 추정해야 한다. 배열 소자로 입사되는 신호의 DOA를 추정하는 방법에는 지연-합 방법(delay-and-sum method), 캐폰의 최소분산법(Capon's minimum variance method), MUSIC(Multiple Signal Classification) 알고리즘, ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Invariance Technique) 알고리즘, ML(Maximum Likelihood) 방법 등이 있다.

본 논문에서는 원하는 신호의 DOA로 빔을 성형하기 위해 신호의 DOA를 추정하는 방법 중의 하나인 MUSIC 알고리즘을 설명한다. MUSIC 알고리즘은 배열 소자에 수신된 신호의 상관 행렬로부터 고유치를 계산하고, 얻어진 고유치를 신호 부분과 잡음 부분으로 분류하게 된다. 분류된 잡음 부분의 고유치에 관계된 고유벡터를 이용하여 MUSIC 스펙트럼을 계산하게 된다. 이러한 MUSIC 알고리즘을 토대로 신호의 DOA를 추정하고, 그 결과로부터 MUSIC 알고리즘의 특성을 분석한다. 산출된 전력스펙트럼을 토대로 가중치를 산출하고, 이를 토대로 원하는 방향에 빔을 성형시킬 수 있는지에 대한 여부를 고찰하고자 한다.

II. MUSIC 알고리즘

MUSIC 알고리즘은 고유벡터 분해에 기초한 DOA 추정의 한 종류로 공간 구조 방법에 기초를 두고 있다. MUSIC 알고리즘은 복수개의 배열 소자에 수신된 다중 신호의 상관 행렬(correlation matrix)을 구하고 고유치 분해(EVD: Eigen Value Decomposition)와 spatial smoothing을 통하여 신호 부분과 잡음 부분의 고유치로 분류한다. 분류된 고유치 중 잡음 부분에 관계된 고유치를 이용하여 잡음 공간 고유벡터

를 만든다. 이 고유벡터를 이용하여 MUSIC 스펙트럼을 계산하게 된다. 이 과정을 통하여 신호의 DOA를 추정하게 된다[2],[3].

2.1. 다중 신호의 표현

다중 경로를 거쳐서 온 신호는 그 진폭이나 위상이 직접 경로를 거친 신호와는 다르게 지연되고 감쇄된 형태를 갖는다. 따라서 K 개의 배열 소자에 수신된 신호 $\mathbf{X}(t)$ 는 L 개의 입사 신호와 잡음의 조합으로 나타낼 수 있다.

배열 소자에 수신된 신호 $\mathbf{X}(t)$ 의 행렬 표현은

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \dots \\ X_K(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\theta_1) & \mathbf{a}(\theta_2) & \dots & \mathbf{a}(\theta_L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1(t) \\ N_2(t) \\ \vdots \\ N_K(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$= \mathbf{A}(\theta) \mathbf{F}(t) + \mathbf{N}(t)$$

이다. 여기서 F_l 은 다중 경로에 의한 신호의 위상과 진폭의 변화를 나타내는 복소 양(complex quantity)이며, $\mathbf{N}(t)$ 는 잡음 벡터이고, $\mathbf{A}(\theta)$, $\mathbf{F}(t)$, 스티어링(steering) 벡터 $\mathbf{a}(\theta)$ 는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{A}(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\theta_1) & \mathbf{a}(\theta_2) & \dots & \mathbf{a}(\theta_L) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{F}(t) = [F_1(t) \ F_2(t) \ \dots \ F_L(t)]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi d_1 \sin \theta} & e^{-j2\pi d_2 \sin \theta} & \dots & e^{-j2\pi d_K \sin \theta} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 λ 는 입사 신호의 파장, d_K 는 배열 소자간의 거리, θ_i 는 신호의 입사 각을 나타낸다. 식 (4)의 스티어링 벡터의 정보를 이용하여 MUSIC 스펙트럼이 계산된다.

그림 1은 K 개의 배열 소자에 입사되는 L 개의 신호에 대한 배열 안테나 모델을 나타낸다.

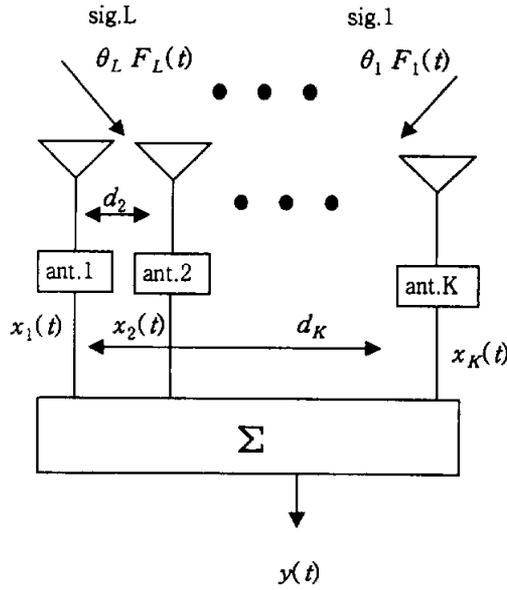


Fig 1. Structure of array antenna

2.2 MUSIC 알고리즘

입력 신호 벡터 $X(t)$ 의 상관 행렬은

$$R_{XX} = E[X(t)X(t)^H] \quad (5)$$

이고, H 는 복소 공액 전치를 나타낸다.

식 (1)을 식 (5)에 대입하면

$$R_{XX} = A \cdot E[S(t)S(t)^H] \cdot A^H + E[N(t)N(t)^H] \quad (6)$$

이다. $S(t)$ 의 상관 행렬은 R_{SS} 로 나타내고, $N(t)$ 를 백색 가우시안(gaussian) 잡음이라고 가정하면 $N(t)$ 의 상관 행렬은 $\sigma^2 I$ 이다. 따라서 R_{XX} 는

$$R_{XX} = A \cdot R_{SS} \cdot A^H + \sigma^2 I \quad (7)$$

이다. R_{XX} 가 양(positive)의 허미션(hermitian) 행렬이기 때문에 $x(t)$ 의 상관 행렬은 EVD에 의해 다음

과 같이 분해될 수 있다.

$$R_{XX} = U \cdot \Lambda \cdot U^H \quad (8)$$

U 는 고유벡터로 구성된 유니터리(unitary) 행렬이고, Λ 는 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_K > 0$ 로 정렬된 실 고유치의 대각 행렬이다. 만약 벡터 e 가 랭크(rank) L 의 A^H 와 직교라면 다음과 같이 e 는 σ^2 의 고유치를 갖는 R_{XX} 의 고유벡터가 된다.

$$R_{XX} \cdot e = A \cdot R_{SS} \cdot A^H \cdot e + \sigma^2 e = \sigma^2 e \quad (9)$$

여기서 A^H 와 e 가 서로 직교이기 때문에 $A^H \cdot e = 0$ 가 성립되어 식 (9)를 만족한다. 따라서 σ^2 의 고유치를 갖는 R_{XX} 의 고유벡터는 A^H 의 널(null)공간에 놓이게 된다. 다시 말해서 A 의 영역에 몇몇 고유벡터가 놓여 있고 모든 고유치는 신호 부분과 잡음 부분으로 나누어진다. 모든 고유치는 다음과 같이 정렬된다.

$$\underbrace{\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L}_{\text{신호 부분}} \geq \underbrace{\lambda_{L+1} = \dots = \lambda_K}_{\text{잡음 부분}} = \sigma^2 \quad (10)$$

같은 방법으로 상관 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$R_{XX} = \underbrace{U_S \cdot \Lambda_S \cdot U_S^H}_{\text{신호 부분}} + \underbrace{U_N \cdot \Lambda_N \cdot U_N^H}_{\text{잡음 부분}} \quad (11)$$

U_S , U_N 은 각각 신호 부분 공간과 잡음 부분 공간의 유니터리 행렬이고, Λ_S , Λ_N 은 신호 부분 공간과 잡음 부분 공간의 고유치 대각 행렬이다.

잡음 공간의 고유벡터는 신호 공간에 직교한다. 즉, 신호 스티어링 벡터에 직교한다. 만약 잡음 공간 고유벡터가 빔 형성의 가중치로 사용된다면 널(null)은 입사파 방향에 놓이게 된다. 따라서, 이러한 이론에 근거를 둔 MUSIC 방법은 상관 행렬을 분해하고, 잡음 공간 고유벡터를 이용함으로써 다음과 같이 전력

스펙트럼을 계산할 수 있다.

$$P_{MU} \equiv \frac{\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{E}_N \mathbf{E}_N^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (12)$$

여기서 \mathbf{E}_N 은 잡음 고유치에 관계된 잡음 공간 고유벡터로 구성된 행렬 $\mathbf{E}_N = [\mathbf{e}_{L+1} \cdots \mathbf{e}_K]$ 이다. 결과적으로 스펙트럼 최대치들은 널의 역수이기 때문에 입사파의 DOA를 나타낸다[2]-[7].

식(12)에서 얻어진 DOA를 N개의 선형 배열을 갖는 빔 성형(beamforming) 안테나의 복사패턴에 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$BF = \sum_{n=1}^N \omega_n \cdot \exp[-j(n-1)kd\cos\theta] \quad (13)$$

여기서 N 은 배열 소자 수이고, k 는 전파상수, d 는 배열 소자간 간격이다. ω_n 은 식(12)에서 나타난 DOA를 식(2)에 대입하여 얻어진 가중치이다.

III. DOA 추정 시뮬레이션 결과

본 논문에서는 MUSIC 알고리즘을 이용하여 빔 성형에 대하여 기술하였다. 안테나로 들어오는 입사 신호의 입사각을 추정하기 위하여 배열 소자의 수를 8개로 설정하였고, 소자간 간격은 $\lambda/4$ 등간격으로 가정하였다. 또한 중심 주파수가 2.4GHz인 입사 신호의 수는 3, 5개로 가변 시키면서 DOA 추정 결과를 고찰하였다.

각 소자에 입력된 신호 벡터는 식(5)에 적용하여 상관 행렬을 계산하였으며 계산된 상관 행렬의 고유치를 산출하였다. 계산된 고유치를 내림차순으로 정렬하여 기준치보다 작은 고유치를 식(10)의 σ^2 으로 설정하여 신호 부분과 잡음 부분을 구분하였다. 신호 스티어링 벡터에 직교하는 잡음 공간 고유벡터 \mathbf{E}_N 을 계산하였고, 계산된 잡음 공간 고유벡터를 식(12)에 적용하여 MUSIC 스펙트럼을 산출하였다.

Table1은 본 논문에서 사용한 MUSIC 알고리즘의

기준각도에 따른 신호의 분리도를 나타내었다. 입사 신호의 전력 스펙트럼이 최대치에서 10dB이상 떨어지는 것을 기준으로 분리도를 결정하였다.

Table 1. separation degree of incident signal by angles.

기준 각도	분리도	기준 각도	분리도
10°	18°	100°	2°
20°	12°	110°	4°
30°	9°	120°	5°
40°	7°	130°	6°
50°	6°	140°	7°
60°	5°	150°	9°
70°	4°	160°	12°
80°	2°	170°	18°
90°	2°	180°	21°

Table 1에서 알 수 있듯이 안테나 배열 중심(90°)으로 갈수록 그 분리도가 작아도 신호의 DOA가 잘 추정됨을 확인할 수 있었다. 따라서 두 인접 각도로 입사하는 신호의 DOA를 정확하게 추정하기 위해서는 두 인접 신호간에 어느 정도의 분리도를 가지고 있어야 한다는 것을 확인할 수 있었다.

Fig. 2는 3개의 입사 신호가 8개의 배열 소자를 갖는 안테나로 입사될 때 DOA 추정 결과를 나타낸 그림이다. Fig. 2에 보여진 것처럼, 3개의 입사 신호에 대한 DOA 추정 능력이 우수함을 알 수 있다.

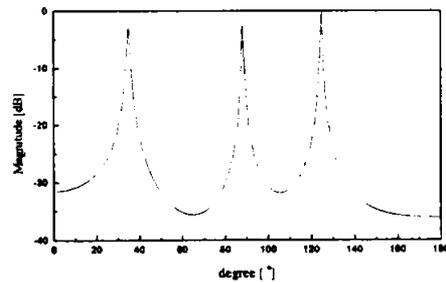


Fig 2. Estimation results for incident angle by (35°, 88°, 125°)

Fig. 3은 5개의 신호가 수신안테나로 입사될 때 각

신호의 입사각을 추정한 그림이다. 이때, 수신안테나로 들어오는 신호의 각은 각각 30°, 60°, 90°, 120°, 150°으로 나타나 정확한 DOA를 추정함을 볼 수 있다.

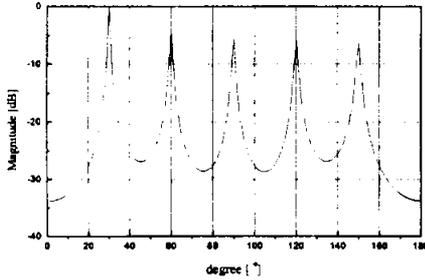


Fig 3. Estimation results for incident angle by (30°, 60°, 90°, 120°, 150°)

Table 2는 Fig. 3과 4에서 얻어진 입사각을 식(13)에 적용하여 계산된 안테나의 가중치를 나타내었다. 안테나 소자간 간격을 $\lambda/4$ 등간격으로 하였고, 배열 소자 수를 8개로 설정하였기 때문에 계산된 가중치는 배열 소자 중심을 기준으로 대칭적인 값을 얻을 수 있었다.

Table 2. Calculated the weight value by DOAs.

소자	weight value	
	DOA=3개 일때 (35°, 88°, 125°)	DOA=5개일 때 (30°, 60°, 90°, 120°, 150°)
1	1.0217 + 1.9252i	-0.5676 - 0.0242i
2	1.3357 + 1.2516i	1.1127 + 0.1029i
3	-0.8021 - 0.6230i	-0.8570 - 0.0648i
4	2.0064 + 0.3092i	2.8552 + 0.0414i
5	2.0064 - 0.3092i	2.8552 - 0.0414i
6	-0.8021 + 0.6230i	-0.8570 + 0.0648i
7	1.3357 - 1.2516i	1.1127 - 0.1029i
8	1.0217 - 1.9252i	-0.5676 + 0.0242i

Fig. 4는 산출된 가중치를 가지고 3개의 입사 신호가 안테나로 수신될 때 배열 인자(array factor)에 적용하여 8개의 배열 소자를 갖는 안테나의 빔 패턴을

나타낸 그림이다. 그림 4에 보여진 것처럼, 입사 신호의 각인 35°, 88°, 125°에서 빔이 성형됨을 알 수 있다.

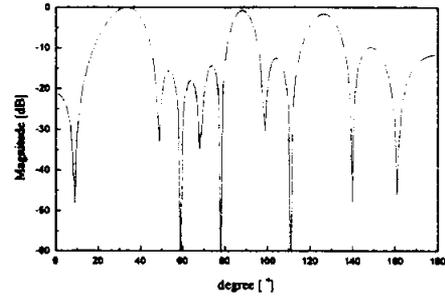


Fig. 4. The beamforming pattern for incident angle(35°, 88°, 125°)

Fig. 5는 Fig. 3에서 얻어진 5개의 DOA를 토대로 계산된 가중치를 이용하여 안테나 빔 패턴을 나타낸 그림이다. 그림 5에 보여진 것처럼, 5개의 입사각(30°, 60°, 90°, 120°, 150°)에서 빔이 성형됨을 알 수 있다.

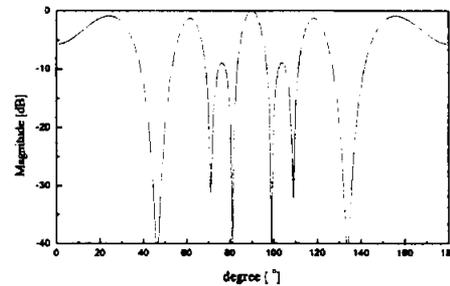


그림 5. The beamforming pattern for incident angle(30°, 60°, 90°, 120°, 150°)

IV. 결 론

본 논문에서는 스마트 안테나 시스템에서 원하는 신호의 방향으로 빔을 성형하기 위해 신호의 DOA를 추정하는 방법중의 하나인 MUSIC 알고리즘에 대하여 연구하였다. 등 간격으로 배열된 소자에 입사되는 신호의 상관 행렬로부터 고유치를 계산하였고, 신호 성분과 잡음 성분으로 분류하였다. 분류된 잡음 성분

에서 고유치에 관계된 고유벡터를 이용하여 전력 스펙트럼을 얻을 수 있었으며, 이렇게 계산된 전력 스펙트럼으로부터 확인된 DOA를 선형 배열 안테나에 적용시켜 가중치를 계산하였고, 가중치에 따른 배열 안테나의 빔 성형 패턴을 고찰하였다.

그 결과, 인접 신호간에 적당한 분리도를 가져야 정확한 DOA 판별이 가능하였고, 배열 소자 중심에서 멀어질수록 입사 신호간 분리도가 커야함을 확인하였다. 또한 MUSIC 알고리즘에서 계산된 DOA를 선형 배열 안테나의 배열 인자에 적용한 결과, 원하는 신호의 방향으로 빔이 적절히 성형됨을 확인하였다.

참고문헌

- [1] 심동희 외 4인, 2002, 3GPP 다중 안테나 기술 동향 Part I: 송신 다이버시티 및 빔 형성을 중심으로”, Telecommunications Review 제 12권 2호, pp.139-140.
- [2] Minseok Kim, 2002, A Study of Implementation of Digital Signal Processing for Adaptive Array Antenna, Division of Electrical And Computer Engineering Yokohama National University Japan, pp.45-49.
- [3] Joseph C. Liberti, Jr. 외 1인, 1999, “Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications”, Prentice Hall PTR, pp333-341.
- [4] B.D.Rao 외 1인, 1990, Effect of spatial smoothing on the performance of MUSIC and the minimum-norm method, IEEE Proceedings, Vol. 137, Pt. F, No. 6, pp.449-450.
- [5] Ralph O. Schmidt, 1986, Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-34, No. 3, pp.276-278.
- [6] Julius Kusuma, 2002, Parametric frequency estimation: ESPRIT and MUSIC, Mathematics Subject Classification. Signal Processing, pp.1-6.
- [7] Yung-Ting Lee 외 1인, 2001, Direction-Finding Methods for Cyclostationary Signals in the Presence of Coherent Sources, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 12, pp1822-1825.