

碩士學位論文

성층류 유동장에서 전기임피던스
단층촬영기법을 이용한
동적 계면 추정 알고리즘 개발



濟州大學校 大學院

에너지 工學科

鄭 淳 溢

2008年 2月

성층류 유동장에서 전기임피던스
단층촬영기법을 이용한
동적 계면 추정 알고리즘 개발

指導教授 金 信

鄭 淳 溢

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함

2007年 12月

鄭 淳 溢의 工學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長 朴 在 雨 印

委 員 金 信 印

委 員 金 慶 淵 印

濟州大學校 大學院

2007年 12月

Algorithm Development of Moving interfacial
boundary estimation in stratified flow of two
immiscible liquids using electrical impedance
tomography

Soon-II Chung

(Supervised by professor Sin Kim)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement
for the degree of Master of Science

2007. 12.

This thesis has been examined and approved.

.....
Thesis director, Sin Kim, Prof. of Nuclear and Energy Engineering
.....
.....
.....

.....
Date

Department of Nuclear & Energy Engineering
GRADUATE SCHOOL
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

목 차

LIST OF FIGURES	ii
LIST OF TABLES	iv
SUMMARY	v

I. 서 론	1
II. EIT 영상복원 알고리즘	5
1. 정문제 해석	5
2. 역문제 및 unscented 칼만필터	8
III. 컴퓨터 시뮬레이션 결과	13
1. Gaussian noise에 따른 영상복원	15
2. 전도도비에 따른 영상복원	19
3. Front point수에 따른 영상복원	22
IV. 결 론	26
참 고 문 헌	27

감사의 글

LIST OF FIGURES

Fig. 1. Concept of Electrical Impedance Tomography	2
Fig. 2. Problem representation: (a) description of interface with front points; (b) mesh elements above the interface with conductivity 1. (c) mesh elements below the interface with conductivity 2. (d) mesh elements on the interface with elements area averaged conductivity profile $(A_{11}+A_{22})/(A_1+A_2)$ A_1 and A_2 being the areas of the element above and below the interface, respectively	9
Fig. 3. An example of unscented transform for mean and covariance propagation: (a) actual; (b) first-order linearization (EKF); and (c) unscented transform	10
Fig. 4. Scenario considered: (a) for reconstruction with 10 front points; (b) for reconstruction with 12 front points; (c) for reconstruction with 14 front points; and (d) for reconstruction with 16 front points	14
Fig. 5. Results with 10 front points for scenario1 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF	16
Fig. 6. Results with 10 front points for scenario1 with measurements perturbed by 2% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF	17
Fig. 7. Results with 10 front points for scenario 1with measurements perturbed by 3% white Gaussian noise and contrast ratio of	

1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF 18

Fig. 8. Results with 10 front points for scenario 1 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of

1:1000: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF 20

Fig. 9. Results with 10 front points for scenario 1 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of

1:10000: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF 21

Fig. 10. Results with 12 front points for scenario 2 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of

1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF 23

Fig. 11. Results with 14 front points for scenario 3 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of

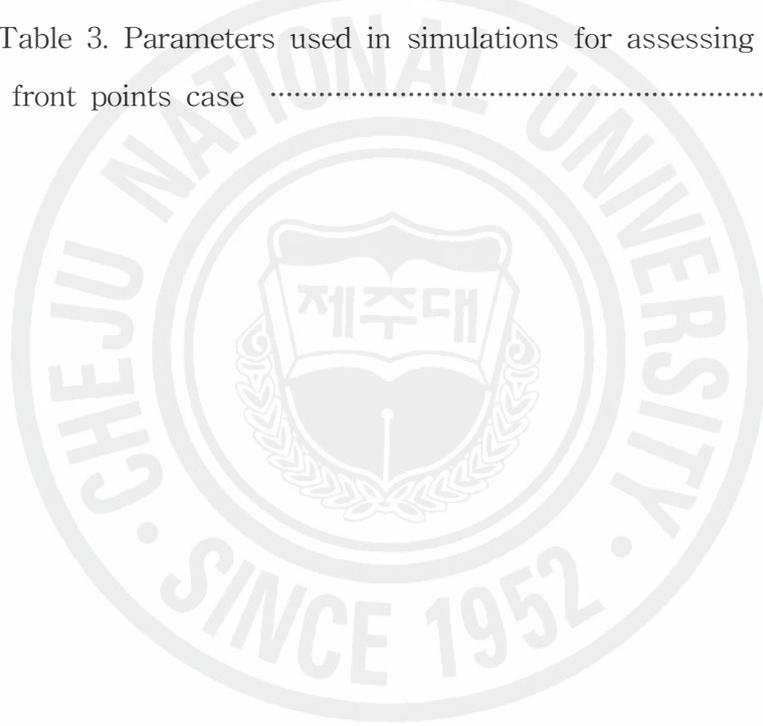
1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF 24

Fig. 12. Results with 16 front points for scenario 4 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of

1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current pattern. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF 25

LIST OF TABLES

Table 1. Parameters used in simulations for assessing the impact of measurement noise in 10 front points case with 1:100 contrast ratio	15
Table 2. Parameters used in simulations for assessing the impact of measurement noise in 10 front points case with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise	19
Table 3. Table 3. Parameters used in simulations for assessing the impact of 10 front points case	22



SUMMARY

In electrical impedance tomography(EIT) array of electrodes are attached on the boundary of an object and small alternating currents are injected through these electrodes, and then the resulting voltages are measured. An estimation for the cross-sectional resistivity distribution of the object or changes in it is obtained by using these current and voltage measurements made on the boundary on a nondestructive manner.

This thesis is concerned with the interfacial boundary estimation in stratified flows of two immiscible liquids using electrical impedance tomography. Flows of two immiscible liquids in pipelines are of particular interest in many engineering applications. As a typical example, liquid hydrocarbons transported in pipelines over long distances (for example, crude oil, gasoline, diesel) often contain free water. Knowledge of the binary mixture flow is of importance in the design and operation of such systems. Electrical impedance tomography(EIT) may be a promising method to measure the interfacial boundary in flows of two immiscible liquids because of its non-intrusive characteristics and high temporal resolution. The interfacial boundary is parametrized with front points and the unknown positions of the front points are estimated based on the relationship between the injected currents and the induced boundary potentials. It is assumed that the interfacial boundary moves during the time taken to collect a full set of independent measurement data. In order to find the unknown interface, the front point locations are treated as state

variables, which are tracked through the unscented Kalman filter approach. Numerical experiments are successfully conducted for the verification of the proposed approach.



I. 서론

전기 임피던스 단층촬영법(electrical impedance tomography; EIT)은 1989년 웹스터(Webster)가 기존의 X선 컴퓨터 단층촬영법(X-ray CT), 자기공명 영상법(MRI) 등이 가진 동적 영상복원(dynamic imaging) 문제를 해결하기 위해 처음으로 제안한 기법으로 물체 외부에 전극을 부착하고 그 전극으로 전류를 주입하여 얻은 전압 데이터를 이용하여 물체 내부의 저항률 분포(resistivity distribution)를 찾는 방법을 이른다.

전기 임피던스 단층촬영법은 시스템 구현 시에 하드웨어 비용이 비교적 저렴하고 비파괴적인 방법으로 측정 대상물에 대한 임피던스 추정이 가능하므로, 화공학, 지질학 및 재료 공학 등에서 모니터링 도구로 주목받고 있다. 특히, X-ray 및 MRI 단층촬영법에 비해 아직 복원된 영상의 공간 해상도(spatial resolution)는 떨어지지만, 시간 해상도(temporal resolution)가 뛰어나고 인체에 대한 안정성이 보장되는 물론, 임피던스 특성 파악이 가능하므로, 의공학 분야의 보조 장비로 사용되고 있으며 앞으로 그 이용범위가 확대될 것으로 판단된다.

많은 공학적 시스템에서 이상유동은 일반적인 현상으로, 효율적인 시스템 설계와 운용, 그리고 해석을 위해서는 이상유동장에 대한 이해가 필수적이다. 이러한 목적을 위하여 20~30년 전부터 수많은 이상유동 모델이 개발되어 왔으며 현재 기존의 단상유동 해석모델과 접목되는 단계에 이르고 있으나 아직까지 두 상간의 상호작용과 이에 따른 상 경계면의 형상 변화 등 여러 중요한 현상을 적절히 기술하지 못하고 있는 실정이다. 이러한 제한성의 주요 원인은 이상유동장에 대한 다차원 정보를 충분히 획득하지 못함에 있으며 이를 극복하기 위해서는 이상유동에 대한 정보를 충분히 제공해줄 수 있는 가시화 기법 개발이 필요하다.

이상유동에 대한 정보의 중요성 때문에 이를 측정하기 위한 실험방법이 여러 가지로 시도되어 왔다. 실험방법은 크게 나누어 유동장을 교란하지 않는 비탐침법 방식과 유동장에 conductivity probe, optical probe 등을 삽입하는 탐침법을 들 수 있다. 탐침법의 경우에는 응답시간이 매우 짧아 이상유동 난류 거동을 비롯한 국부 정보를 매우 정밀하게 제

공한다는 장점이 있지만 유동장을 교란하며 국부적인 정보만을 얻을 수 있다는 단점이 있다. 유동장을 교란하지 않으면서 측정하는 비탐침법 방식으로는 오래 전부터 개발되어 사용되고 있는 방사선 흡수 및 산란기법, laser 등을 이용한 광학적 기법, 초음파 기법, 그리고 NMR 등 매우 다양한 방법이 있다. 그러나 이들 기법은 경우에 따라서 공간 분해능은 우수하나 응답시간이 매우 길어 짧은 시간에 급격한 변화가 일어나는 경우에는 적용이 곤란하다는 단점이 있다.

EIT 기법은 산업분야에 응용하려는 시도는 영국의 MANCHESTER 대학(구 UMIST)과 Leeds 대학의 연합 연구진에 의해 본격적으로 시도되었으며 현재도 EIT를 실제 공정 영상에 활용하기 위한 연구를 활발히 하고 있다.

Figure. 1은 EIT 시스템의 개략도를 나타내고 있다. EIT 시스템은 크게 두 가지 주요

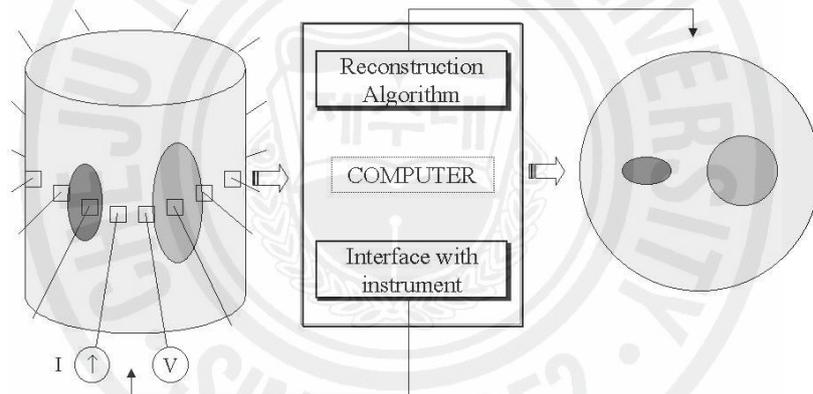


Fig. 1. Concept of Electrical Impedance Tomography

부분으로 구성된다. 즉, 적절한 전기 신호(교류 전류)를 생성하고 물체 표면으로 그 전기 신호(교류 전류)를 전극을 통해 주입시키고 경계면에서 유기되는 전기 신호(전압)를 측정하여 저장하는 하드웨어부와, 경계면에서 측정된 전기 신호(전압)를 데이터로 이용하여 물체 내부의 저항률 분포(resistivity distribution)를 추정하는 영상 복원 알고리즘(image reconstruction algorithm)으로 구성된다. 따라서 EIT 시스템의 기본 원리는 다른 전기적 특성(resistivity, impedance 등)을 갖는 물체 주위에 특수하게 제작된 전극을 여러 개 배치하고 적절하게 생성된 전류를 주입하여 이에 유기되는 전압을 물체 경계면에서

측정한 후, 이를 바탕으로 영상 복원 알고리즘을 이용하여 물체 내부의 미지의 전기적 특성 분포, 즉, 표적의 저항률 분포를 찾아내고 영상으로 복원하는 것이다.

EIT의 영상 복원 과정은 두 가지 계산 과정으로 이루어진다. 첫 번째 과정에서는 물체의 경계면에서 여러 개의 전극을 통하여 전류를 주입하고 저항률 분포의 함수로써 경계면에 유기되는 전압을 구한다. 이를 정문제(forward problem)라고 한다. 이는 Neumann 형의 경계 조건을 갖는 일반화된 Laplace 방정식으로 기술되며, 그 해석적인 해를 구하기가 매우 어려우므로 수치적 방법인 유한 요소법(finite element method; FEM), 경계 요소법(boundary element method; BEM), 또는 유한 차분법(finite difference method; FDM) 등으로 근사해를 계산한다. FDM에서는 Taylor 전개를 사용하여 편미분방정식을 연립 대수 방정식으로 근사하고, 격자점에서 근사해를 얻는다. FDM은 개념이 간단하고 수치해법적으로 구현하기 쉬우나 복잡한 경계나 기하학적 형태를 구현하는데 한계가 있고, 수렴성을 높이기 위하여 격자를 많이 사용해야 된다는 단점이 있다. BEM은 불균질 영역의 수가 그리 많지 않은 bioelectric 문제에 적합하다. BEM은 관심 영역의 경계에서의 정보만을 이용하므로 문제의 공간 차원을 1차원으로 줄일 수 있다. BEM은 전체 영역에 대하여 정의된 편미분 방정식을 경계에서만 정의되는 적분 방정식으로 변환한다. BEM에서는 불균질 영역의 경계만이 이산화되므로 FEM에서 보다 격자 생성이 훨씬 쉽다. BEM의 단점은 불균질성이 큰 문제에서는 적용하기 곤란하다는 점이다. FEM은 복잡한 기하학적 형태와 경계조건을 갖는 편미분 방정식을 푸는데 사용되어온 방법이다. 따라서 본 논문에서는 FEM을 정문제의 해법으로 사용하였다. 정문제 해석에서는 UMIST 연구구립과 핀란드 Kuopio대학의 Inverse Problems 연구그룹, UCL 연구그룹 등 (Bill Loinheart et al, 2000)에 의해 휴대하기 쉽고(portable) 에러에 강한(robust) 소프트웨어 생산을 목표로 하여 개발된 EIDORS라는 MATLAB 소스가 유용하게 널리 쓰이고 있다.

두 번째 과정에서는 역으로 주입 전류와 경계면에 유기된 전압 값을 이용하여 표적의 저항률 분포를 추정하고 그 표적의 영상을 복원하는데, 이를 역문제(inverse problem)라고 한다. EIT에서는 표적의 초기 저항률 값을 가정하여 정문제와 역문제의 반복연산을 통하여 이를 개선하고, 계산된 경계면의 전압 값이 실제 물체의 경계면의 전압 값 허용오차 범위 내에 수렴할 때의 저항률 값으로 최종 영상을 복원한다. 그러나 역문제를 해결하는 과정에서 부정치성(ill-posedness) 특성 때문에 종종 만족스럽지 못한 결과를 초래한다.

이는 실제 EIT의 영상 복원 시, 비선형 측정 함수의 선형화에 따른 모델링 오차, 측정 전압에 포함된 잡음 등의 외란 등이 복원 영상에 큰 영향을 줄 수 있음을 의미한다. 이러한 부정치성 문제를 해결하기 위해 다양한 regularization 방법을 제시해 왔으며, 아직도 계속 논의의 대상이 되고 있다. Akaike(1974)는 Hessian 행렬의 매우 작은 고유치들을 소거하면서 상태수(condition number)를 줄이는 방법을 사용했으며 Murai 등(1985)은 SVD(singular value decomposition)법을 사용했다. 최근에 Cohen-Bacrie 등(1997)은 Variance uniformization constraint를 이용한 다른 regularization법을 제안했으며 Vauhkonen 등(1996,1998)은 Tikhonov regularization법과 subspace regularization기법을 사용하여 부분적으로 좋은 결과를 얻었다.

본 논문에서는 EIT 시스템에 적합한 정문제 해석을 FEM에 기초하여 전개하였다. 그리고 표적의 저항률 분포의 비선형 함수로써 기술되는 경계면의 측정 전압을 반복 연산 과정에서 갱신되는 저항률 값에 대하여 선형화하여 얻은 측정 방정식과 random walk 모델을 이용하여 구한 상태 방정식으로 구성되는 동적모델을 근거로 시간에 따라 변하는 저항률 분포를 온라인으로 추정하기 위해 unscented 칼만 필터(unscented Kalman filter; UKF)을 이용한 전기 임피던스 단층촬영법의 영상복원 알고리즘을 제안하였다.

제안된 영상복원 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 성층류 유동장에서의 동적 계면을 모사한 시나리오에 따른 UKF를 이용한 영상복원 결과와 비선형 시스템에서 적용하는 대표적인 필터인 확장 칼만 필터(extended Kalman filter; EKF)의 영상복원 결과를 비교 분석하였다. 본 논문의 영상복원 알고리즘은 EKF에 근거한 동적 영상복원 알고리즘에 비해 계산량은 증가하지만, 동적표적에 대한 영상복원 성능이 개선되고 특히, 시간에 대한 변화가 심한 경우에도 잘 대처할 수 있다.

II. EIT 영상 복원 알고리즘

1. 정문제 해석

물체의 경계면에 여러 개의 전극을 통해 전류를 주입하고 이미 알고 있는 저항률 분포의 함수로써 경계면에 유기되는 전압은 Maxwell 방정식으로부터 유도되는, 다음과 같은 neumann 형의 경계 조건을 갖는 일반화된 Laplace 방정식으로 기술되며 본 논문에서는 전극의 shunting 효과와 전극과 내부와의 접촉 저항(contact impedance)을 모두 고려한 완전 전극 모델(complete electrode model)을 사용하였다.

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla u \right) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

$$u + z_l \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} = U_l \quad \text{on } e_l, l=1, 2, \dots, L \quad (2)$$

$$\int_{e_l} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} dS = I_l \quad l=1, 2, \dots, L \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \quad \text{on } \partial\Omega \setminus \bigcup_{l=1}^L e_l \quad (4)$$

여기서 Ω , $\partial\Omega$, ρ , e_l , z_l , U_l , I_l , L 은 각각 물체의 내부 영역, 물체의 경계면, 내부저항, l 번째 전극, l 번째 전극에서의 접촉 저항, l 번째 전극에서의 측정 전압, 법선 벡터, 전극 수이다. 위의 조건에 부가하여, 해의 존재성과 유일성을 보장하기 위하여 위의 경계 조건에 키르히호프의 법칙(Kirchhoff's law)을 만족하는 다음과 같은 주입 전류와 측정 전압에 대한 조건을 부가한다.

$$\sum_{l=1}^L I_l = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^L U_l = 0 \quad (6)$$

저항률 분포, 즉, 역문제를 해결하기 위해서는 물리적 모델에 대한 정문제의 해가 필요한데, 대부분의 실제 상황에서는 식 (1)~(4)의 경계 조건을 갖는 비선형 편미분 방정식의 해석적인 해를 구하기가 매우 어려우므로 수치적 방법을 도입해야 한다. 가장 널리 사용되고 있는 수치적 방법들로는 유한 요소법(FEM), 경계 요소법, 유한 차분법 등이 있으며, 본 논문에서는 다른 방법들보다 실행 가능한 방법인 FEM을 사용하여 정문제의 해를 계산하였다.

FEM에서는 계산 영역 Ω 를 매우 작은 삼각형 요소로 세분하고 각 요소내의 저항률 값을 일정하다고 가정하여, 내부 전압 U 를 다음과 같이 근사한다.

$$u \approx u^h(x, y) = \sum_{i=1}^L \alpha_i \Phi_i(x, y) \quad (7)$$

여기서 N 은 총 node 수, Φ_i 는 i 번째 node에서는 1이고 나머지 node에서는 0인 기저함수(basis function), α_i 는 i 번째 node에서 전압이다. 식 (6)을 만족시키기 위하여 전극에서의 측정 전압 U 를 다음과 같이 근사 한다.

$$U \approx U^h = \sum_{j=1}^{L-1} \beta_j n_j \quad (8)$$

여기서

$$n_1 = [1, -1, 0, \dots, 0]^T \quad (9)$$

$$n_2 = [1, 0, -1, 0, \dots, 0]^T \quad (10)$$

$$n_{L-1} = [1, 0, 0, 0, \dots, -1]^T \quad (11)$$

이다. u 와 U 에 대한 weighting function을 v 와 V 라 하면, 이 문제에 대한 variational form은 다음과 같다.

$$B_s((u, U), (v, V)) = \sum_{l=1}^L I_l V_l \quad (12)$$

여기서 B_s 는 다음과 같이 정의되는 variational form이다.

$$B_s((u, U), (v, V)) = \int_{\Omega} \sigma \nabla u \cdot \nabla v dx + \sum_{l=1}^L \frac{1}{z_l} \int_{e_l} (u - U_l)(v - V_l) ds \quad (13)$$

v 와 V 에 대한 기저 함수를 u 와 U 에 대한 기저 함수와 같다고 두는 Galerkin 방법을 사용하면 위의 미분 방정식은 다음과 같은 연립 대수 방정식으로 근사 된다.

$$Ab = \tilde{I} \quad (14)$$

여기서

$$A = \begin{pmatrix} B & C \\ C^T & D \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad \tilde{I} = \begin{pmatrix} 0 \\ \xi \end{pmatrix} \quad (15)$$

기저함수들 Φ_i 와 n_j 를 식 (13)의 variational form에 대입하고 적분하여 얻어지는 행렬들 B, C, D 는 다음과 같이 주어진다.

$$B(i, j) = \int_{\Omega} \sigma \nabla \Phi_i \cdot \nabla \Phi_j d\Omega + \sum_{l=1}^L \frac{1}{z_l} \int_{e_l} \Phi_i \Phi_j dS \quad i, j = 1, 2, \dots, N_n \quad (16)$$

$$C(i, j) = -\left(\frac{1}{z_1} \int_{e_1} \Phi_i dS - \frac{1}{z_{j+1}} \int_{e_{j+1}} \Phi_i dS \right) \quad i = 1, 2, \dots, N_n, j = 1, 2, \dots, L-1 \quad (17)$$

$$D(i,j)=\begin{cases} \frac{|e_1|}{z_1}, & i \neq j \\ \frac{|e_1|}{z_1} + \frac{|e_{j+1}|}{z_{j+1}} & i=j \end{cases} \quad i,j=1,2,\dots,L-1 \quad (18)$$

여기서 $|e_j|$ 는 전극 j 의 너비이다.

2. 역 문제 및 unscented 칼만 필터

계의 경계면에 전극을 통해 주입한 전류 패턴과 경계면의 전극에 유기되는 전압값을 이용하여 내부의 저항률을 추정하는 과정을 역 문제라 한다.

매개변수 $d \in \mathbb{R}^{A \times 1}$ 을 시스템의 상태 변수로 설정하면 이산 시간 상태 방정식과 비선형 측정 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$d_k = I d_{k-1} + \omega_k \quad (19)$$

$$U_k = h_k(d_k) + \nu_k \quad (20)$$

여기서 $\omega_k \in \mathbb{R}^{A \times 1}$ 와 $\nu_k \in \mathbb{R}^{A \times 1}$ 는 각각 $Q = [\omega_k \omega_k^T]$, $Q = E[\nu_k \nu_k^T]$ 와 같은 공분산을 갖는 백색 가우시안(white Gaussian) 잡음이라 가정한다. 여기서 Λ 는 front point 벡터의 차원이고 L 은 전극의 수이다.

Figure. 2와 같이 반지름이 R 인 관을 통해 서로 섞이지 않는 두 액체가 흐른다고 가정한다. 두 액체 간 경계는 경계위에 분포된 front points P_λ , ($\lambda=1,2,\dots,\Lambda$)으로 표현된다고 하자. 여기서 Λ 는 front points의 총수이다. P_1 과 P_Λ 는 각각 가장 왼쪽과 오른쪽 front point이고 경계의 가장자리에 위치하고 있다.

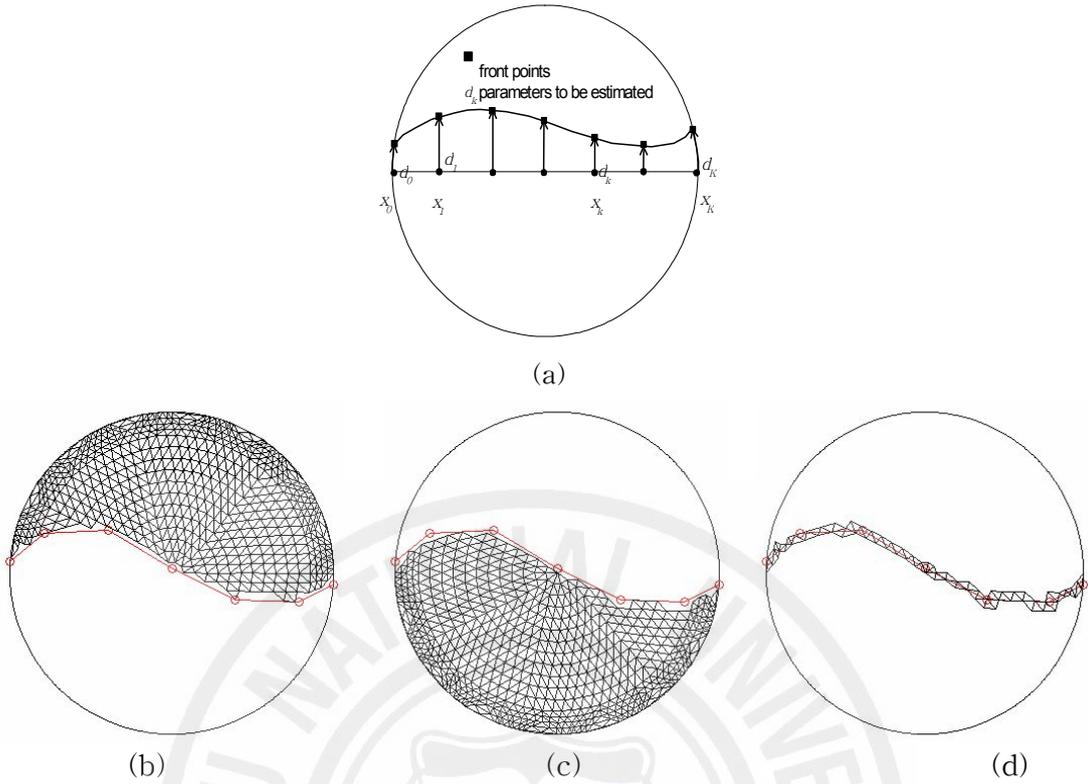


Figure 2. Problem representation: (a) description of interface with front points; (b) mesh elements above the interface with conductivity σ_1 , (c) mesh elements below the interface with conductivity σ_2 , (d) mesh elements on the interface with elements area averaged conductivity profile $(A_1 \sigma_1 + A_2 \sigma_2) / (A_1 + A_2)$ A_1 and A_2 being the areas of the element above and below the interface, respectively.

각 front points는 d_λ 를 매개변수로 하여 나타낼 수 있다. 내부의 front points ($\lambda=2, \dots, \Lambda-1$)는 중심의 수평선 위에 위치한 front points($x_\lambda, 0$)로부터 수직 방향으로 거리 d_λ 로 정의할 수 있고 P_λ 의 좌표는 (X_λ, d_λ) 로 나타낼 수 있다. 여기서 수평선 위의 points 위치는 미리 결정된다. 그러나 양 끝의 front points는 앞에서와 같은 방법으로 정의할 수 없다. 그 대신에 d_1 과 d_Λ 는 $(x_1, 0) = (-R, 0)$ 와 $(x_\Lambda, 0) = (R, 0)$ 같이 front point에서 경계면 가장자리까지의 경로 길이로 정의된다.

$$(X_1, Y_1) = \left(-R \cos \frac{d_1}{R}, R \sin \frac{d_1}{R} \right) \quad (21)$$

$$(X_\lambda, Y_\lambda) = (x_\lambda, d_\lambda), \quad \lambda = 2, \dots, \Lambda - 1 \quad (22)$$

$$(X_\Lambda, Y_\Lambda) = \left(R \cos \frac{d_\Lambda}{R}, R \sin \frac{d_\Lambda}{R} \right) \quad (23)$$

여기서 변수 벡터 $d = (d_1, d_2, \dots, d_\Lambda)^T \in \mathbb{R}^{\Lambda \times 1}$ 는 unscented 칼만 필터에 의해 구해진다.

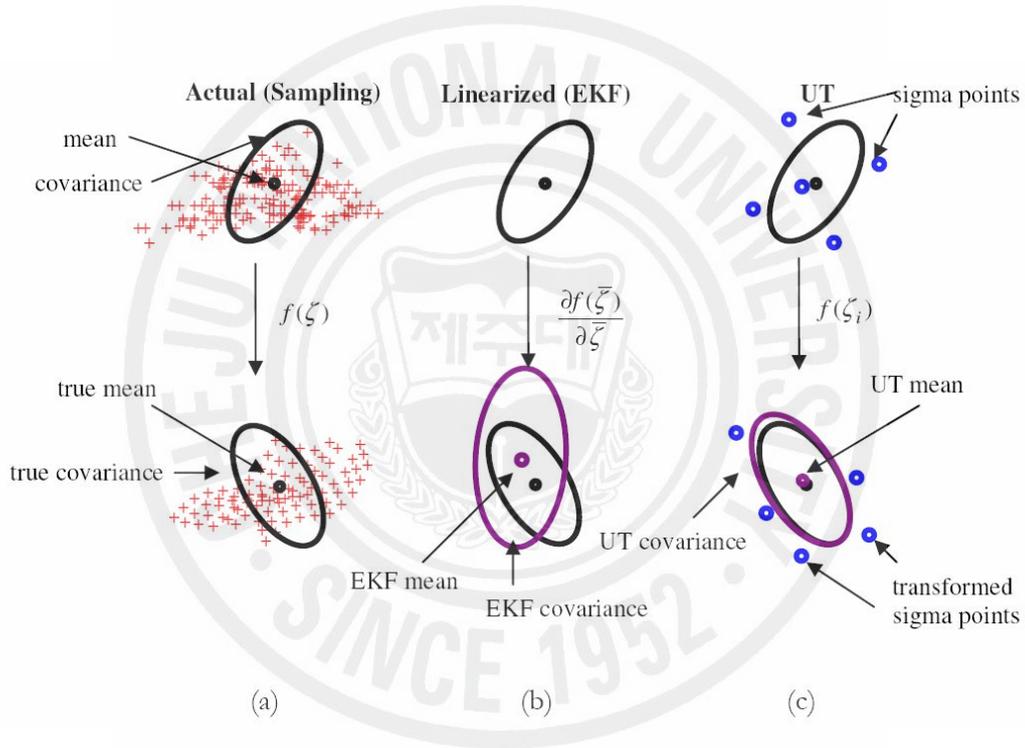


Figure 3. An example of unscented transform for mean and covariance propagation: (a) actual; (b) first-order linearization (EKF); and (c) unscented transform.

UKF(unscented Kalman filter)는 EKF의 단점을 보완하기 위해 제안된 비선형 필터이다. EKF(extended Kalman filter)는 비선형 시스템에서 적용하는 대표적인 필터로 추정 상태값 $\hat{x}(k)$ 의 공분산 행렬을 시간 전파할 때 비선형 모델을 선형화하여 계산한다. 그러므로 비선형 모델의 선형화는 확률적으로 특성을 왜곡

시켜 불안정한 필터가 되는 경우가 많으며, 자코비안(Jacobian)을 계산해야 하기 때문에 계산량이 다소 많아지는 문제점이 있다. UKF의 특징은 공분산 행렬을 구할 때 EKF와는 달리 비선형모델을 선형화하지 않는다. 대신에 상태벡터에 대한 sigma point를 선정하고, 각각의 sigma point에 대한 비선형 모델을 통해 시간 전파한 결과를 사용하여 구한 표본 평균과 표본 공분산 행렬을 사용하여 UT(Unscented Transformation)를 수행한다. UKF는 자코비안을 구하지 않아도 되므로 EKF 보다 계산상 이점이 있다. 또한, UT를 통한 공분산 행렬의 전파는 확률분포의 왜곡이 없으므로 EKF 보다 정확하고 안정성이 뛰어나다는 장점이 있다. UT를 이용하여 UKF를 구성하는 과정을 정리하면 다음과 같다.

초기화:

$$\hat{d}_0 = E[d_0] \quad (24)$$

$$P_0 = E[(d_0 - \hat{d}_0)(d_0 - \hat{d}_0)^T] \quad (25)$$

$$\hat{d}_0^a = E[d^a] = [\hat{d}_0^T \quad 0 \quad 0]^T \quad (26)$$

$$P_0^a = E[(d_0^a - \hat{d}_0^a)(d_0^a - \hat{d}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad (27)$$

sigma point 계산:

$$d_{k-1}^a = \left[\hat{d}_{k-1}^a \quad \hat{d}_{k-1}^a + \sqrt{(M + \lambda)P_{k-1}^a} \quad \hat{d}_{k-1}^a - \sqrt{(M + \lambda)P_{k-1}^a} \right] \quad (28)$$

시간 갱신 단계:

$$X_{k|k-1}^d = I X_{k-1}^d + X_{k-1}^o \quad (29)$$

$$\widehat{d}_k = \sum_{i=0}^{2M} W_i^{(m)} X_{i,kk-1}^d \quad (30)$$

$$P_k^- = \sum_{i=0}^{2M} W_i^{(c)} [X_{i,kk-1}^d - \widehat{d}_k^-] [X_{i,kk-1}^d - \widehat{d}_k^-]^T \quad (31)$$

$$\Psi_{kk-1} = h_k(X_{kk-1}^d) + X_{k-1}^v \quad (32)$$

$$\widehat{U}_k^- = \sum_{i=0}^{2M} W_i^{(m)} \Psi_{i,kk-1} \quad (33)$$

측정 갱신 단계:

$$P_{U_k^o U_k^o} = \sum_{i=0}^{2M} W_i^{(c)} [\Psi_{i,kk-1} - \widehat{U}_k^-] [\Psi_{i,kk-1} - \widehat{U}_k^-]^T \quad (34)$$

$$P_{d_k U_k} = \sum_{i=0}^{2M} W_i^{(c)} [X_{i,kk-1}^d - \widehat{d}_k^-] [\Psi_{i,kk-1} - \widehat{U}_k^-]^T \quad (35)$$

$$K_k = P_{d_k U_k} P_{U_k^o U_k^o}^{-1} \quad (36)$$

$$\widehat{d}_k = \widehat{d}_k^- + K_k (\bar{U}_k - \widehat{U}_k^-) \quad (37)$$

$$P_k = P_k^- - K_k P_{U_k^o U_k^o} K_k^T \quad (38)$$

여기서 $d^a = [d^T \ \omega^T \ v^T]^T$, $x^a = [(x^d)^T \ (x^\omega)^T \ (x^v)^T]^T$ 이고 $\lambda = \alpha^2(M+k) - M$ 는 composite scaling parameter이고 α 는 sigma points의 분포를 결정한다.

$$W_0^{(m)} = \lambda / (M + \lambda) \quad (39)$$

$$W_0^{(c)} = \lambda / (M + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (40)$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / \{2(M + \lambda)\}, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (41)$$

여기서 $M=2N+L$ 이며 N 은 Fourier 계수의 차원이고 L 은 전극의 총 수이다.

Ⅲ. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

본 장에서는 제안된 영상복원 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 층류 유동장에서 동적 계면을 모사한 시나리오에 따른 unscented 칼만 필터(unscented Kalman filter: UKF)를 이용한 영상복원 결과와 비선형 시스템에서 적용하는 대표적인 필터인 확장 칼만 필터(extended Kalman filter: EKF)의 영상복원 결과를 비교 분석하였다.

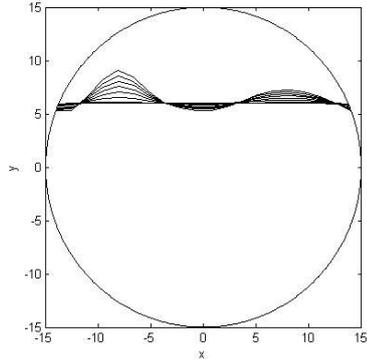
측정 데이터 생성을 위해 유동면적을 2088개의 요소(N)와 1109개의 노드(M)로 나타냈으며 경계면 추정을 위해 cubic spline 보간법이 사용되었다. 영상복원시에는 1968개의 요소(N)와 1049개의 노드(M)가 사용되었다.

팬텀의 직경은 30cm이고 전극의 너비는 2.7cm 이고 전극 수(L)는 16개이다. 10개의 front points를 사용하여 혼합되지 않는 두 액체의 전도도가 각각 $100(\Omega^{-1}cm^{-1})$ 와 $1000(\Omega^{-1}cm^{-1})$ 으로 전도도비는 1:100인 경우 Gaussian noise가 1%, 2%, 그리고 3%때의 컴퓨터 시뮬레이션을 시행하였다. 또한 front points가 10개이고 Gaussian noise가 1% 경우 전도도비를 1:10000까지 높여서 시뮬레이션을 시행하였다.

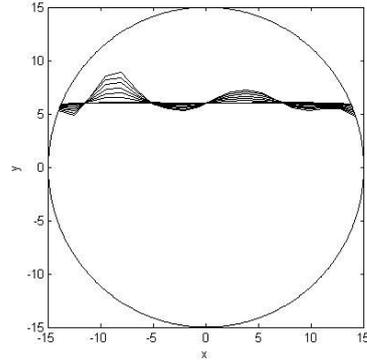
Figure. 4(a)는 front point가 10개인 경우의 시나리오를 나타낸다. 그리고 front point 수를 12개, 14개, 16개로 늘려 시뮬레이션을 수행하였는데 Figs. 4(b), 4(c), 4(d)는 각각의 시나리오를 나타낸다.

모든 시뮬레이션에서는 매우 작은 측정 데이터가 사용되었다. 즉 시나리오 영상은 1 frame에 4개의 전류패턴을 사용하였으며 총 8 frame으로 전류패턴의 수는 32개를 사용하였다. 그리고 접촉 임피던스(contact impedance)는 $z=0.005$ 이다.

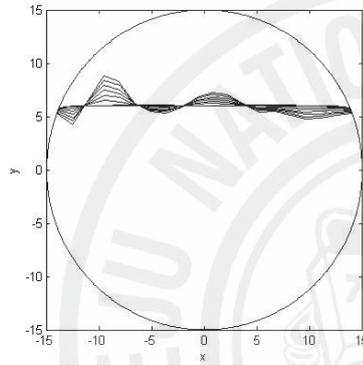
전류를 입력하고 전압을 측정하는 방법에는 neighboring method, opposite method, cross method, multi-reference method 및 adaptive method 등이 있으



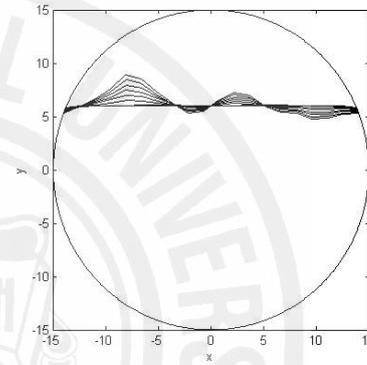
(a) scenario 1



(b) scenario 2



(c) scenario 3



(d) scenario 4

Figure 4. Scenario considered: (a) for reconstruction with 10 front points; (b) for reconstruction with 12 front points; (c) for reconstruction with 14 front points; and (d) for reconstruction with 16 front points.

며 본 시뮬레이션에서는 전류 밀도가 균일하고 민감도가 좋은 opposite method 를 사용하였다. 그리고 제안된 영상복원 알고리즘의 성능을 평가하기 위하여 실제 표적의 계면과 추정된 계면의 $RMSE_d$ 을 다음과 같이 정의하였다.

$$RMSE_d = \frac{\|d_{estimated} - d_{true}\|}{\|d_{true}\|} \quad (42)$$

1. Gaussian noise에 따른 영상복원

Figures. 5~7은 시나리오1에서의 4패턴후의 경계면 영상복원을 보여준다. 실제 상태를 모의 하기위해 전압 측정에 Gaussian noise를 1%, 2%, 3% 추가하였다. Table 1은 영상복원에 사용된 EKF와 UKF의 parameter들이다. 영상복원결과로부터 UKF에 의해 복원된 계면추정능력이 EKF에 비해 실제 표적의 위치를 보다 정확하게 표현한다. RMSE값을 비교해보면 평균 RMSE값이 UKF는 0.05이고 EKF는 0.1로 2배 차이가 난다. Gaussian noise가 2%인 경우 UKF는 0.08, EKF인 경우 0.1로 1.25배 차이가 난다. Gaussian noise가 3%인 경우에는 UKF는 0.09, EKF는 0.11이며 그림에서 보는 바와 같이 EKF의 경우 영상 복원의 결과는 매우 나쁘다. UKF는 작은 변화의 경우 매우 빠르게 실제 경계면에 접근하지만 EKF인 경우 그와 반대로 천천히 수렴한다. 평탄한 경계면인 경우 UKF와 EKF 모두 비슷하게 영상 복원을 하지만 경계면에 여러 물결이 있는 경우와 물결의 최고치와 골 차이가 매우 큰 경우에는 UKF가 EKF에 비해 매우 좋은 복원 영상을 보여준다.

Table 1. Parameters used in simulations for assessing the impact of measurement noise in 10 front points case with 1:100 contrast ratio.

Parameters	EKF			UKF		
	1% white Gaussian Noise	2% white Gaussian Noise	3% white Gaussian Noise	1% white Gaussian Noise	2% white Gaussian Noise	3% white Gaussian Noise
Q	$0.01 I_A$					
R	$4 \times 10^3 I_L$	$4 \times 10^3 I_L$	$9 \times 10^4 I_L$	$1 \times 10^3 I_L$	$1 \times 10^3 I_L$	$3 \times 10^4 I_L$
P_0	$0.01 I_A$					
γ	0.0001	0.00001	0.0001	-	-	-
α	-	-	-	1.5	1.5	1
β	-	-	-	2	2	2
κ	-	-	-	0	0	0

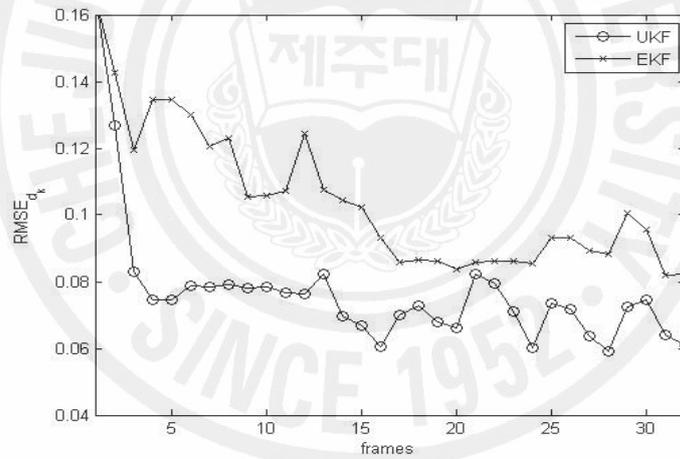
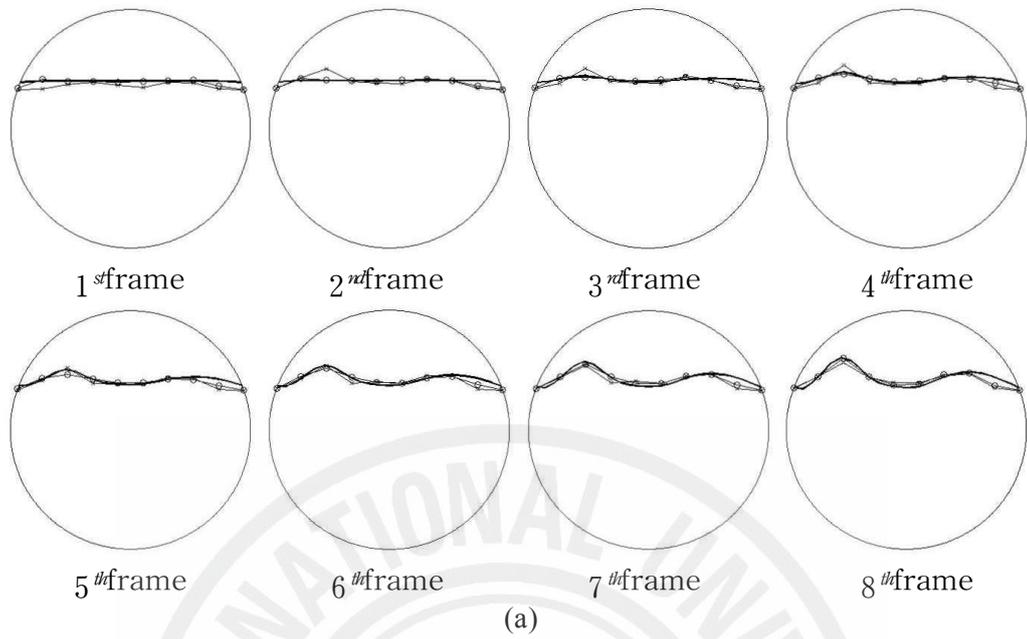
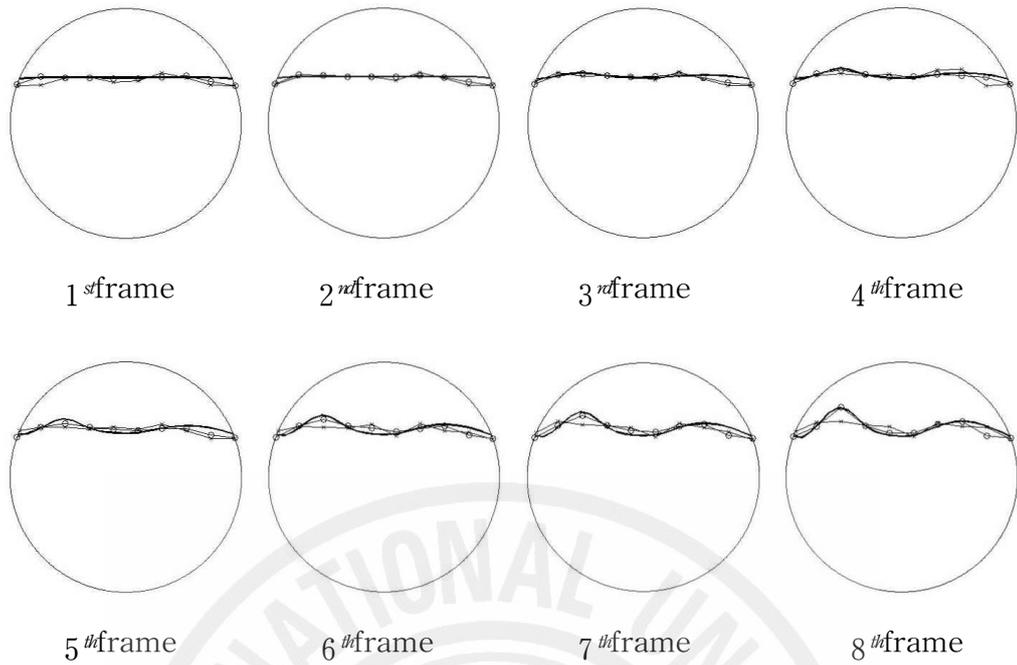
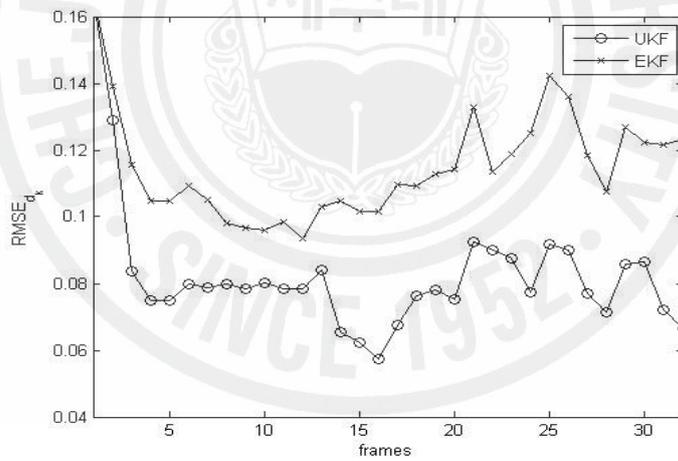


Figure 5. Results with 10 front points for scenario 1 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF.

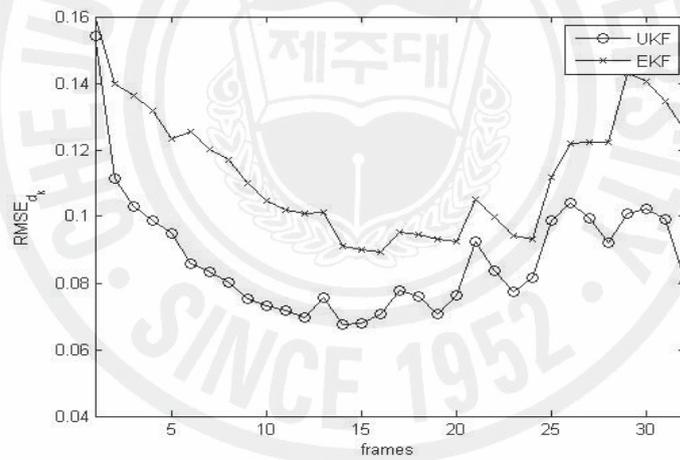
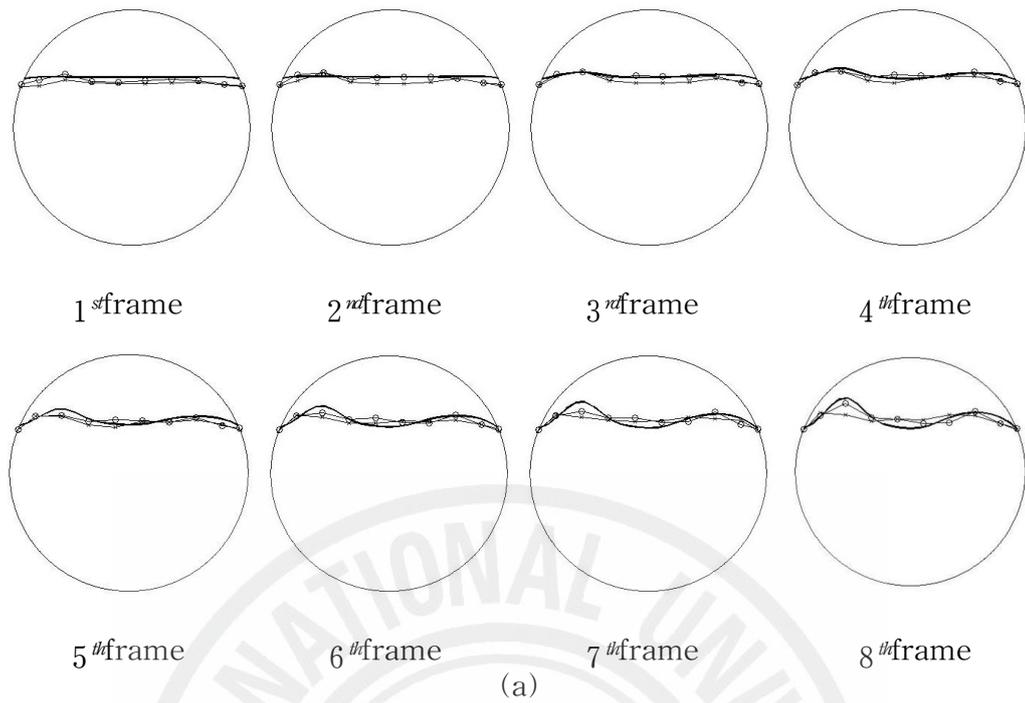


(a)



(b)

Figure 6. Results with 10 front points for scenario 1 with measurements perturbed by 2% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF.



(b)

Figure 7. Results with 10 front points for scenario 1 with measurements perturbed by 3% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:100: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF.

2. 전도도비에 따른 영상복원

혼합되지 않는 두 액체가 유동할 때 두 액체간의 전도도 차이가 나타난다. 전도도 차이는 영상복원에 큰 영향을 끼치게 된다. 전도도비가 커지게 되면 시스템 저항도 커지게 되며 그 결과 측정에러공분산행렬 R 도 커지게 된다. 여기서 주목해야 할 것은 EKF의 측정에러공분산행렬 R 은 항상 UKF보다 크다는 것이다. 그 이유는 EKF는 테일러급수의 고차항을 무시하는 과정에 선형화 에러가 포함되기 때문이다. 이점을 미루어 볼 때 역문제를 풀 때에 EKF 대신 UKF를 대신해서 사용하면 보다 좋은 결과를 예상할 수 있다.

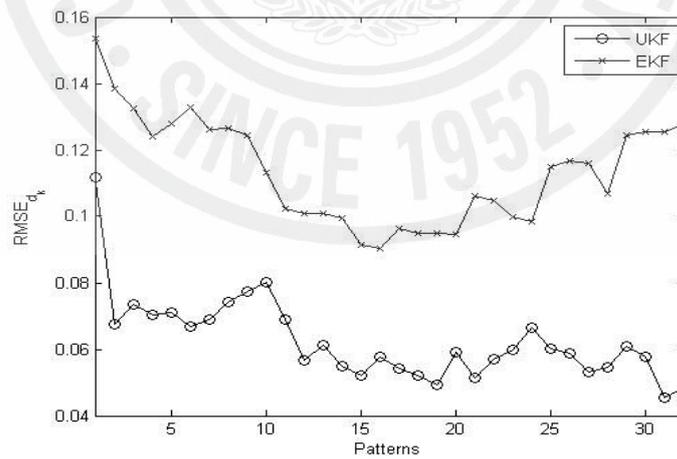
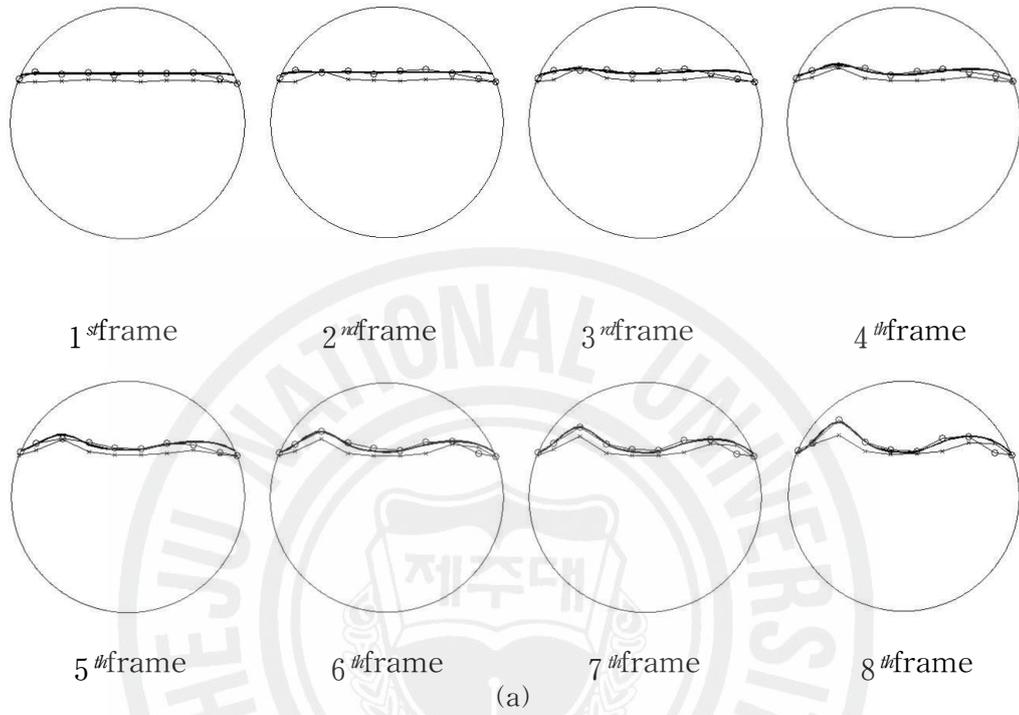
Fig. 8-9는 front point수가 10개이고 Gaussian noise가 1%일 경우 전도도비를 다르게 하여 경계면을 추정한 결과를 나타낸다. 사용된 parameter들은 Table 2. 과 같다. 전도도비가 1:100, 1:1000, 그리고 1:10000일 때 평균 RMSE값을 비교해보면 UKF인 경우 약 0.05에서 0.09 사이로 전도도비가 상승할 때 매우 작은 변

Table 2. Parameters used in simulations for assessing the impact of measurement noise in 10 front points case with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise.

Parameters	EKF		UKF	
	Contrast Ratio 1:1000	Contrast Ratio 1:10000	Contrast Ratio 1:1000	Contrast Ratio 1:10000
Q	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$
R	$5 \times 10^6 I_L$	$6 \times 10^7 I_L$	$4 \times 10^4 I_L$	$4 \times 10^6 I_L$
P_0	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.1 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$
γ	0.00001	0.0001	-	-
α	-	-	1.5	1.5
β	-	-	2	2
κ	-	-	0	0

화를 보여준다. 그와 반대로 EKF인 경우 영상복원 결과는 매우 다르게 나타난

다. 전도도비를 증가시키면 RMSE값은 급격히 증가되며 Fig. 9에서 볼 수 있듯이 전도도비가 1:10000인 경우 복원된 영상이 불안정하고 RMSE 또한 UKF와 매우 큰 차이가 나는 것을 확인 할 수 있다.



(b)

Figure 8. Results with 10 front points for scenario 1 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:1000: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF.

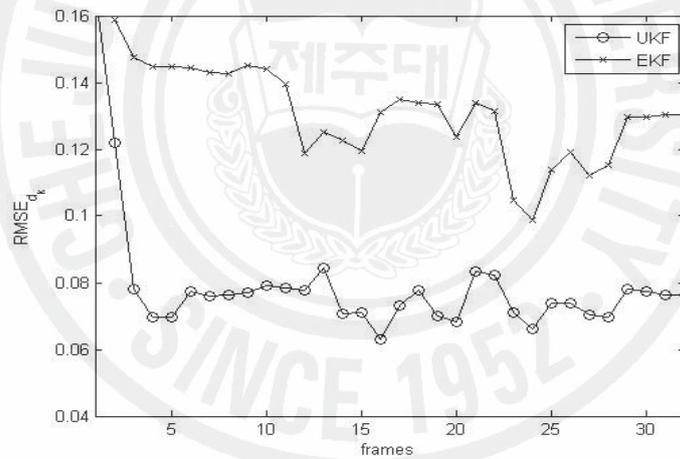
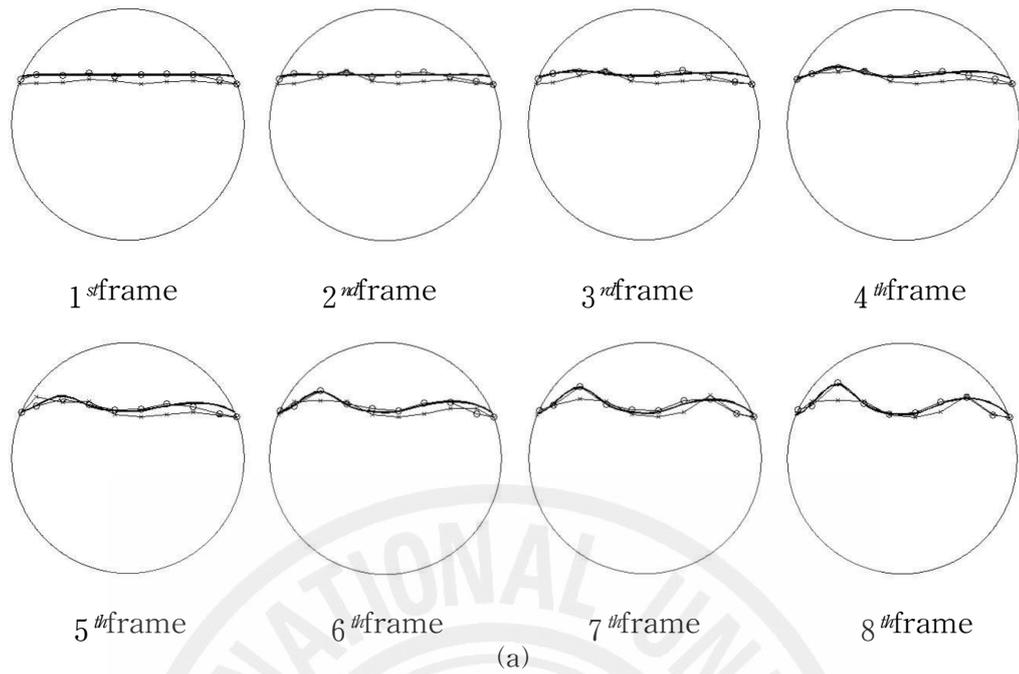


Figure 9. Results with 10 front points for scenario 1 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:10000: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF.

3. Front point수에 따른 영상복원

앞에서 언급했듯이 경계면에 물결이 많아질 경우 UKF가 EKF보다 좋은 영상 복원결과를 보여준다. figure. 4는 영상복원 시나리오를 나타내며 front point 수를 증가시켜 물결수를 증가시켰다. 즉 front point 수를 증가에 따른 영상복원을 수행하였고 그 결과는 Figs. 10-12에서 확인할 수 있다. Table 3은 영상복원에 사용된 EKF와 UKF의 parameter들이다. 복원결과에서 보는 바와 같이 front point 수가 증가 할 경우에는 임의의 경계면에 위치한 front point 수의 증가로 보다 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 그러나 EKF인 경우 front point 수가 10보다 클 경우 매우 나쁜 복원성능을 보여준다. 그러나 front point 수가 16인 경우 영상복원 질이 떨어지며 수가 더 증가할 경우 실제 경계면과 오차가 커짐을 알 수 있다.

Table 3. Parameters used in simulations for assessing the impact of 10 front points case.

Parameters	EKF			UKF		
	12 Front Points	14 Front Points	16 Front Points	12 Front Points	14 Front Points	16 Front Points
Q	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.1 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$
R	$5 \times 10^6 I_L$	$4 \times 10^4 I_L$	$2 \times 10^6 I_L$	$6 \times 10^4 I_L$	$4 \times 10^4 I_L$	$4 \times 10^5 I_L$
P_0	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.1 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$	$0.01 I_{\Lambda}$
γ	0.00001	0.0001	0.0001	-	-	-
α	-	-	-	1.5	1	1.5
β	-	-	-	2	2	2
κ	-	-	-	0	0	0

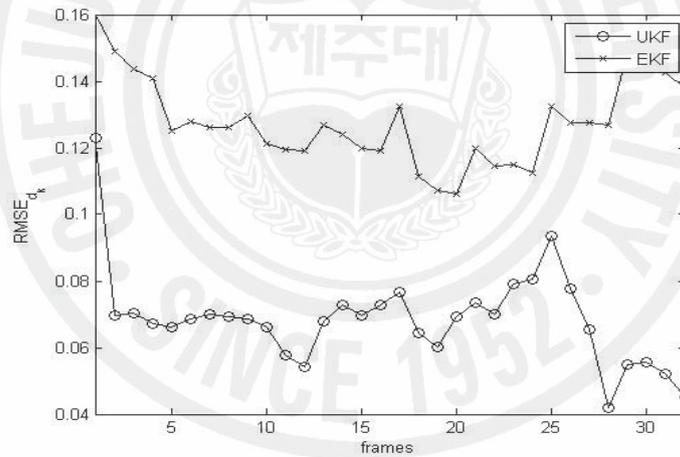
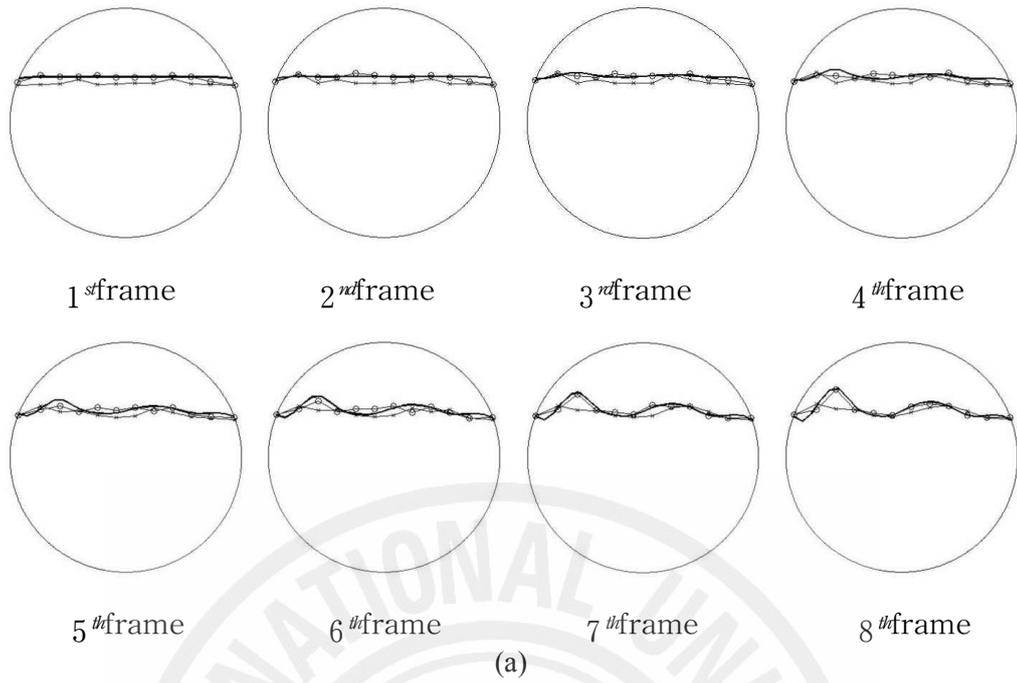


Figure 10. Results with 12 front points for scenario 2 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:1000: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF.

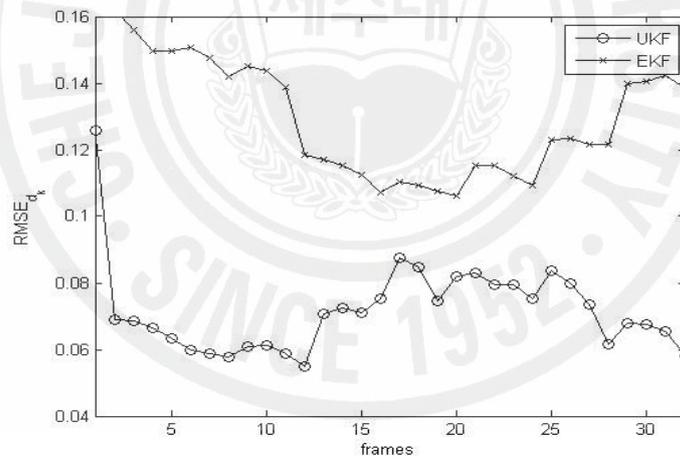
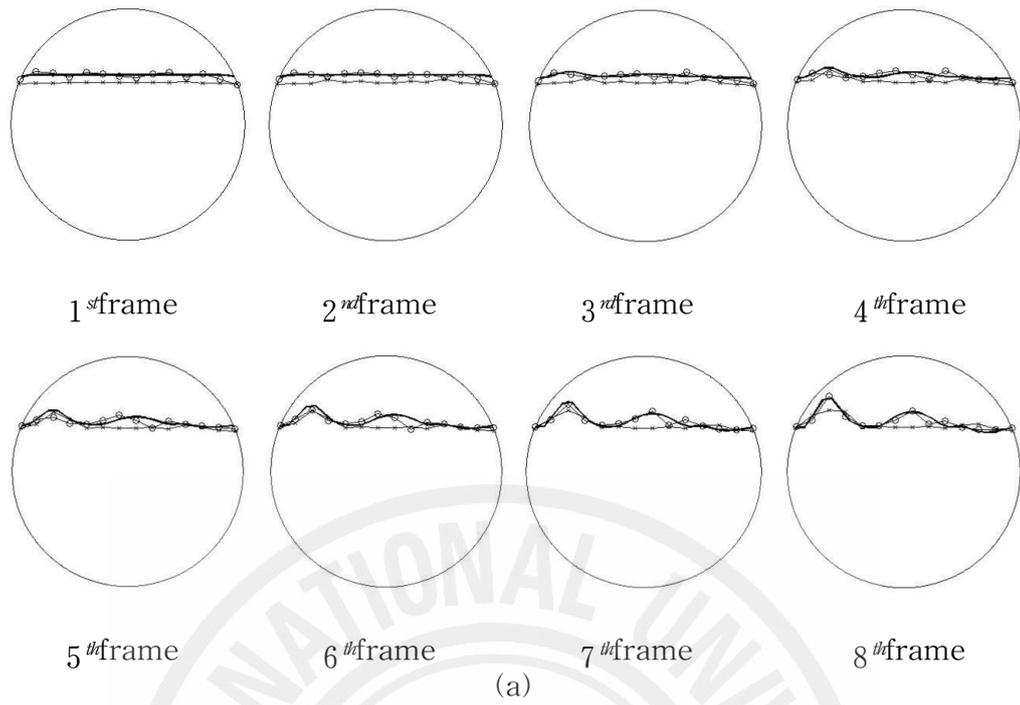


Figure 11. Results with 14 front points for scenario 3 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:1000: (a) reconstructed boundaries after every 4 current patterns. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF.

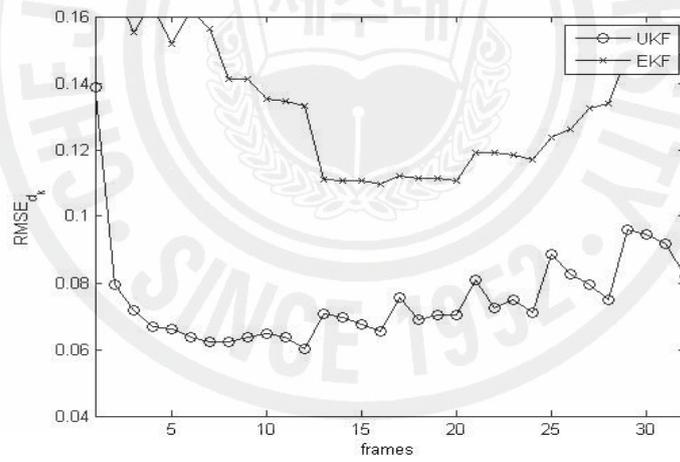
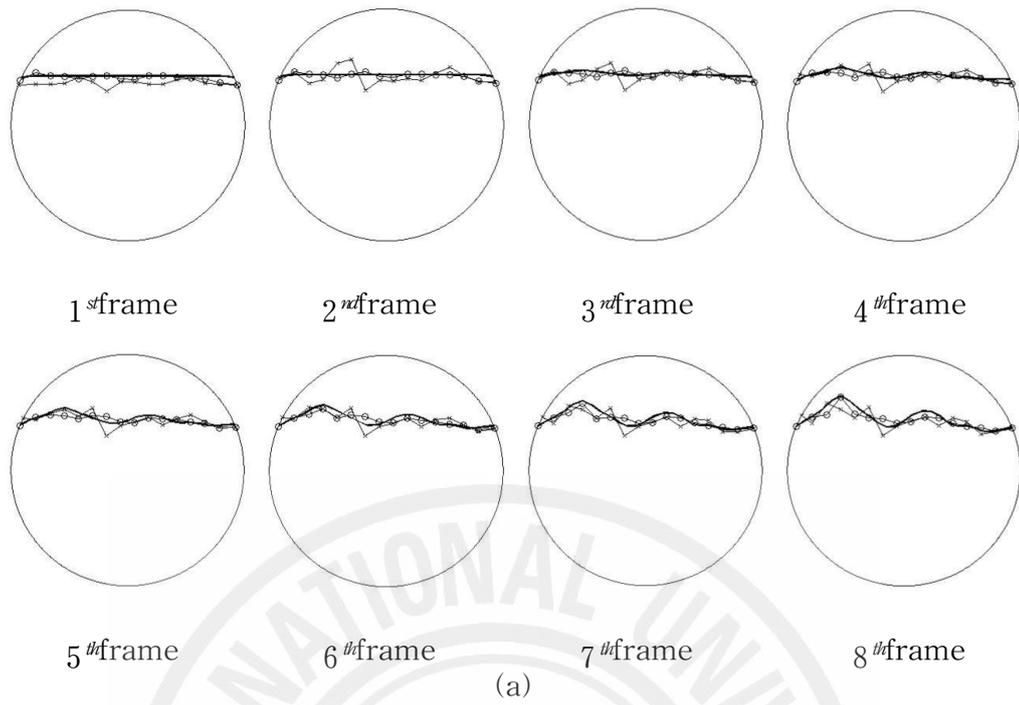


Figure 12. Result with 16 front points for scenario 4 with measurements perturbed by 1% white Gaussian noise and contrast ratio of 1:1000: (a) reconstructed boundaries after every 4 current pattern. True profile (-), EKF (-x-), and UKF (-o-); (b) RMSE comparison between EKF and UKF.

IV. 결 론

본 논문에서는, 표적 내부의 저항률 분포의 함수로 기술되는 경계면의 측정전압을 반복연산 과정에서 갱신되는 추정 저항률 값에 대하여 선형화하여 얻은 측정방정식과 random walk 모델을 이용하여 구한 상태방정식으로 구성되는 동적 모델을 근거로, 시간에 따라 변하는 저항률 분포를 추정하기 위해 unscented 칼만 필터(unscented Kalman filter: UKF)를 제안하였다. 제안된 영상복원 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 pipelines에서 혼합되지 않는 두 액체의 성층류 유동장에서의 동적 계면을 모사한 시나리오를 상정하여 UKF를 이용한 영상복원 결과와 비선형 시스템에서 적용하는 대표적인 필터인 확장 칼만 필터(extended Kalman filter: EKF)의 영상복원 결과를 비교 분석하였다.

그 결과 Gaussian noise가 1%인 경우 EKF와 UKF 모두 양호한 복원 성능을 나타냈으나 노이즈가 증가함에 따라 UKF는 오차가 작게 나타나고 EKF의 오차가 크게 나타난다. 또한 두 알고리즘은 전도도비에 따른 영상복원과 front point 수에 따른 영상복원에서 많은 차이를 보여준다. 특히 front point 수에 따른 영상복원결과에서는 EKF에 비해서 UKF 알고리즘이 훨씬 우수한 복원 성능을 보였다. 즉, EKF는 동적계면의 변화가 많은 상황에서는 잘 대처하지 못하지만 UKF는 EKF와는 달리 비선형모델을 선형화하지 않고 상태벡터에 대한 sigma point를 선정하고, 각각의 sigma point에 대한 비선형 모델을 통해 시간 전파한 결과를 사용하여 구한 표본 평균과 표본 공분산 행렬을 사용하여 UT(Unscented Transformation)를 수행하기 때문에 확률분포의 왜곡이 없으므로 동적계면의 변화가 많은 영상의 복원에는 UKF 알고리즘이 효과적이다. 다만, EKF에 비해 계산량은 다소 증가하는 단점이 있다. 그러나 이런 계산량의 문제는 front point 수와 sigma point 수의 적절한 조절로 해결이 가능하리라 사료된다.

참 고 문 헌

- Bar-Shalom Y and Li X R 1993 *Estimation and Tracking: Principles, Techniques and software* (MA: Artech House)
- Blom H A P and Bar-Shalom Y 1998 The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients *IEEE Trans. Autom. Control* **33** 780-3
- Butler J E and Bonneau R T 2000 Inverse method for imaging a free surface using electrical impedance tomography *Chem. Eng. Sci.* **55** 1193-204
- Chung E T, Chan T F and Tai X C 2005 Electrical impedance tomography using level set representation and total variational regularization *J. Comput. Phys.* **205** 357-72
- Fairuzov Y V 2000 Numerical simulation of transient flow of two immiscible liquids in pipeline *AIChE J.* **46** 1332-9
- Gisser D C, Isaacson D, and Newell J C 1988 Theory and performance of adaptive current tomography system *Clinical Physics and Physiological Meas.* **9** 35-42
- Gladden L F, and Alexander P 1996 Application of nuclear magnetic resonance imaging in process engineering *Meas. Sci. Technol.* **7** 423-435
- Han D K and Prosperetti A 1999 A shape decomposition technique in electrical impedance tomography *J. Comput. Phys.* **155** 75-95

- Holand F A and Bragg R 1995 *Fluid Flow for Chemical Engineers* (London: Edward Arnold Publisher)
- Isaacson D 1986 Distinguishability of conductivities by electric current computed tomography *IEEE Trans. Medical Imaging* **M1-5** 91-95
- Jones O C, Lin J T, Ovacik L and Shu H 1993 Impedance imaging relative to gas-liquid systems *Nucl. Eng. Des.* **141** 159-176
- Julier S J, and Uhlmann J K 1997 A New Extension of the Kalman Filter to nonlinear Systems. In *The Proceedings of AeroSense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls, Multi Sensor Fusion, Tracking and Resource Management II*, SPIE.
- Julier S J, and Uhlmann J K 2004 Unscented filtering and nonlinear estimation *Proceedings of the IEEE* **92(3)** 2004
- Jeon H J, Kim J H, Choi B Y, Kim K Y, Kim M C, and Kim S 2005 Electrical Impedance Imaging of Binary Mixtures with Boundary Estimation Approach Based on Multilayer Neural Network *IEEE Sensors Journal* **5(2)** 313-319
- Kim K Y, Kim B S, Kim M C, Lee Y J, Vauhkonen M 2001 Image reconstruction in time-varying electrical impedance tomography based on the extended Kalman filter *Meas. Sci. Technol.* **12** 1-8
- Kim B S, Kim M C, Kim S, and Kim K Y 2004a Nonstationary electrical impedance tomography with the IMM scheme *Meas. Sci. Technol.* **15** 2113-2123

- Kim M C, Kim K Y, and Kim S 2005 Improvement of impedance imaging for two-phase systems with boundary estimation approach in electrical impedance tomography *The Canadian Journal of Chemical Engineering* **83** 55-63
- Kim K Y, Kim B S, Kim M C, Kim S, Isaacson D, and Newell J C 2004b Dynamic electrical impedance imaging with the interacting multiple model scheme *Physiol. Meas.* **26** S217-S233
- Kim M C, Kim S, and Kim K Y 2004c Estimation of phase boundaries in two-phase systems by electrical impedance tomography technique *J. Ind. Eng. Chem.* **10** 710-716
- Kim B S, Ijaz U Z, Kim J H, Kim M C, Kim and Kim K Y 2007a Nonstationary phase boundary estimation in electrical impedance tomography based on the interacting multiple model scheme *Meas. Sci. Technol.* **18** 62-70
- Kim J H, Kang B C, Choi B Y, Kim M C, Kim S, and Kim K Y 2006a Phase boundary estimation in electrical resistance tomography with weighted multilayer neural networks *IEEE Transactions on Magnetism* **42(4)** 1191-1194
- Kim M C, Kim S, Kim K Y, Seo K H, Jeon H J, Kim J H and Choi B Y 2006b Estimation of phase boundary by front points method in electrical impedance tomography *Inverse Problems Sci. Eng.* **14** 455-66
- Kim J H, Kang B C, Lee S H, Choi B Y, Kim M C, Kim B S, Ijaz U Z, Kim K Y and Kim S 2006c Phase boundary estimation in electrical resistance

- tomography with weighted multi-layered neural networks and front point approach *Meas. Sci. Technol.* **17** 2731-2739
- Kim S, Ijaz U Z, Khambampati A K, Kim K Y, Kim M C, and Chung S I 2007b Moving interfacial boundary estimation in stratified flow of two immiscible liquids using electrical resistance tomography *Meas. Sci. Technol.* **18** 1257-1269
- Kolehmainen V, Arridge S R, Lionheart W R B, Vauhkonen M and Kaipio J P 1999 Recovery of region boundaries of piecewise constant coefficients of elliptic PDE from boundary data *Inverse Problems* **15** 1375-91
- Kolda T G, Lewis R M and Torczon V 2003 Optimization by direct search: new perspectives on some classical and modern methods *SIAM REVIEW*, **45(3)** 385-482
- Kortschak B and Brandstätter B 2005 A FEM-BEM approach using level-sets in electrical capacitance tomography *COMPEL* **24** 591-605
- Kwon O, Yoon J R, Seo J K and Woo E J 2003 Estimation of Anomaly Location and Size using Electrical Impedance Tomography *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* **50(1)** 2003
- Lionheart W R B 2004 EIT reconstruction algorithms: pitfalls, challenges and recent developments *Physiol. Meas.* **23** 125-42
- Newell J C, Gisser D C, and Isaacson D 1988 An electric current tomograph *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **35** 823-833

- Perry R H, Green D W, and Maloney J O 1997 *Perry's Chemical Engineers Handbook* (New York: McGraw-Hill)
- Shollenberger K A, Torczynski J R, Adkin D R, O'hern TJ, and Jackson N B 1997 Gamma-densitometry tomography of gas holdup spatial distribution and industrial-scale bubble column *Chem. Eng. Sci.* **52** 2037-2048
- Somersalo E, Cheney M and Isaacson D 1992 Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography *SIAM Journal on Applied Mathematics* **52** 1023-1040
- Tossavainen O-P, Kolehmainen V and Vauhkonen M 2006a Free-surface and admittivity estimation in electrical impedance tomography *Int. J. Numer. Meth. Eng.* **66** 1991-2013
- Tossavainen O P, Vauhkonen M, Kolehmainen V and Kim K Y 2006b Tracking of moving interfaces in sedimentation processes using electrical impedance tomography *Chemical Engineering Journal* **61** 7717-7729
- Tossavainen O-P, Vauhkonen M, Heikkinen L M and Savolainen T 2004 Estimating shape and free surfaces with electrical impedance tomography *Meas. Sci. Technol.* **15** 1402-1411
- Tossavainen O-P, Vauhkonen M, and Kolehmainen V 2007 A three-dimensional shape estimation approach for tracking of phase interfaces in sedimentation process using electrical impedance tomography *Meas. Sci. Technol.* **18** 1413-1424

- Van der Merwe R, and Wan E R 2001 The square-root unscented Kalman filter for state and parameter estimation In *The Proceedings of ICASSIP'01: 2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Salt Lake City, UT, USA
- Vauhkonen M 1997 Electrical impedance tomography and prior information *PhD Thesis* University of Kuopio, Finland
- Vauhkonen M, Vadász D, Karjalainen P, Somersalo E and Kaipio J P 1998a Tikhonov regularization and prior information in electrical impedance tomography *IEEE Transactions on Medical Imaging* **17** 285-293
- Vauhkonen M, Karjalainen P A, and Kaipio J P 1998b A Kalman filter approach applied to the tracking of fast movements of organ boundaries in electrical impedance tomography *Proc. 20th Ann. Int. Conf. IEEE*
- Vauhkonen M, Lionhart W R B, Heikkinen L M, Vauhkonen P J and Kaipio J P 2001 A MATLAB package for the EIDORS project to reconstruct two-dimensional EIT images *Physiol. Meas.* **22** 107-111
- Webster J G 1990 *Electrical Impedance Tomography* (Bristol: Hilger)
- Xu L, Han Y, Xu L A, and Yang J 1997 Application of ultrasonic tomography to monitoring gas/liquid flow *Chem. Eng. Sci.* **52** 2171-2183
- Yorkey T J, Webster J G, and Tompkins W J 1988 Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **34** 843-852

감사의 글

이제 하나의 작은 결실을 마무리지었습니다. 누가 보기에는 작고 보잘것없는 것일지도 모르지만 막연하고 불분명했던 2년의 세월을 통해 뚜렷이 앞에 나타난 한편의 논문을 보면서 흐뭇한 미소가 이는 것은 부인할 수 없습니다. 이 한편의 논문이 중요하게 아니라 또 다른 도전의 토대가 생겼다는 것에 더 큰 의미를 두고자 합니다. 이 작은 결실이 있기까지 너무도 많은 분들의 관심과 도움이 있었습니다. 좁은 지면에 그 분들을 일일이 열거하면서 감사의 마음을 전하지는 못하지만 이 모든 것이 결코 저 혼자만의 힘으로 이룬 것이 아니었음을 고백하지 않을 수 없습니다.

우선, 모자란 저를 무사히 대학원 과정과 본 논문을 마칠 수 있도록 바쁘신 중에도 많은 가르침과 도움을 주신 김신 지도교수님께 머리 숙여 감사를 드립니다. 아울러 논문심사를 하면서 세심한 배려와 많은 학문적 가르침을 주신 박재우 교수님과 김경연 교수님께도 깊은 감사를 드립니다.

학부 1학년 때 첫 발을 내딛고 석사 과정을 마치기까지 8여년이라는 시간을 에너지공학과란 한 울타리에서 보내면서 항상 많은 조언과 격려를 아끼지 않은 영주누나, 준호형, 지훈이형에게도 지면을 빌어 감사의 뜻을 전합니다. 그리고 언제나 옆에서 도와주고 힘이 되어주었던 동기 용호, 승진, 정성, 찬주에게도 고맙다는 말을 전하며 실험실 후배인 윤석, 경현, 재영, 그리고 우경이 에게도 못난 선배를 잘 따라줘서 고맙다는 말을 전하고 싶습니다.

또한 논문이 완성되기까지 많은 도움을 준 전자공학과와 의 우머와 아닐, 항상 저를 다독거리며 때로는 친구처럼 위로와 격려가 되어준 덕원이형, 덕지형, 봉진이형에게도 고마움을 전하며 곁에서 많은 힘이 되어 주었던 대학원 후배들에게도 고맙다는 말을 전합니다.

끝으로 항상 한결같은 사랑과 믿음으로 자식을 걱정하시는 부모님과 늘 저에게 큰 힘이 되어 주셨던 형과 동생에게 진심으로 감사드리며 손자에 대한 근심과 걱정으로 잠을 못 이루시는 할머니님의 건강을 기원하며 저를 사랑해주시는 모든 분들께 이 논문을 드립니다.