

碩 士 學 位 論 文

적응 추정기를 이용한
강의 수질 감시 시스템 설계



濟州大學校 大學院

電 子 工 學 科

金 昌 壹

1999年 6月

적응 추정기를 이용한 강의 수질 감시 시스템 설계

指導教授 金 慶 淵
金 昌 壹

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함



金昌壹의 工學 碩士學位 論文을 認准함.

審査委員長 _____ 印

委 員 _____ 印

委 員 _____ 印

濟州大學校 大學院

1999年 6月

Design of Water Quality Monitoring System
in a River Using Adaptive Estimator

Chang-il Kim

(Supervised by Professor Kyung-Youn Kim)



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING

DEPARTMENT OF ELECTRONIC ENGINEERING
GRADUATE SCHOOL
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

1999. 6.

碩 士 學 位 論 文

적응 추정기를 이용한
강의 수질 감시 시스템 설계



金 昌 壹

1999年 6月

목 차

Summary	1
I. 서론	2
II. BOD와 DO의 이산 상태공간 동적 모델	5
III. 적용 추정기	13
1. 상태추정	13
2. 바이어스 추정	18
3. 바이어스 재배열	19
IV. 컴퓨터 시뮬레이션 결과	22
V. 결론	31
참고문헌	32

Summary

An adaptive estimator to estimate the water quality in a river under unknown biased measurements environment is developed. In modeling the unknown measurement bias, it is assumed that the bias sequence is governed by semi-Markov process. By incorporating the semi-Markov probability concepts into the Bayesian estimation theory, an effective adaptive estimator which consists of parallel Kalman-type filters is obtained. Especially, bias resetting algorithm is developed by employing the moving average of estimated bias. Computer simulation results for the multiple-reach river system show that the proposed adaptive estimator have enhanced estimation performance in spite of the unknown randomly switching measurement bias.



I. 서 론

오늘날 산업발전의 부작용으로 인한 환경오염은 자연생태계의 파괴와 인류의 생존까지 위협하고 있다. 최근에 공장 및 일반가정에서 강으로 유입되는 폐수의 정수방법에 대해서는 다각도로 연구가 진행되어 왔다. 그러나, 아무리 우수한 정수기법으로 폐수를 처리하더라도 그 한계가 있으므로, 수질을 실시간 감시하여 강의 상태를 점검하는 것도 생태계 보존 및 식수보호 등의 측면에서 중요하다.

강의 수질을 실시간 감시하기 위해서는 우선 강의 수질에 대한 수학적 모델을 설정해야 한다. 이런 수학적 모델은 Whitehead(1975) 및 Young의 연구그룹(1979)과 Tamura의 연구그룹(1974)에서 많은 연구결과를 발표해 왔다. 특히, Tamura는 여러 개의 폐수처리장이 산재해 있는 강을 각 구간별로 구분하여 BOD 및 DO에 대한 이산시간 상태방정식을 구하였다. 여기서 구한 이산시간 상태방정식은 차원이 큰 대규모 시스템이므로 계층적 최적제어(hierarchical optimal control)방법으로 정수된 폐수를 최적으로 강에 방출하는 제어기법을 설계하였다.

수질센서로부터 얻어진 측정 데이터는 상태공간형 모델과 함께 보다 정확한 수질을 추정할 수 있다. 강의 수질을 측정하기 위한 파라미터들로 염화물, 질산염, 암모니아, BOD(biochemical oxygen demand; 생화학적 산소 요구량)와 DO (dissolved oxygen; 용존 산소량) 농도 등이 이용되고 있으나, 그 중에 BOD와 DO 농도가 가장 보편적인 측정 파라미터로 이용된다. 만약 BOD와 DO 농도가 정확한 기준치를 유지 못하면 강의 생태학적인 균형은 파괴될 것이다(Reidel, 1986), (Whitehead, 1975), (Whitehead and Young, 1979).

강의 수질을 측정하기 위해 BOD와 DO 농도를 이용하는데, BOD 센서로부터 측정 데이터를 얻기 위해서는 방류수중에 들어있는 용해성 유기물질의 소비에 시간소모가 많이 되므로 on-line으로 감시하기 위해서는 어려움이 수반된다. 그러므로 DO는 용존산소량이기 때문에 바로 측정이 가능하므로 측정이 용이한 DO 센

서를 사용하여 측정 데이터를 구하여, DO 농도는 물론 BOD 농도도 추정하고자 한다. 그러나, DO 센서로 얻어지는 측정 데이터는 부정확한 교정, 부식 및 고장으로 인하여 백색가우시안잡음에 미지의 랜덤 바이어스를 포함할 수도 있다. 상태공간형 모델의 프로세스잡음(process noise)과 센서의 측정잡음(measurement noise)이 백색가우시안잡음(white Gaussian noise)이고 이들의 공분산(covariance)을 정확히 알고 있는 경우에는 전통적(conventional) 칼만 추정기를 사용하여 수질을 최적으로 추정할 수 있다. 센서의 측정데이터에 백색가우시안잡음 외에 미지의 랜덤 바이어스가 포함된 경우에 상태변수(BOD 및 DO)를 추정하기 위해서는 적응 추정기(adaptive estimator)가 필요하다.

적응 추정기에 대한 연구는 활발히 전개되고 있으나, 특히, Moose 등은 측정 데이터에 미지의 바이어스가 포함된 경우에 이들 바이어스를 semi-Markov 개념을 Bayesian 추정기법에 접목함으로써 적응 추정기를 제안하였다(Moose, 1986). Semi-Markov 프로세스는 다른 상태로 천이하기 전의 어떤 상태에 머무는 시간 자체가 확률변수라는 점이 Markov 프로세스와 다르다. 여기서 제안된 적응 추정기는 여러 개의 칼만필터를 병렬로 사용하고 있다.

본 논문에서는, 잡음 및 바이어스가 포함된 불완전한 DO 측정 데이터로부터 DO 및 BOD 농도를 추정함으로써 강의 수질을 효율적으로 감시할 수 있는 감시 시스템을 설계하였다. 설계된 수질감시 시스템은 강의 각 구간에 있어서 수질을 나타내는 파라미터(DO 및 BOD)의 농도를 추정할 수 있을 뿐만 아니라, 측정센서의 바이어스도 추정할 수 있으므로 허용 기준치를 초과하는 폐수의 유입 및 고장난 측정센서의 색출이 가능할 것이다. 본 논문의 내용은 크게 세 갈래로 분류될 수 있다. 우선 강을 폐수처리장을 포함하는 여러 개의 구간으로 나누어 이산시간 상태공간형 모델(discrete-time state-space model)을 구하고, 불확실성을 갖는 센서의 측정모델을 설정하여 전체 강에 대한 동적모델(dynamic model)을 완성한다. 다음으로, 설정된 동적모델의 상태변수(state variable)를 추정하기 위한 적응 추정기를 설계하고 추정 정확도를 높이기 위해 moving window를 이용하여 각 필터

바이어스의 값을 적당한 구간 진행 후 추정된 바이어스의 평균값을 구하여, 중간 값으로 선택하여 바이어스를 재배열하는 알고리즘을 제안한다. 마지막으로, 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 통하여 제안된 알고리즘의 추정성능을 확인하였다.



II. BOD와 DO의 이산 상태공간 동적모델

강의 수질은 여러 가지 변수로 표현될 수 있으나, BOD 및 DO 농도가 국제적으로 공인된 가장 일반적인 척도가 되고 있다. 강에서 BOD 및 DO의 동적방정식은 다음과 같이 Streeter-Phelps 공식으로 기술될 수 있다(Reidel, 1986).

$$\frac{d}{dt} q(t) = -K_1 q(t) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} g(t) = -K_1 q(t) + K_2 [g^s - g(t)] \quad (2)$$

여기서,



$q(\cdot)$; BOD 농도(mg/ℓ)

$g(\cdot)$; DO 농도(mg/ℓ)

g^s ; DO 포화농도(mg/ℓ)

K_1 ; BOD 감소율(day^{-1})

K_2 ; DO의 reaeration 비율(day^{-1})

식(1) 및 식(2)을 이산시간 상태방정식으로 전환하면 다음과 같다.

$$q(k+1) - q(k) = -\alpha q(k) \quad (3)$$

$$g(k+1) - g(k) = -\alpha' q(k) + \beta [g^s - g(k)] \quad (4)$$

여기서,

$$\alpha \equiv 1 - \exp(-K_1 T) \quad (5a)$$

$$\beta \equiv 1 - \exp(-K_2 T) \quad (5b)$$

$$\alpha' \equiv \frac{(\beta - \alpha)K_1}{K_2 - K_1} \quad (5c)$$

이며, T 는 샘플링간격이다.

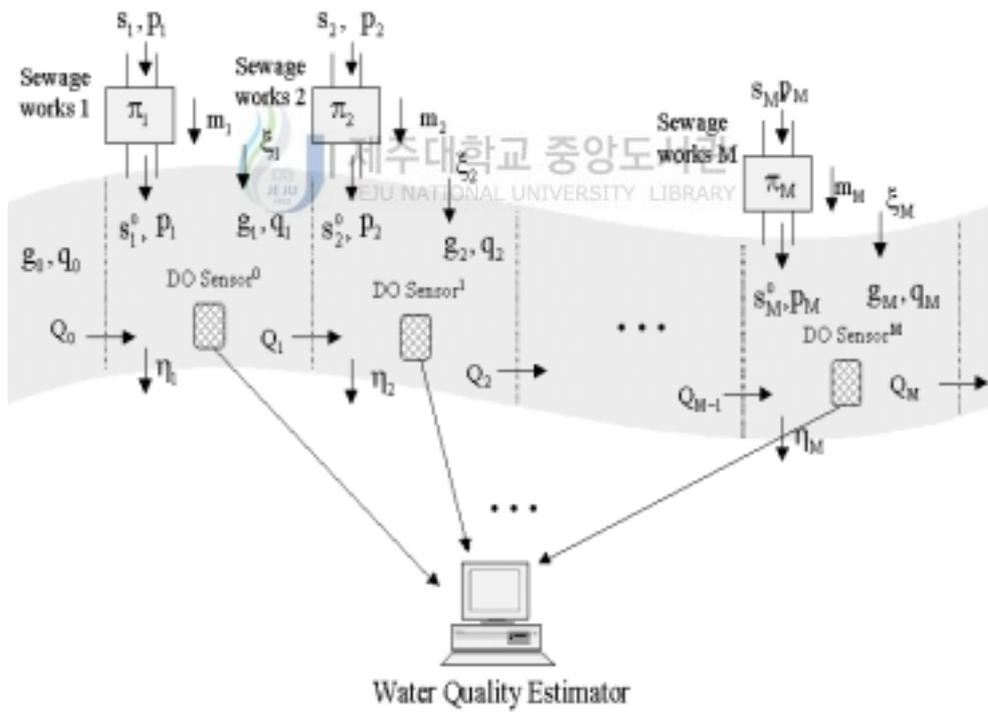


Fig. 1. A schematic diagram of water quality monitoring system in a river.

여러 개의 폐수 처리장이 산재해 있는 강을 각 구간별로 분리하여, 그림1과 같은 수질 감시 시스템을 구성하였다(Tamura, H. 1974).

식(3) 및 식(4)을 그림1에 적용하여, BOD 및 DO에 대한 다음과 같은 mass balance 방정식을 구할 수 있다.

$$q_i(k+1) - q_i(k) = -\alpha_i q_i(k) + \frac{Q_{i-1}(k)}{V_i} q_{i-1}(k) - \frac{Q_i(k)}{V_i} q_i(k) + [1 - \pi_i(k)] \frac{s_i(k) m_i(k)}{V_i} \quad (6)$$

$$g_i(k+1) - g_i(k) = -\alpha'_i q_i(k) + \beta_i [g_i^s - g_i(k)] + \frac{Q_{i-1}(k)}{V_i} g_{i-1}(k) - \frac{Q_i(k)}{V_i} g_i(k) - \eta_i(k) + \zeta_i(k) + \frac{p_i(k) m_i(k)}{V_i} \quad (7)$$

여기서,

$$\alpha_i \equiv 1 - \exp(-K_{1i}T) \quad (8a)$$

$$\beta_i \equiv 1 - \exp(-K_{2i}T) \quad (8b)$$

$$\alpha'_i \equiv \frac{(\beta_i - \alpha_i)K_{1i}}{K_{2i} - K_{1i}} \quad (8c)$$

이며, $i = 1, 2, \dots, M$ 이다.

한편, 식(6)과 식(7)에서 각 변수들의 물리적인 의미는 다음과 같다.

$q_i(k)$; k 시간에서 i 번째 구역의 BOD 농도(mg/ℓ)

$g_i(k)$; k 시간에서 i 번째 구역의 DO 농도(mg/ℓ)

g_i^s ; i 번째 구역의 DO 포화농도(mg/ℓ)

$s_i(k)$; 하수처리전의 k 시간에서의 i 번째 구역으로 유입되는 폐수의 BOD 농도 (mg/ℓ)

$p_i(k)$; 하수처리전의 k 시간에서의 i 번째 구역으로 유입되는 폐수의 DO 농도 (mg/ℓ)

$m_i(k)$; 각 샘플링동안 i 번째 구역에 흘러들어오는 폐수의 유입량(m^3)

$\pi_i(k)$; i 번째 구역에 유입되는 폐수에서 제거되는 BOD 비율

$Q_i(k)$; 각 샘플링동안 i 번째 구역에서 $i+1$ 번째 구역으로 흘러들어가는 물의 양 (m^3)

V_i ; i 번째 구역의 물의 양(m^3)

$\eta_i(k)$; 각 샘플링동안 i 번째 구역에서 광합성, 호흡작용 등의 효과에 의해 제거되는 DO 농도(mg/ℓ)

$\zeta_i(k)$; aeration 효과에 의해 i 번째 구역에 첨가되는 DO 농도(mg/ℓ)

상태변수 및 제어입력을 다음과 같이 설정한다.

$$x_k \equiv [q_1(k) \ g_1(k) \ q_2(k) \ g_2(k) \ \cdots \ q_M(k) \ g_M(k)]^T \quad (9)$$

$$u_k \equiv [\pi_1(k) \ \pi_2(k) \ \cdots \ \pi_M(k)]^T \quad (10)$$

그러면, 식(9) 및 식(10)을 식(6) 및 식(7)에 적용하여 다음과 같은 상태공간형 모델을 구할 수 있다.

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + \Gamma_k u_k + c_k + \omega_k \quad (11)$$

여기서, $\Phi_k \in R^{2M \times 2M}$ 는 다음과 같이 주어지는 상태전이 행렬이며

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(k) & 0 & 0 & 0 \\ \Phi_{21}(k) & \Phi_{22}(k) & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{32}(k) & \Phi_{33}(k) & 0 \\ & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & \Phi_{MM-1}(k) & \Phi_{MM}(k) \end{bmatrix} \quad (12a)$$

$$\Phi_{ii}(k) = \begin{bmatrix} (1 - \alpha_i - \frac{Q_i(k)}{V_i}) & 0 \\ -\alpha_i' & (1 - \beta_i - \frac{Q_i(k)}{V_i}) \end{bmatrix}, \quad i=1, 2, \dots, M \quad (12b)$$

$$\Phi_{i \ i-1}(k) = \begin{bmatrix} \frac{Q_{i-1}(k)}{V_i} & 0 \\ 0 & \frac{Q_{i-1}(k)}{V_i} \end{bmatrix}, \quad i=1, 2, \dots, M \quad (12c)$$

$\Gamma_k \in R^{2M \times M}$ 는 다음과 같이 주어지는 입력행렬이다.

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} \Gamma_1(k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_2(k) & 0 & 0 \\ & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma_M(k) \end{bmatrix} \quad (13a)$$

$$\Gamma_i(k) = \begin{bmatrix} -\frac{s_i(k)m_i(k)}{V_i} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i=1, 2, \dots, M \quad (13b)$$

또한, $c_k \in R^{2M \times 1}$ 는 다음과 같이 주어지는 확정적(deterministic) 입력이다.

$$c_k = [c_1(k) \ c_2(k) \ \dots \ c_M(k)]^T \quad (14a)$$

$$c_1(k) = \begin{bmatrix} \frac{Q_0(k)}{V_1} q_0(k) + \frac{s_1(k)m_1(k)}{V_1} \\ \frac{Q_0(k)}{V_1} g_0(k) + \frac{p_1(k)m_1(k)}{V_1} + \beta_1 g_1^s - \eta_1(k) + \zeta_1(k) \end{bmatrix} \quad (14b)$$

$$c_i(k) = \begin{bmatrix} \frac{s_i(k)m_i(k)}{V_i} \\ \frac{p_i(k)m_i(k)}{V_i} + \beta_i g_i^s - \eta_i(k) + \zeta_i(k) \end{bmatrix}, \quad i = 2, 3, \dots, M \quad (14c)$$



식(11)의 $w_k \in R^{2M \times 1}$ 는 모델의 불확실성을 나타내는 항으로서, 다음과 같은 공분산 행렬을 갖는 백색 가우시안 잡음으로 가정한다.

$$E[w_k w_j^T] = Q \delta_{kj} \quad (15)$$

여기서, δ_{kj} 는 $k=j$ 일때만 1이고, 그외에는 0인 값을 갖는 크로네커델타(Kronecker delta)함수이다.

일반적으로, BOD 센서로부터 측정 데이터를 얻기 위해서는 시간소모가 많이 되는 어려움이 수반되므로, 본 연구에서는 보다 측정이 용이한 DO 센서를 사용하여 측정 데이터를 구하여, DO 농도는 물론 BOD 농도도 추정하고자 한다. 추정을 위한 센서의 측정모델은 다음과 같이 설정하였다.

$$z_k = H_k x_k + v_k + v^b \quad (16)$$

여기서, z_k 는 측정벡터이며 H_k 는 측정행렬이며 다음과 같이 주어진다.

$$H_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

식(16)의 $v_k \in R^{M \times 1}$ 는 백색 가우시안 측정잡음으로서 다음과 같은 공분산 행렬을 갖는다고 가정한다.

$$E[v_k v_j^T] = R \delta_{kj} \quad (18)$$



한편, 식(16)의 $v^b \in R^{M \times 1}$ 는 DO센서의 부식 및 고장 등을 고려한 랜덤 바이어스 벡터로서 semi-Markov 프로세스로 가정한다(Howard, 1964).

여기서, v^b 벡터의 각 요소는 다음과 같은 N 개의 상태를 취할 수 있다고 가정한다.

$$v^b = (v^1, v^2, \dots, v^N) \quad (19)$$

따라서 강의 수질에 대한 동적모델 식(11) 및 식(16)을 그림2와 같이 블록선도로 도시할 수 있다.

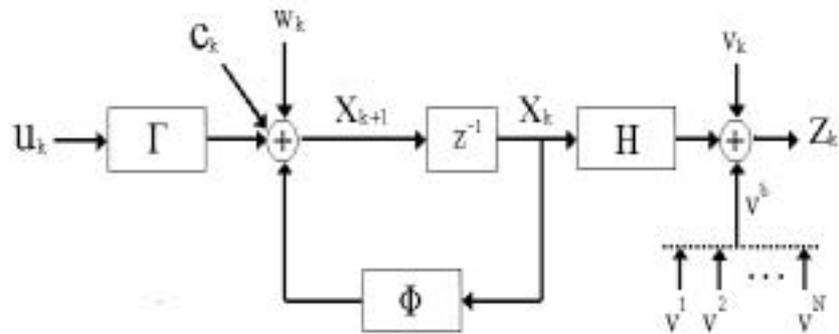


Fig. 2. Block diagram of the dynamic model.

Ⅲ. 적응 추정기

측정벡터에 semi-Markovian bias를 갖는 동적모델의 최종상태 추정을 위한 각각 N개의 각 필터에 대한 상태 및 바이어스추정과 본 논문에서 제안한 알고리즘에 대해 살펴보기로 하겠다.

1. 상태추정

최적 상태 추정치는 다음과 같이 조건부 기대치(conditional expectation value)로부터 구할 수 있다.


$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k} &= E[x_k | Z_k] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x_k p(x_k | Z_k) dx_k\end{aligned}\tag{20}$$

여기서, $Z_k = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_k]$ 로서 k 시각까지의 측정 데이터이다. 식(20)의 조건부 확률밀도함수는 Bayes 이론을 사용하여 다음과 같이 전개될 수 있다.

$$\begin{aligned}p(x_k | Z_k) &= \frac{\sum_{i=1}^N p(x_k, Z_k, v^i)}{p(Z_k)} \\ &= \sum_{i=1}^N p(x_k | Z_k, v^i) p(v^i | Z_k)\end{aligned}\tag{21}$$

식(21)을 식(20)에 대입하여 합과 적분을 서로 교환하게 되면 다음과 같이 최적 상태 추정치를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k} &= \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} x_k p(x_k | Z_k, v^i) dx_k p(v^i | Z_k) \\ &= \sum_{i=1}^N \hat{x}_{k|k}^i p(v^i | Z_k)\end{aligned}\quad (22)$$

여기서,

$$\hat{x}_{k|k}^i \equiv \int_{-\infty}^{\infty} x_k p(x_k | Z_k, v^i) dx_k \quad (23)$$

이다.

식(23)은 바이어스 $v^b = v^i$ 를 갖는 x_k 의 조건부 기대치이므로 i 번째 추정기에 해당되며, $p(v^i | Z_k)$ 항은 i 번째 추정기의 가중(weight)치에 해당된다. 그러므로, 최종상태 추정치는 각각 N 개의 각 필터에서 구해지는 상태변수에 가중치를 곱하여 각각을 더함으로써 얻어진다. 여기서, 적응 추정기를 설계하기 위해 바이어스의 수와 동일한 N 개의 칼만필터를 사용하며, 그 중에서 i 번째 칼만필터의 시간갱신(time-update) 단계와 측정갱신(measurement-update) 단계를 기술하면 다음과 같다.

1) 시간갱신

각 필터의 추정상태와 그의 공분산은 아래와 같이 시간갱신이 된다.

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k-1}^i &\equiv E[x_k | v^i, Z_{k-1}] \\ &= \Phi_k \hat{x}_{k-1|k-1}^i + \Gamma u_k + c_k\end{aligned}\quad (24)$$

$$\begin{aligned}
P_{k|k-1}^i &\equiv E[(x_k - \hat{x}_{k|k-1}^i)(x_k - \hat{x}_{k|k-1}^i)^T] \\
&= E[(x_k - \Phi_k \hat{x}_{k-1|k-1}^i - \Gamma_k u_k - c_k)(x_k - \Phi_k \hat{x}_{k-1|k-1}^i - \Gamma_k u_k - c_k)^T] \\
&= \Phi_k P_{k-1|k-1}^i \Phi_k^T + Q
\end{aligned} \tag{25}$$

2) 측정갱신

시간갱신된 추정상태와 그의 공분산은 아래와 같이 측정갱신이 된다.

$$\hat{x}_{k|k}^i = \hat{x}_{k|k-1}^i + K_k^i [z_k - v^i - H_k \hat{x}_{k|k-1}^i] \tag{26}$$

$$K_k^i \equiv P_{k|k-1}^i H_k^T (H_k P_{k|k-1}^i H_k^T + R + R_{bi})^{-1} \tag{27}$$



$$\begin{aligned}
P_{k|k}^i &\equiv E[(x_k - \hat{x}_{k|k}^i)(x_k - \hat{x}_{k|k}^i)^T] \\
&= [I - K_k^i H_k] P_{k|k-1}^i
\end{aligned} \tag{28}$$

여기서, K_k^i 는 i 번째 칼만 추정기의 이득행렬이며, R_{bi} 는 다음과 같이 정의되는 공분산 행렬이다.

$$R_{bi} \equiv E[(v^b - v^i)(v^b - v^i)^T] \tag{29}$$

한편, 식(22)의 가중항은 다음과 같이 전개될 수 있다.

$$\begin{aligned}
p(v^i | Z_k) &= p(v^i | z_k, Z_{k-1}) \\
&= \frac{p(z_k | v^i, Z_{k-1})p(v^i | Z_{k-1})}{p(z_k | Z_{k-1})}
\end{aligned} \tag{30}$$

식(30)의 우변에 있는 분자의 첫 번째 항은 다음과 같은 평균과 분산을 갖는 가우시안 분포로 모델링되며, 분모항은 바이어스 ν^b 에 의존하지 않으므로 모든 N 개의 항에 대한 공통의 척도인자(scale factor)에 해당된다.

$$\begin{aligned}
\bar{z}_k^i &\equiv E[z_k | v^i, Z_{k-1}] \\
&= H \hat{x}_{k|k-1}^i + v^i
\end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
Q_z^i &= E[(z_k - \bar{z}_k^i)(z_k - \bar{z}_k^i)^T] \\
&= H_k P_{k|k-1}^i H_k^T + R + R_{bi}
\end{aligned} \tag{32}$$

식(30)의 우변 분자의 두 번째 항은 Bayes 이론을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned}
p(v^i | Z_{k-1}) &\equiv p(v_k^b = v^i | Z_{k-1}) \\
&= \frac{\sum_{j=1}^N p(v_k^b = v^i, v_{k-1}^b = v^j, Z_{k-1})}{p(Z_{k-1})} \\
&= \sum_{j=1}^N p(v_k^b = v^i | v_{k-1}^b = v^j, Z_{k-1}) p(v_{k-1}^b = v^j | Z_{k-1})
\end{aligned} \tag{33}$$

여기서, 가중치와 Markov 천이확률을 각각 다음과 같이 정의한다.

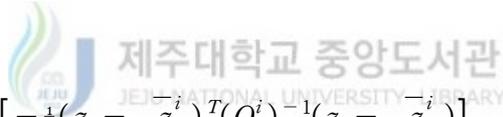
$$\omega_{k-1}^i \equiv p(v_{k-1}^b = v^i | Z_{k-1}) \quad (34)$$

$$\theta_{ji} \equiv p(v_k^b = v^i | v_{k-1}^b = v^j, Z_{k-1}) \quad (35)$$

그러므로, 가중치는 다음과 같은 순환형(recursive form) 방정식으로 구할 수 있다.

$$\Omega_k = c_k P_k \Theta^T \Omega_{k-1} \quad (36)$$

여기서, $\Omega_k \in R^{N \times 1}$ 는 가중벡터로서 i 번째 요소는 w_k^i 이며, $P_k \in R^{N \times N}$ 는 대각행렬로서 각 요소는 다음과 같이 주어진다.



$$p_{ii} = \exp\left[-\frac{1}{2}(z_k - \bar{z}_k^i)^T (Q_z^i)^{-1} (z_k - \bar{z}_k^i)\right] \quad (37)$$

한편, 식(36)의 c_k 는 각 필터 가중치의 합이 1이 되도록 하는 다음과 같은 정규화 상수(normalizing constant)이다.

$$\sum_{i=1}^N \omega_k^i = 1 \quad (38)$$

2. 바이어스 추정

센서의 부정확한 교정(inexact calibration), 부식(erosion) 및 고장 등으로 인한 측정 바이어스는 다음과 같은 조건부 기대치로부터 구할 수 있다.

$$\hat{v}_k^b = E[v_k^b | Z_k] = \int_{-\infty}^{\infty} v_k^b p(v_k^b | Z_k) dv_k^b \quad (39)$$

식(39)의 우변에 포함된 밀도함수(density function)는 Bayes 정리로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} p(v_k^b | Z_k) &= \frac{\sum_{i=1}^N p(v_k^b, Z_k, v^i)}{p(Z_k)} \\ &= \sum_{i=1}^N p(v_k^b | Z_k, v^i) p(v^i | Z_k) \end{aligned} \quad (40)$$

식(40)을 식(39)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \hat{v}_k^b &= \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} v_k^b p(v_k^b | Z_k, v^i) dv_k^b p(v^i | Z_k) \\ &= \sum_{i=1}^N E[v_k^b | Z_k, v^i] p(v^i | Z_k) \end{aligned} \quad (41)$$

여기서, $E[v_k^b | Z_k, v^i] = v^i$ 이고 $p(v^i | Z_k) = \omega_k^i$ 이다. 따라서 미지의 바이어스는 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{v}_k^b = V^T \Omega_k \quad (42)$$

여기서, $V^T \in R^{N \times 1}$ 는 바이어스 벡터이다.

3. 바이어스 재배열

만약, 초기에 설정된 각 칼만필터의 바이어스 값들이 실제 바이어스에 근접하지 못할 경우, 적응 추정기의 추정성능은 저하된다. 따라서 추정된 바이어스 값을 기준으로 칼만필터 bank의 바이어스 값들을 재배열할 필요가 있다. 본 논문에서는 moving window를 이용하여 다음과 같은 바이어스 재배열 알고리즘을 제안하였다.

- 1 단계 : 초기 필터 바이어스군을 결정한다.
- 2 단계 : 추정된 바이어스 값의 moving average를 구한다.
- 3 단계 : 2단계에서 구한 평균값을 다른 필터의 중간 값으로 선택한다.
- 4 단계 : 설정된 중간 값을 기준으로 상·하 바이어스 값을 선택하여 바이어스를 재배열한다.
- 5 단계 : 일정시간 경과 후 2단계로 되돌아 간 후 실행을 반복한다.

그림3에서는 알고리즘에 의해 채택된 절차를 요약해서 보여주고 있다.

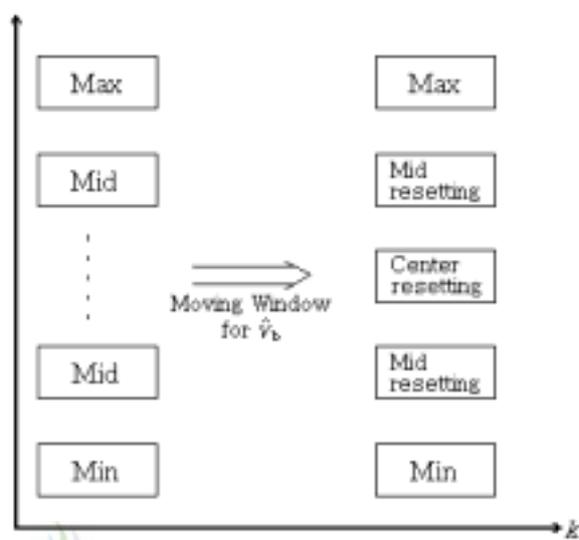


Fig. 3. Proposed bias resetting algorithm.



지금까지 서술된 수정된 적응 추정기는 그림4와 같이 나타낼 수 있다.

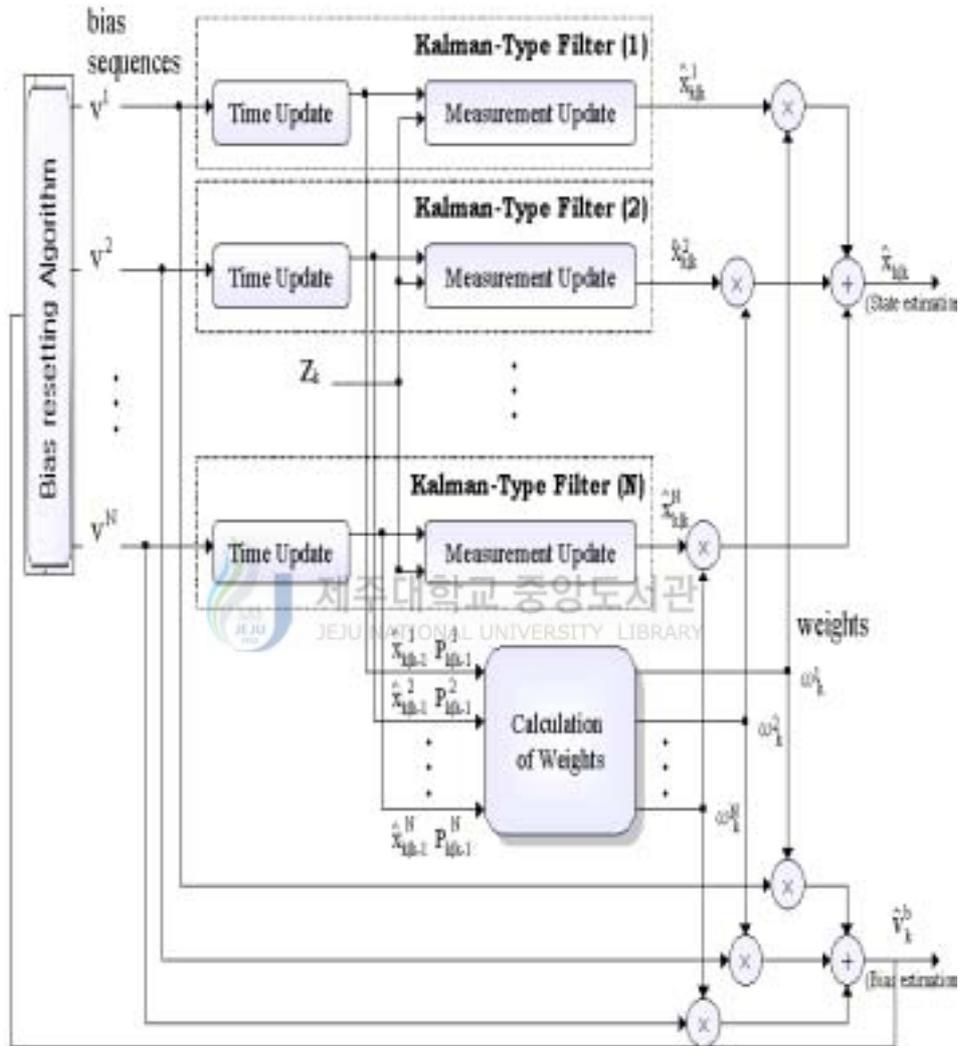


Fig. 4. Block diagram of the modified adaptive estimator.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

수정된 적응 추정기의 성능을 확인하기 위해 CAM강(Tamura, H. 1974)의 수질 오염모델에 대하여 몬테칼로(Monte Carlo) 시뮬레이션을 수행하였다. 여기서, 강의 동적모델 식(11) 및 식(16)에 대한 계수 행렬은 다음과 같다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.18 & 0 & 0 & 0 \\ -0.25 & 0.27 & 0 & 0 \\ 0.55 & 0 & 0.18 & 0 \\ 0 & 0.55 & -0.25 & 0.27 \end{bmatrix}$$

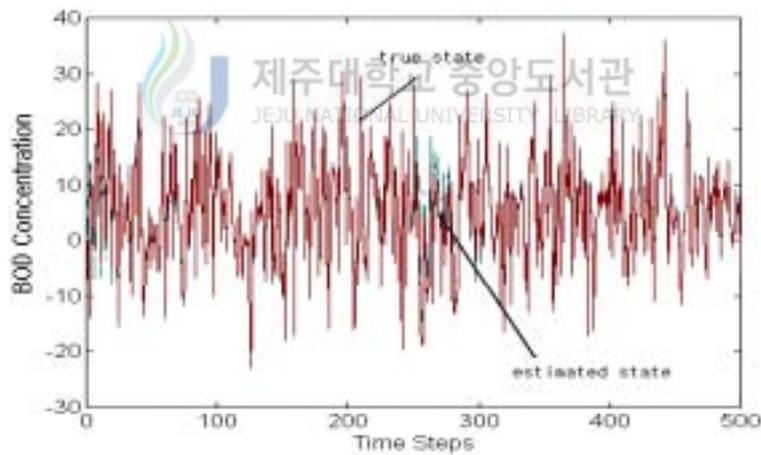
$$\Gamma = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad c = [4.5 \quad 6.15 \quad 2.0 \quad 2.65]^T$$

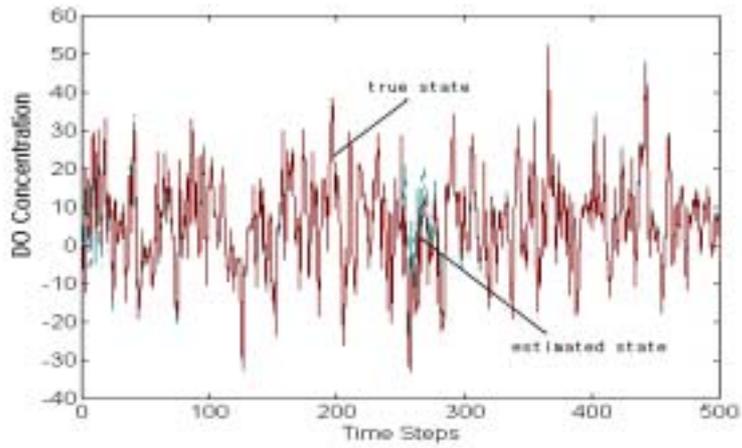
그리고 프로세스잡음의 공분산 $Q=100I_4$, 측정잡음의 공분산 $R=0.1I_2$ 이고, $R_b^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ($i=1,2,\dots,5$)로 가정하였다. 실제 측정바이어스의 각 칼만필터의 초기 바이어스는, $v^i = \begin{bmatrix} -18, & -8, & 0, & 8, & 18 \\ -18, & -8, & 0, & 8, & 18 \end{bmatrix}$ 로 선택하였다. 실제 바이어스 v^b 는 처음 250개의 샘플동안은 $[-13 \quad -13]^T$ 이고, 다음 250개의 샘플동안은 $[13 \quad 13]^T$ 로 선택하였다. 바이어스에 대한 마코프 천이확률 θ_{ij} 는 $i=j$ 일 때 0.95이고, $i \neq j$ 일 때는 0.0125의 값을 선택하였다. 확정적 입력 u 는 전 구간에 대해

$[0.1 \ 0.1]^T$ 로 설정하였다. 실제상태와 상태추정의 초기조건은 각각 $x_0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ 와 $\hat{x}_{0|-1} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 으로 가정하였다. 그리고 오차 공분산 행렬은 $P_{0|-1} = I_4$ 로, 추정기의 각 필터의 초기 가중치는 $\omega_0^i = 0.2$ ($i=1, 2, \dots, 5$)로 설정하였다.

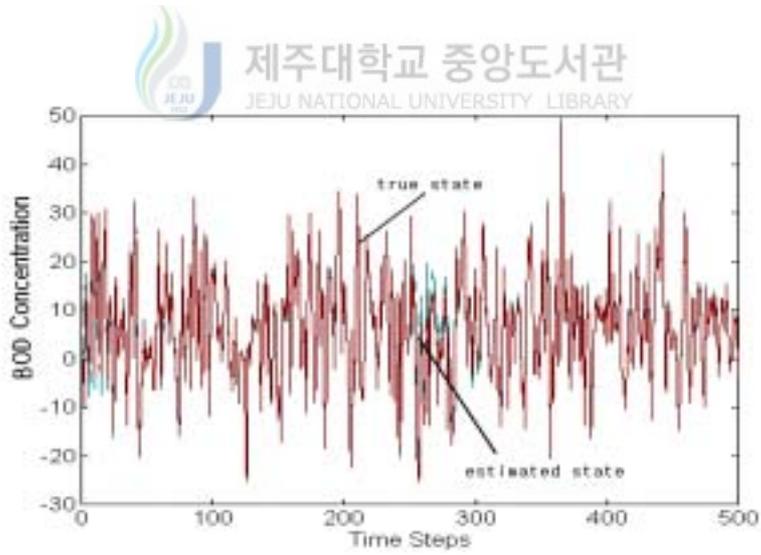
그림5(a)-(d)는 수정된 적응 추정기에 의해 추정된 상태벡터를 실제 데이터와 함께 도시한 것인데, 그래프의 중첩되는 상태를 보면 실제 데이터에 많이 근접함을 확인할 수 있다.



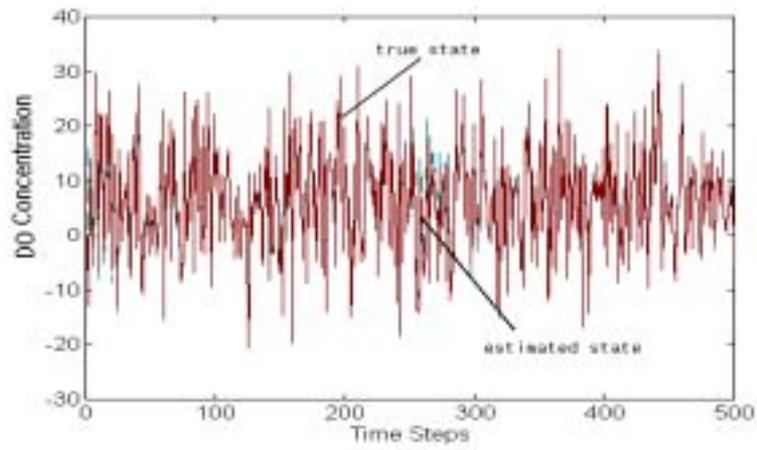
(a) The first state



(b) The second state



(c) The third state



(d) The fourth state

Figs. 5. True and estimated states.

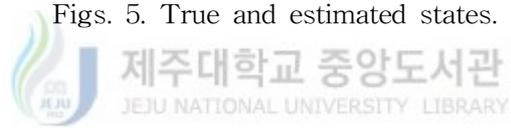


그림6은 병렬로 연결된 5개의 필터에 대한 가중치를 도시한 것인데, 중간 필터의 가중치를 보면 과도상태를 제외하곤 추정된 바이어스의 이동평균값을 필터의 중간 값으로 선택하여 바이어스 값을 재배열하므로, 정상상태에서는 거의 1에 근접함을 알 수 있다.

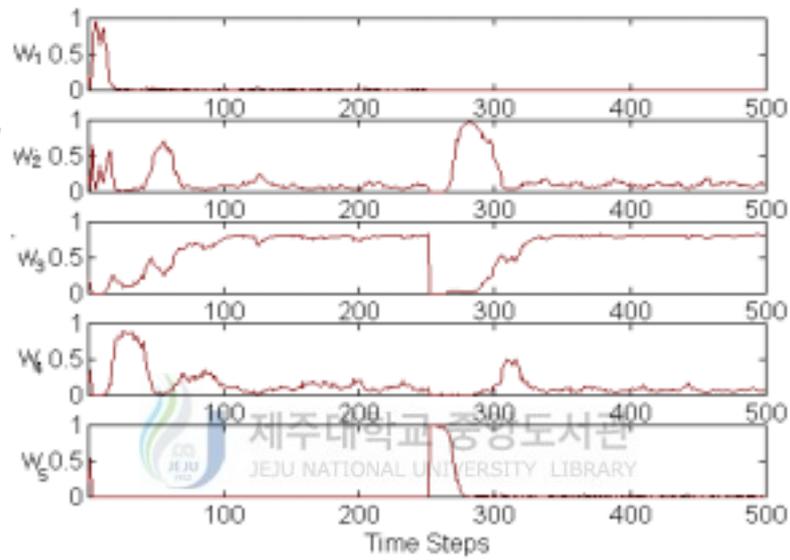


Fig. 6. Weighting factors for five Kalman filters.

그림7은 바이어스의 추정치를 나타낸 것이다. 여기에서 알 수 있듯이 과도상태를 제외하곤 실제 바이어스와 근접함을 알 수 있다.

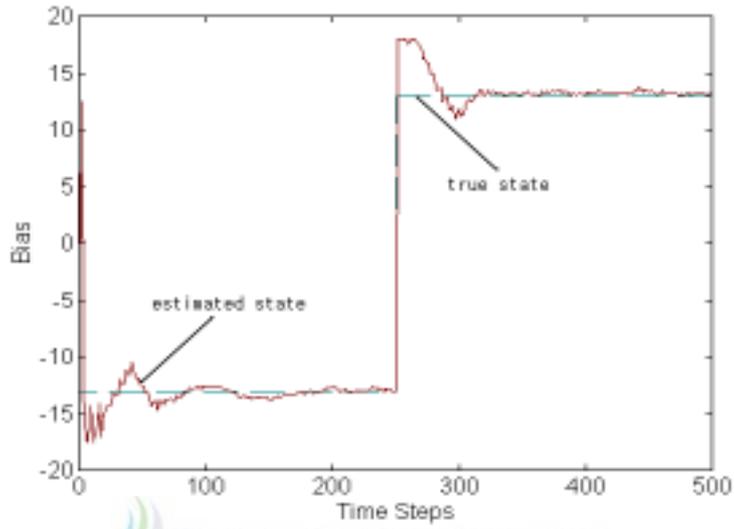
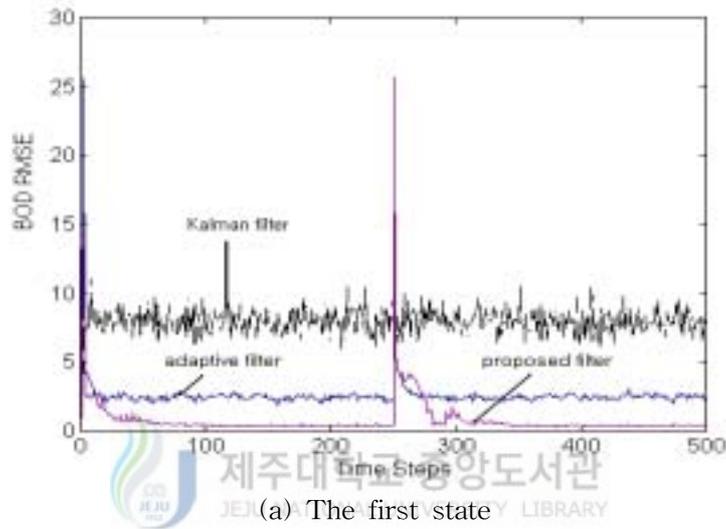
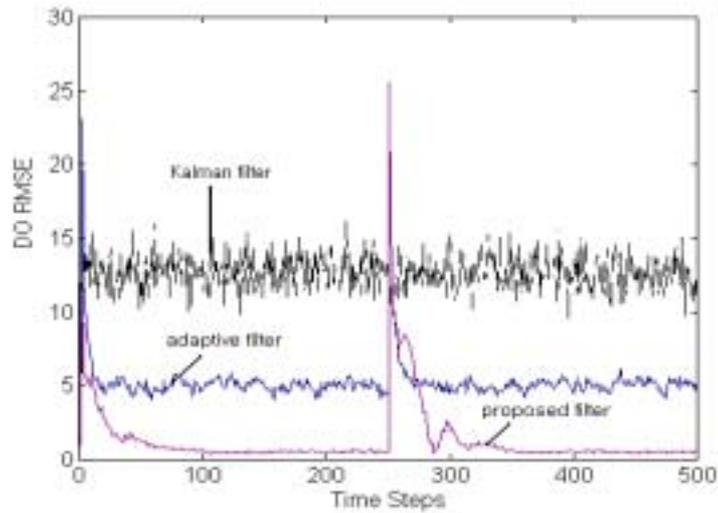


Fig. 7. True and estimated measurement biases.

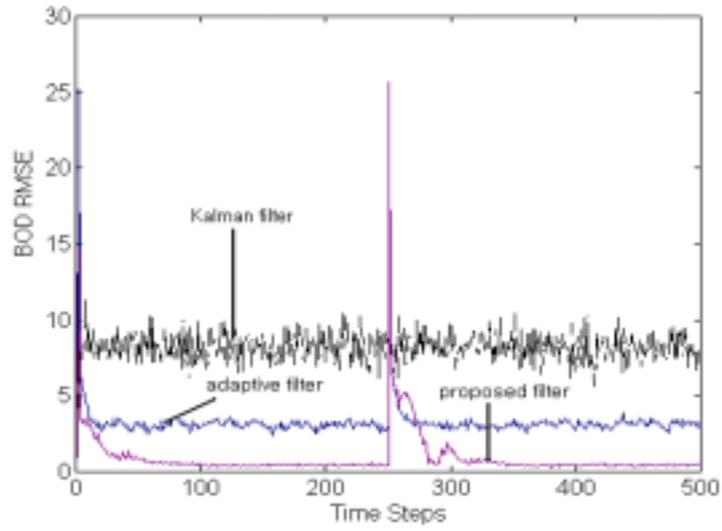
그림8(a)-(d)는 3개 필터에 대한 상태 RMSE(root mean square error)를 보여주고 있다. 여기서, 제안된 필터는 다른 필터들에 비해 과도상태에서 추정이 다소 나쁘지만 정상상태에서는 많이 개선됨을 알 수 있다.



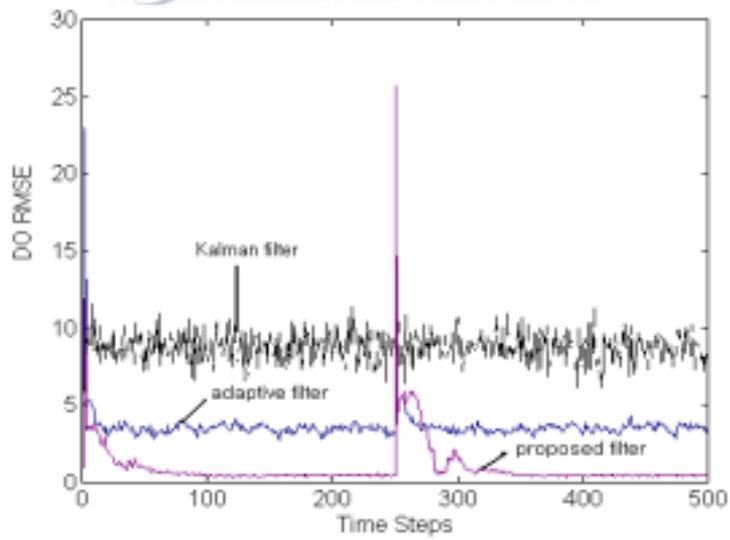
(a) The first state



(b) The second state



(c) The third state



(d) The fourth state

Figs. 8. RMSEs between true and estimated states.

그림9는 두 개 필터의 바이어스 RMSE를 보여주고 있다. 여기서 제안된 필터가 적응필터보다 정상상태에서 추정성능이 많이 개선됨을 볼 수 있다.

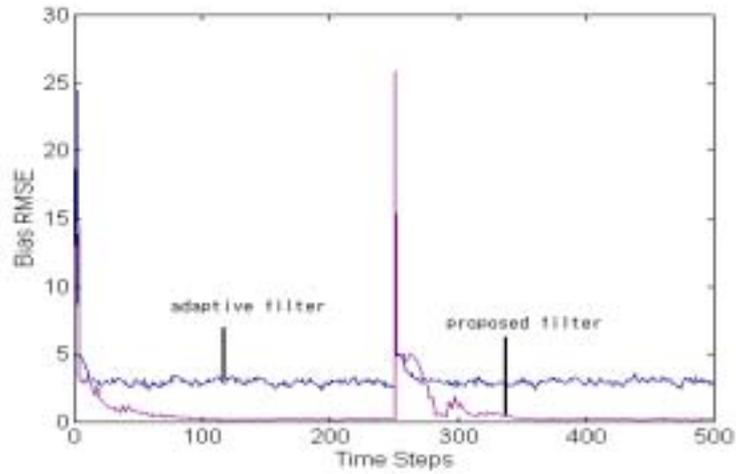


Fig. 9. RMSEs between adaptive and estimated measurement biases.

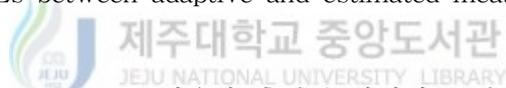


그림10은 moving window를 이용한 추정된 바이어스 값의 평균값을 도시한 것인데, 정상상태에서는 실제 바이어스에 근접함을 알 수 있다.

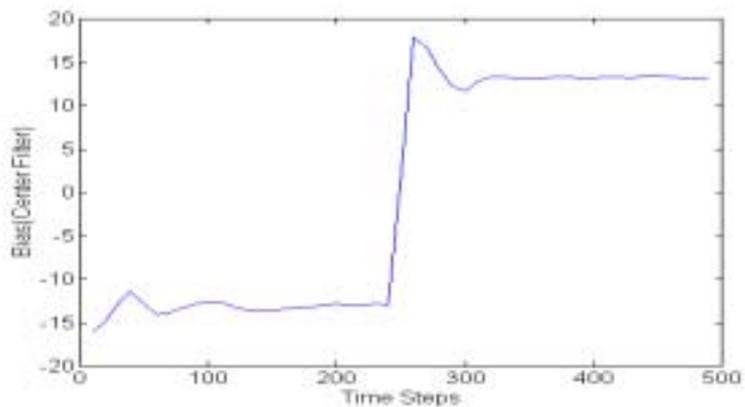


Fig. 10. Bias average value.

V. 결 론

본 논문에서는 미지의 측정 바이어스를 갖는 환경에서 강의 수질을 효율적으로 감시 할 수 있는 감시 시스템을 설계하기 위해, 강의 BOD 및 DO를 상태변수로 설정하여 이산시간 상태공간형 모델을 구하고, 불확실성을 갖는 DO 센서를 이용한 측정모델에 부정확한 교정이나 이물질 침전 등으로 인한 미지의 랜덤 바이어스를 설정하여 강에 대한 동적모델을 완성하였다. 설정된 동적모델의 측정 데이터에 미지의 바이어스가 포함된 경우 이들 바이어스를 추정하기 위하여 semi-Markov 확률개념을 도입하여 여러 개의 칼만필터가 병렬로 구성된 적응 추정기를 설계하였다. 특히, 추정 정확도를 높이기 위해 초기필터들의 추정바이어스의 평균값을 필터의 중간 값으로 설정하여 그 값을 기준으로 상·하 바이어스 값을 재배열하는 moving window의 개념을 도입한 수정된 적응 추정기를 제안하였다.

수정된 적응 추정기의 성능을 확인하기 위해 CAM강의 수질오염모델에 적용하여 몬테카를로 시뮬레이션을 수행한 결과, 본 논문에서 제안한 수정 적응 추정기는 전통적인 칼만 추정기 및 일반적인 적응 추정기에 비해 정상상태 추정성능이 개선됨을 알 수 있었다. 그러나, 제안된 수정 적응 추정기는 과도상태에서는 추정성능이 다소 악화되므로 이에 대한 보완과 실제 바이어스의 변화의 최대 값과 최소 값을 효과적으로 설정하는 방법에 대한 논의가 계속되어야 할 것이다.

참고 문헌

- Chaer, W.S. Bishop, R.H. and Ghosh, J., 1997, "A mixture-of-experts framework for adaptive Kalman filtering," IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, vol.27, NO.3, pp.452-464.
- Moose, R.L. and Dailey, T.E., 1985, "Adaptive underwater target tracking using passive multipath time-delay measurements", IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ASSP-33, pp.777-787.
- Moose, R.L. and Godiwala, P.M., 1985, "Passive depth tracking of underwater maneuvering targets," IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ASSP-33, pp.1040-1044.
- Moose, R.L. Sistanizadh, M.K. and Skagfjord, G., 1986, "Adaptive Estimation for a system with Unknown Measurement Bias," IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-22, pp.732-738, Nov.
- Reidel, D., 1986, River flow modeling and forecasting, D.Reidel publishing company.
- Singh, M.G. and Titli, A., 1978, Systems: Decomposition, Optimization and Control, Pergamon Press.
- Tamura, H., 1974, "A discrete dynamic model with distributed transport delays and its hierarchical optimization for preserving stream quality," IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics, SMC-4, pp.424-431.
- Whitehead, P.G., 1975, "A dynamic stochastic model for a non-tidal river," Proc. of Symposium on Water Quality Modeling of the Bedford Ouse.
- Whitehead, P.G. Beck, M.B. and O'Connel, P.E., 1981, "A system model of flow and water quality in the Bedford Ouse river system: part2-water quality modeling," Water research, Vol.15, p.1157.

Whitehead, P.G. and Young, P.C., 1979, "Water quality in river systems: Monte Carlo analysis," Water Resources Research, Vol.15, p.451.

Whitehead, P.G. and Young, P.C. and Hornberger, G.E., 1979, "A systems model of flow and water quality in the Bedford Ouse river system: Part1-stream flow modeling," Water Research, Vol.13, p.1155.



감사의 글

감사합니다.

항상 사랑으로 이끌어주신 부모님과 사회·가정생활에 지혜를 주신 장인·장모님께 감사와 이 영광을 드리며 항상 건강하시기를 빕니다.

본 논문이 이루어지기까지 학문의 끊임없는 가르침뿐만 아니라 저를 이끌어주신 김경연 교수님과 논문심사를 통해 깨우침을 주신 김경식 교수님, 고성택 교수님께 감사를 드립니다. 그리고 대학원 생활에 도움을 주신 이광만 교수님, 도양희 교수님, 강민제 교수님께도 깊은 감사를 드립니다. 그리고 회사 생활을 하면서도 대학원 과정과 논문이 완성될 수 있도록 많은 배려를 해 주신 한국승강기안전관리원 마정진 원장님을 비롯한 임직원 여러분에게 감사를 드립니다.

논문이 완성되기까지 많은 도움을 준 성숙이와 제어공학연구실원 봉석, 기만, 양숙이에게도 감사를 드리며, 대학원 생활을 같이한 최선이에게 미안한 마음을 전하며 좋은 결과가 있기를 바랍니다. 행정적으로 도움을 준 경희와 김미경 선생님께 감사하는 마음을 전한다.

항상 격려와 용기로 많은 관심을 가져준 형님, 형수, 매형, 누나, 동생 그리고 귀여운 조카들에게도 고마움을 전하며, 어렵고 힘들 때 용기를 주던 삶의 동반자 정미와 우리 삶의 활력소인 아들 기운이에게 사랑한다고 전한다.

끝으로 학부 때부터 인연을 맺어온 현일, 영민, 경섭에게도 이 기쁨을 같이 나누길 원합니다.