

碩士學位論文

SMAC법에 의한 2次元 斷面에서의 流動解析



土木海洋工學科

金 暻 保

2006年 6月

SMAC법에 의한 2次元 斷面에서의 流動解析

指導教授 金南亨

金 暻 保

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함

2006年 6月

 제주대학교 중앙도서관
金暻保의 工學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長 印

委 員 印

委 員 印

濟州大學校 大學院

2006年 6月

Flow Analysis in 2-D cross-section by SMAC Method

Gyeong-Bo Kim

(Supervised by Professor Nam-Hyeong Kim)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for
the degree of Master of Engineering



Department of Civil & Ocean Engineering
GRADUATE SCHOOL
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

목 차

List of Figures	ii
List of Tables	iv
Summary	v
I. 서론	1
1. 연구배경	1
1) 시대적 배경	1
2) 이론적 배경	1
2. 연구목적	2
3. 논문의 구성	3
II. 2차원 유동현상의 수치해석방법	4
1. 서언	4
2. 지배방정식	5
3. 엇갈린격자망에서의 차분화	6
4. 자유표면 형상의 인식과 그 변화의 추적 및 계산영역의 분류	11
5. 유체영역의 해석방법	13
6. 경계 및 장애물영역의 해석방법	14
7. 자유표면영역의 해석방법	17
8. Marker입자의 이동	19
9. 해석의 안정조건	21
10. 해석순서	24
III. 해석결과 및 고찰	26
1. 수치해석의 타당성 검토	26
2. 2개의 유입구의 위치와 단면변화에 따른 효과	31
1) Case 1 and 2	31
2) Case 3 and 4	45
IV. 결론	59
V. 참고문헌	61

List of Figures

Fig. 1 Comparison of the variables in two mesh types	8
Fig. 2 Computing mesh and cell	12
Fig. 3 The positions of variables at a left wall	15
Fig. 4 Area-velocity weighting scheme for marker movement	20
Fig. 5 The tangential stress condition for the calculation of empty cell velocity just outside the surface cell	23
Fig. 6 The calculation cycle	25
Fig. 7 Dimension configurations for calculation of the collapse of water column in vertical water tank	27
Fig. 8 Comparison of calculated result with experimental data for the water column collapse problem	28
Fig. 9 Configuration of marker particles for the water column collapse problem at different times	
[(a)~(f)]	29
[(g)~(l)]	30
Fig. 10 Dimension configuration and calculation conditions for the virtual channel with 2 gates(Case 1 and 2)	34
Fig. 11 Configuration of marker particles of filling a channel(Case 1)	
[(a)~(f)]	35
[(g)~(j)]	36
Fig. 12 Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 1)	
[(a)~(f)]	37
[(g)~(j)]	38
Fig. 13 Fluid velocity as function of the filling time(Case 1)	39
Fig. 14 Filling rate and filled volume as a function of filling time at 2 ingates(Case 1)	39
Fig. 15 Configuration of marker particles of filling a channel(Case 2)	
[(a)~(f)]	40
[(g)~(j)]	41
Fig. 16 Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 2)	
[(a)~(f)]	42

[(g)~(j)]	43
Fig. 17 Fluid velocity as function of the filling time(Case 2)	44
Fig. 18 Filling rate and filled volume as a function of filling at 2 ingates(Case 2)	44
Fig. 19 Dimension configuration and calculation conditions for the virtual channel with 2 gates(Case 3 and 4)	47
Fig. 20 Configuration of marker particles of filling a channel(Case 3) [(a)~(f)]	48
[(g)~(j)]	49
Fig. 21 Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 3) [(a)~(f)]	50
[(g)~(j)]	51
Fig. 22 Fluid velocity as function of the filling time(Case 3)	52
Fig. 23 Filling rate and filled volume as a function of filling at 2 ingates(Case 3)	52
Fig. 24 Configuration of marker particles of filling a channel(Case 4) [(a)~(f)]	53
[(g)~(j)]	54
Fig. 25 Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 4) [(a)~(f)]	55
[(g)~(j)]	56
Fig. 26 Fluid velocity as function of the filling time(Case 4)	57
Fig. 27 Filling rate and filled volume as a function of filling at 2 ingates(Case 4)	57
Fig. 28 Comparison of filled volume as a function of filling time for the between Case 1 and 4.	58

List of Tables

Table 1. Calculation conditions for Case 1 and 2	34
Table 2. Calculation conditions for Case 3 and 4	47



Summary

The SMAC method, one of the computational fluid dynamics techniques, is modified from the original MAC method for the time-dependent variation of flow analysis. The Navier-Stokes equations for incompressible time-dependent viscous flow are applied, and also marker particles that present the visualization of flow analysis are used.

Fundamentally, the SMAC method is a scheme that solves the continuity equation and the Navier-Stokes(N-S) equations of the fluid by the finite-difference method, with the forward differencing in time and centered differencing in space(FTCS) for the difference of the viscous term and the convective term. In this study, the difference of the convective term used Donor-Cell method. Although it is very important to evaluate exactly the convective term in order to calculate the accuracy of the turbulent fluid motions, this requires a very small grid interval and time step.

In the SMAC method, the analytical region is divided into minute elements, and the fluid region is judged by marker particles according to how they were arranged beforehand. Several different cells can be distinguished: the cell without a marker(empty cell), the cell which touches empty cells(surface cell), the cell which is filled with a fluid(full cell), and the cell which is the obstacle(obstacle cell).

In this study, numerical simulation of the two-dimensional fluid flows are carried out by modified SMAC method, and simulation results compared Martin-Moyce's experimental data and result of the MPS(Moving-Particle Semi-implicit) method. Simulation results are expressed the form of visual information with plots of marker particle configurations and velocity vectors. The particle configuration plots are made by plotting the x and y coordinates of all the marker particles, and by drawing the boundaries. But particle plots don't convey complete information on all flow details. The velocity vector plots show the direction of flow and provide a feeling for the magnitude of the velocities in relation to each other. For every full cell or surface cell in system, a vector is drawn originating at the cell center, with a length proportional to the velocity at the cell center. Therefore, the marker particle

and velocity vector plots to show flow details.

In this paper a computational method, which is based on a modified SMAC method, has been developed to analyze two dimensional incompressible viscous flow and to calculate the combined effects of the fluid flow during the transient filling of liquid water for the solidification period. This will predict the flow pattern, filling sequence, and its gradient distribution in the virtual channel. In this work, the change of velocity and discharge are simulated, by changes of diameter of two ingates for 4-Cases, respectively. The results obtained this simulation results express the form of visual information with plots of marker particle configurations and velocity vectors. As a result, water-filling flow pattern in the virtual channel is simulated very well. Therefore, this numerical simulation will also be applied for the design of structures as open flume and porous breakwater.



I. 서론

1. 연구배경

1) 시대적 배경

지금까지 유체유동에 관한 연구는 이론적 연구와 실험적 연구의 양면으로 발전하여 왔다. 또한, 우리 주위에 일어나는 모든 형태의 유체거동을 파악하기가 쉽지 않다는 것은 누구나 알 수 있다. 토목분야에 한정하더라도 복잡한 구조물과 그 구조물에 대해 영향을 주는 유체의 유동은 측정 자체가 쉽지 않으며, 설계개발단계에서 최적 값을 찾아내는 것은 막대한 시간과 비용, 그리고 고도의 실험기술을 필요로 한다. 그러나 만약 그와 같은 실험의 전부 또는 일부를 컴퓨터를 사용한 수치해석으로 대체할 수 있다면 그 효과는 매우 클 것이다.

한편, 1960년대에 이후부터는 컴퓨터의 급속한 발달에 힘입어 과거에는 이론적으로 밖에 해석할 수 없었던 복잡한 유체유동의 해석들이 컴퓨터를 이용하여 간편하게 수치적으로 나타낼 수 있었다. 특히, 지난 수십 년 동안 컴퓨터의 발달은 눈부시게 성장하여, 수년 전까지만 해도 계산기의 용량 및 계산속도의 제한이 커다란 문제였으나, 지금은 소형 컴퓨터에서도 대규모적인 계산이 가능하게 되었다.

이와 같이 하드웨어인 컴퓨터의 급속한 발달 및 보급과 함께 수치연구가 비약적인 발전을 이루어, 이제까지의 해석해(解析解) 중심의 이론적 연구를 대신해가고 있는 중이다.

2) 이론적 배경

수치역학은 영어로는 CFD(Computational Fluid Dynamics), 전산유체역학, 수치유체역학 또는 유동의 수치시뮬레이션(Numerical simulation of fluid flow) 등의 이름으로 불리고 있다. 이러한 전산유체역학의 분야 중에 하나로서, 연속차원의 문제를 유한차원의 문제로 해석하는 기법의 하나인 유한차분법(FDM, finite difference method)이 빈번히 사용되어 왔다. 그러나 유체와 대기가 접하는 부분, 즉 자유표면의 위치와 형상을 인식하거나, 그 표면에서의 속도 등을 계산하

는 문제는 그리 쉬운 문제는 아니다.

이러한 이유로 자유표면을 가진 2차원 비정상, 비압축성 유동을 해석하기 위하여 Los Alamos 연구소에서는 MAC(Marker And Cell)법이 개발되었다(Harlow and Welch, 1965 ; Welch *et al.*, 1966 ; Hirt and Harlow, 1967). MAC법은 자유표면의 추적을 위해서 Marker particle을 사용하였고, 속도의 반복보정을 위하여 엇갈린 격자망 상에서 압력에 관한 poisson방정식을 유도하여 사용하였다. MAC법의 개량형으로서 SMAC(Simplified Marker and Cell)법이 개발되어 MAC법에서와 같이 경계에서의 압력 경계조건을 직접 지정해야 하는 어려움을 해소하였고, 수렴성을 향상시키기 위해서 속도보정시 경계에서 균일한 경계조건(homogeneous boundary conditions)을 가지는 포텐셜 함수를 도입하였다(Amsden and Harlow, 1970). 또, Eulerian과 Lagrangian방법만으로 접근하기 어려운 복잡한 형태의 자유표면을 계산할 수 있는 ALE(Arbitrary Lagrangian Eulerian)법과 압력보정을 음적으로 계산하는 ICE(Implicit Continuous Eulerian)법을 결합하여 사용한 YAQUI가 개발되어 사용되었다(Amsden and Hirt, 1973).

1975년 일반 유체의 해석 알고리즘으로서 SOLA(SOLution Algorithm for transient fluid flows)법이 개발되어 간단한 압력 반복계산에 의해서 속도를 보정하는 방법이 제시되었으며, SOLA법에 자유표면 추적방법인 높이함수법(height function method)을 결합하여 SOLA-SURF법이 제시되었다(Hirt *et al.*, 1975). 이러한 SOLA계열의 해석방법도 점차 개량되어, 비정상 압축성 유체를 해석하기 위해서 SOLA-ICE법, 이상류(two phase flow)를 해석하기 위한 SOLA-DF법 등이 계속적으로 개발되었다(Cloutman *et al.*, 1976 ; Hirt *et al.*, 1979). 또한, 1980년 유체함수(Volume Of Fluid) 개념을 도입한 SOLA-VOF법이 개발된 이후 액체연료의 유동해석을 위한 NASA-VOF 2D, 3D 등이 개발되었다(Nichols *et al.*, 1980 ; Torrey *et al.*, 1985 ; Torrey *et al.*, 1987).

이와 같이 자유표면 가진 유동을 해석하기 위해 개발된 MAC, SMAC법 및 SOLA계열의 수치해석법은 주로 토목공학, 원자력공학, 기계공학, 우주항공공학 분야에서 사용되고 있다.

2. 연구목적

본 연구에서는 자유표면을 가진 2차원 유체의 유동을 해석하기 위한 여러 가지 수치해석기법 중 SMAC법을 이용하여 복잡한 내부경계를 갖는 가상수로내의 상부유입구의 위치의 변화와 하부유입구의 단면 높이의 크기에 따른 흐름의

변화를 일정한 시간동안 계산하고 이 시간의 진행에 따른 유체유동을 Marker입자분포와 속도벡터 분포를 통해 4개의 Case별로 각각 시뮬레이션해보고자 하였다. 여기서의 Marker 입자는 중량을 가지고 있지 않은 이상화된 입자로서 유체의 형상을 나타내기 때문에 이 Marker는 속도장·압력장 등의 계산에는 직접 관여하고 있지 않고, 계산결과의 시각화·흐름의 가시화에 중요한 역할을 한다. 또한, 해석에서 얻은 가상수로내의 흐름분포와 각 단면 위치에 미치는 속도 등을 파악하고자 하였다. 그리하여 구체적인 실제 구조물의 설계를 보다 효율적으로 수행할 수 있음을 보이고자 하였다.

3. 논문의 구성

본 논문에서는 우선 II장에서 SMAC법에 적용되는 지배방정식을 소개 및 전개과정을 서술하고 본 해석프로그램의 계산영역을 분류하는 방법을 기술하였다. 그리고 각 영역에서의 해석방법들을 소개함으로써 본 연구에 적용한 SMAC법에 대한 이해를 돕고자 했다. III에서는 본 연구에 적용한 SMAC법의 타당성검토과정을 상세히 서술하였다. 또한, 2개의 유입구의 위치와 단면변화에 따른 그차이를 4개의 Case로 구분하여 해석한 과정을 설명하고 있다. 또한, 해석한 결과들을 Marker입자와 속도벡터를 통하여 유체의 흐름들을 비교하였다. IV장에서는 결론으로서 본 논문에서 얻어진 결론들을 종합적으로 서술하고 있다.



II. 2차원 유동현상의 수치해석방법

1. 서언

주입후 가상수로 채워들어가는 유체의 유동을 해석하기 위해서는 수로내부의 속도뿐만 아니라 수로와 대기가 접하는 부분, 즉 유체가 지나고 있는 자유표면영역에서의 속도들도 정확히 계산해 주어야 한다. 그러나 수로내로 채워지면서 시시각각 변화되어 가는 수로의 자유표면을 추적하여 자유표면의 위치와 형상을 인식하는 문제나, 바로 그 표면에서의 속도들을 계산하는 문제는 지극히 어려운 문제가 아닐 수 없다.

이러한 문제의 해결을 위해서는 유체역학분야에 있어서 전통적으로 사용되어 오던 Eulerian좌표계 접근과 Lagrangian좌표계 접근을 효과적으로 결합하여 이용해야 한다. 즉, 계산영역을 많은 수로 구성된 Eulerian셀로서 분할하여 유체이동에 관계없이 셀구조를 유지하면서 그 위치에서의 유체속도들을 계산해야하고, Lagrangian접근방법을 이용한 자유표면추적법을 도입하여, 유체이동과 함께 좌표계를 이동시키면서 자유표면의 위치 및 형상을 계산해 주어야 한다.

이러한 의미에서 자유표면을 지닌 2차원 비압축성 유동을 해석하기 위하여 개발된 MAC 및 SMAC계열의 수치해석 이론들은 Eulerian접근과 Lagrangian접근을 효과적으로 결합시킨 방법이라고 할 수 있다. 그러나 MAC이나 SMAC법은 설계시의 수로내부의 유동 문제에 직접적용하기 위해서는 많은 제한을 가지고 있으며, 임의의 형태의 단면을 가진 수로의 다중 주입구를 고려하기 위해서는 상당한 수정이 필요했다.

따라서 이러한 수치해석법을 수로내부의 유동해석에 적용하기 위해서는 유체주입시의 유동의 특성을 고려함과 동시에 다양한 단면변화에 따른 해석이 가능하도록 여러 가지 교정 및 첨가를 해주어야 한다. 또한 반복적인 해석실험과 점진적인 시뮬레이터의 개발을 통하여 수로의 유동해석에 이러한 수치해석법을 최적화시키도록 하는 연구가 요구된다.

본 연구에서는 자유표면을 지닌 2차원 비압축성 유동을 해석하고자 하였으며, Eulerian좌표계를 이용하여 모든 지배방정식을 차별화하였고, 자유표면의 계산을 위해서, Lagrangian입자들을 유체에 분포시켜 이들의 움직임을 계속적으로 추적함으로써 유체영역과 자유표면영역을 구분하였다. 이렇게 구분된 2가지 영역에서 각기 다른 방법으로 유체의 압력 및 속도를 계산하였다.

2. 지배방정식

모든 비선형항(non-linear term)을 포함시킨 완전한 Navier-Stokes방정식을 u, v, p 와 같은 원시변수(primitive value form)로 유도하여 사용하였다. 연속방정식(continuity equation)도 마찬가지로 원시변수의 형태로서 유도하여 사용하였다.

2차원 직교좌표계(cartesian coordinate)에서의 비압축성 유체의 흐름을 해석하기 위해 SMAC법에서 사용하고 있는 기본방정식은 다음과 같다. 그리고 편의상 좌표값을 차분방정식에서는 x, y 로 나타내었다.

연속방정식 :

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Navier-Stokes방정식 :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + F_y \quad (3)$$

여기서, u, v 는 x, y 방향의 속도성분, p 는 압력, ρ 는 밀도, ν 는 동점성계수(kinematic viscosity)를 나타내며, F_x, F_y 는 x, y 방향에 작용하는 단위질량당의 외력을 나타낸다. 식(1)을 이용하여, 식(2)와 식(3)을 약간 변형하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + F_x \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \nu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + F_y \quad (5)$$

본 연구에서는 식(1), (4), (5)를 기초방정식으로 사용하여 수치해석을 수행한다.

3. 엇갈린 격자망에서의 차별화

지배방정식을 해석하기 위하여 유한차분법(finite difference scheme)을 사용하였다. 그리고 편미분 형태의 지배방정식(1),(4),(5)를 유한차분 형태의 차분식(finite difference form)으로 유도하기 위해서 Fig. 1(b)와 같이 엇갈린 격자망(staggered mesh)을 도입하였다. 일반적으로 쓰이는 격자망에서는 Fig. 1(a)에서 보는바와 같이 속도와 압력을 격자의 중앙에서 정의하지만, 본 연구에서 사용한 엇갈린 격자망은 하나의 격자를 중심으로 중앙에는 압력성분을, 좌우에는 u 속도성분의 입·출입을, 상하에는 v 속도성분의 입·출입을 표현함으로써, 인접하는 격자간의 압력차에 따른 속도성분의 증감을 나타내기에 적합한 변수배치를 가지고 있는 점이 특징이다. 엇갈린 격자망을 사용한 이유는 일반적인 격자망에서 지배방정식을 차별화할 경우 정확한 질량보존을 유지하기 어렵고, 급격히 과동(fluctuation)하는 속도장을 계산하는데 부정확성(inaccuracy)과 불안정성(instability)을 초래할 수 있기 때문이다. 이러한 이유로 SMAC법에서는 엇갈린 격자망을 사용하고 있으며, 본 연구에서도 엇갈린 격자망을 사용하여 방정식을 차별하였다. 일반적인 격자망과 엇갈린 격자망에서 각 변수들의 정의는 Fig. 1(a)~(b)에 나타내었다.

식(1), (4), (5)로 나타내어진 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식을 시간은 전진차분, 공간은 중심차분법(forward time/centered space method, FTCS)을 이용하여 차별하면 다음과 같다.

$$D_{i,j}^{n+1} = \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1}}{\delta x} + \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - v_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\delta y} = 0 \quad (6)$$

$$\bar{u}_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} = u_{i+\frac{1}{2},j}^n + \delta t \left(\frac{\theta_{i,j} - \theta_{i+1,j}}{\delta x} - CUX - CUY + VISX + F_x \right) \quad (7)$$

$$\bar{v}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} = v_{i,j+\frac{1}{2}}^n + \delta t \left(\frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j+1}}{\delta y} - CVX - CVY + VISY + F_y \right) \quad (8)$$

여기서, CUX , CUY 와 CVX , CVY 는 각각 x , y 방향의 이송항(convective term)을 나타내고, $VISX$, $VISY$ 는 각각 x , y 방향의 점성항(viscous term)을 나타낸다. 또, 위 첨자의 $n+1$ 은 새로운 시간 $t=(n+1)\delta t$ 의 유속 값을 나타내며, 식(7)과 식(8)에 있어서 유속 u^{n+1} , v^{n+1} 에 ~기호가 붙어 있는 것은 시간의 전진차분에 의해 시간 $(n+1)$ 의 값이 구해지는 것으로, 각각의 u , v 는 식(6)을 만족하고 있지 않기 때문에 “임시유속”의 의미이다. 또, Fig. 1에 나타낸 엇갈린 격자망에는 다음과 같은 근사식이 성립한다.

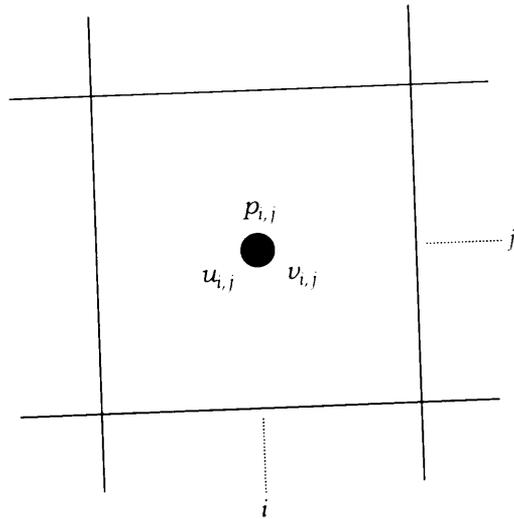
$$\left. \begin{aligned} u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j+1}}{2}, & u_{i,j} &= \frac{u_{i-\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j}}{2} \\ v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i+1,j+\frac{1}{2}}}{2}, & v_{i,j} &= \frac{v_{i,j-\frac{1}{2}} + v_{i,j+\frac{1}{2}}}{2} \\ (u \cdot v)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \cdot v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

SMAC법에서는 식(7), (8)에서 이송항과 점성항을 다음과 같이 차분하였다.

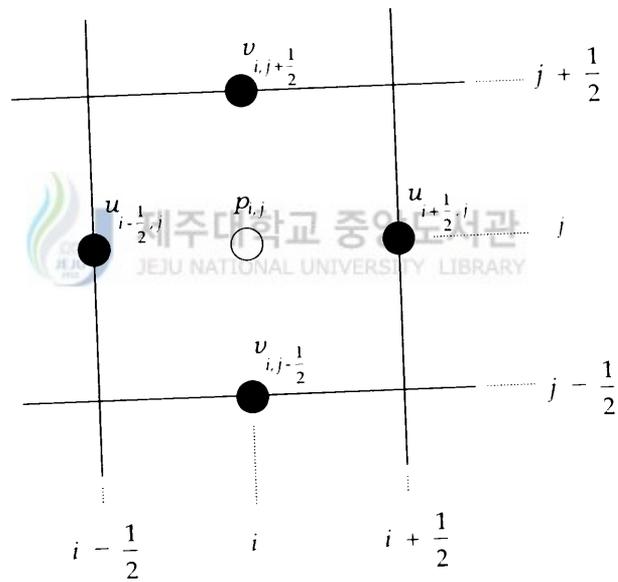
$$CUX = - \left\{ \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^n (u_{i-\frac{1}{2},j}^n - u_{i+\frac{3}{2},j}^n)}{\delta x} \right\} \quad (10)$$

$$CUY = - \left\{ \frac{(u \cdot v)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n - (u \cdot v)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n}{\delta y} \right\} \quad (11)$$

$$CVX = - \left\{ \frac{(u \cdot v)_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n - (u \cdot v)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n}{\delta x} \right\} \quad (12)$$



(a) The variables in a typical mesh



(b) The variables in a staggered mesh

Fig. 1. Comparison of the variables in two mesh types.

$$CVY = - \left\{ \frac{v^n_{i,j+\frac{1}{2}} \left(v^n_{i,j-\frac{1}{2}} - v^n_{i,j+\frac{3}{2}} \right)}{\delta y} \right\} \quad (13)$$

$$VISX = \nu \left\{ \left(\frac{u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} + u^n_{i+\frac{1}{2},j-1} - 2u^n_{i+\frac{1}{2},j}}{\delta y^2} \right) - \frac{v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i+1,j-\frac{1}{2}} - v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i,j-\frac{1}{2}}}{\delta x \delta y} \right\} \quad (14)$$

$$VISY = - \nu \frac{1}{\delta x} \left\{ \left(\frac{u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} - u^n_{i+\frac{1}{2},j}}{\delta y} - \frac{v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i,j+\frac{1}{2}}}{\delta x} \right) - \left(\frac{u^n_{i-\frac{1}{2},j+1} - u^n_{i-\frac{1}{2},j}}{\delta y} - \frac{v^n_{i,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i-1,j+\frac{1}{2}}}{\delta x} \right) \right\} \quad (15)$$

그러나 기존 SMAC법에서와 같이 이송항을 중심차분 하였을 경우에 이송항이 커지면 중심차분적 이산화는 수치계산상 불안정성이 생길 우려가 있어 본 연구에서는 다음과 같이 이송항의 차분에 Donor-Cell법을 사용하였다.

$$CUX = \frac{1}{4\delta x} \left\{ \left(u^n_{i+\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{3}{2},j} \right)^2 + \left| u^n_{i+\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{3}{2},j} \right| \left(u^n_{i+\frac{1}{2},j} - u^n_{i+\frac{3}{2},j} \right) \right. \\ \left. - \left(u^n_{i-\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right)^2 - \left| u^n_{i-\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right| \left(u^n_{i-\frac{1}{2},j} - u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right) \right\} \quad (16)$$

$$CUY = \frac{1}{4\delta y} \left\{ \left(v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} \right) \left(u^n_{i+\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} \right) \right. \\ \left. + \left| v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} \right| \left(u^n_{i+\frac{1}{2},j} - u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} \right) \right. \\ \left. - \left(v^n_{i,j-\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j-\frac{1}{2}} \right) \left(u^n_{i+\frac{1}{2},j-1} + u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right) \right. \\ \left. - \left| v^n_{i,j-\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j-\frac{1}{2}} \right| \left(u^n_{i+\frac{1}{2},j-1} - u^n_{i+\frac{1}{2},j} \right) \right\} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
CVX = & \frac{1}{4\delta x} \left\{ \left(u^n_{i+\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} \right) \left(v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} \right) \right. \\
& + \left| u^n_{i+\frac{1}{2},j} + u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} \right| \left(v^n_{i,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i+1,j+\frac{1}{2}} \right) \\
& - \left(u^n_{i-\frac{1}{2},j} + u^n_{i-\frac{1}{2},j+1} \right) \left(v^n_{i-1,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \\
& \left. - \left| u^n_{i-\frac{1}{2},j} + u^n_{i-\frac{1}{2},j+1} \right| \left(v^n_{i-1,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
CVY = & \frac{1}{4\delta y} \left\{ \left(v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i,j+\frac{3}{2}} \right)^2 + \left| v^n_{i,j+\frac{1}{2}} + v^n_{i,j+\frac{3}{2}} \right| \left(v^n_{i,j+\frac{1}{2}} - v^n_{i,j+\frac{3}{2}} \right) \right. \\
& \left. - \left(v^n_{i,j-\frac{1}{2}} + v^n_{i,j+\frac{1}{2}} \right)^2 - \left| v^n_{i,j-\frac{1}{2}} + v^n_{i,j+\frac{1}{2}} \right| \left(v^n_{i,j-\frac{1}{2}} - v^n_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{19}$$



4. 자유표면 형상의 인식과 그 변화의 추적 및 계산영역의 분류

1) 자유표면 형상의 인식과 그 변화의 추적

자유표면(free surface)을 갖는 비정상(transient) 유체를 해석하기 위해서는 먼저 자유표면의 위치와 그 형상을 인식해야 하고 시간에 따른 자유표면의 변화를 추적해야만 한다. 본 연구에서의 Marker법은 자유표면을 수치적으로 직접 정의하는 대신에 전체 유체영역에 Marker입자를 골고루 분산시킨 후, 유동속도의 변화에 따라 Marker입자들을 이동시키는 방법이다. 이때 Marker입자의 유무에 따라 계산영역을 유체영역, 자유표면영역 및 빈영역으로 구별해 낼 수 있다. 이러한 Marker법은 Marker입자들의 위치를 계산하고 기억하기 위해서는 많은 기억용량을 필요로 하는 단점이 있으나, 자유표면의 형상과 유체의 흐름을 자세히 관찰할 수 있고 논리적으로 쉽게 이해할 수 있는 큰 장점이 있다.

2) 계산영역의 분류

SMAC법에서는 공간으로 이산화된 유체를 Fig. 2에서 나타내듯이 5종류의 Cell로 나눈다.

- 1) Empty Cell(빈 셀, **E**) : Marker입자를 포함하지 않은 셀, 즉 유체가 존재하지 않는 영역
- 2) Surface Cell(표면셀, **S**) : Marker입자를 포함하면서 주위에 1개 이상의 빈 셀과 이웃하는 셀
- 3) Full Cell(유체의 셀, **F**) : Marker입자를 포함하면서 주위에 빈 셀과 이웃하지 않는 셀, 즉 유체로만 채워진 영역
- 4) Boundary Cell(경계셀, **B**) : 해석영역을 둘러싸는 경계의 셀
- 5) Obstacle Cell(장애물 셀, **O**) : 해석영역 내부의 고체벽과 같은 장애물을 나타내는 셀

×	B	B	B	B	B	B	B	B	×
B	F	O	E	E	E	E	E	E	B
B	F	O	E	E	E	E	E	E	B
B	F	O	E	E	E	E	E	E	B
B	F	O	S	S	S	E	E	E	B
B	F	F	F	F	S	E	E	E	B
B	F	O	F	S	S	E	E	E	B
B	F	O	F	S	E	E	E	E	B
B	F	O	F	S	S	S	E	E	B
B	F	F	F	F	F	S	E	E	B
×	B	B	B	B	B	B	B	B	×

Fig. 2. Computing mesh and cell.

5. 유체영역의 해석방법

SMAC법에서는 질량보존의 법칙($D_{i,j} = 0$)을 이용한 속도의 반복보정시, 압력을 직접 계산하지 않고 포텐셜 함수(potential function, $\psi = (p/\rho)$)를 이용하는데 그 이유는 포텐셜함수 ψ 를 사용하여 속도보정식을 유도하게 되면 ψ 함수가 모든 경계에서 균일한 경계조건(homogeneous boundary condition)을 가질 뿐만 아니라, 속도의 반복보정시 압력을 직접 사용하는 것보다 수렴성면에서 보다 유리하다. 포텐셜함수 ψ 가 정의되는 위치는 Fig. 1에서와 같고 도입된 포텐셜함수 ψ 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = u, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v \quad (20)$$

또한, 실제속도 (u, v), 의사속도 \bar{u}, \bar{v} 와의 차이를 이용한 포텐셜 함수의 구배로 나타낸 후, 질량보존이 법칙($D_{i,j} = 0$)을 이용하여 윗 식을 정리한 2차원 속도보정식은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} &= \bar{u}_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - \frac{\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}}{\delta x} \\ u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} &= \bar{u}_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1} - \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}}{\delta x} \\ v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} &= \bar{v}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\delta y} \\ v_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} &= \bar{v}_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+1} - \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i,j-1}}{\delta y} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

식(21)에서 양변을 각각 더하여 정리하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_{i+\frac{1}{2},j} - u_{i-\frac{1}{2},j}}{\delta x} &= \frac{\bar{u}_{i+\frac{1}{2},j} - \bar{u}_{i-\frac{1}{2},j}}{\delta x} - \frac{1}{\delta x^2} (\psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} - 2\psi_{i,j}) \\ \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j-\frac{1}{2}}}{\delta y} &= \frac{\bar{v}_{i,j+\frac{1}{2}} - \bar{v}_{i,j-\frac{1}{2}}}{\delta y} - \frac{1}{\delta y^2} (\psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1} - 2\psi_{i,j}) \end{aligned} \right\}$$

(22)

그리고, 식(22)을 이용하여 식(6)을 차분하면, 다음식이 구해진다.

$$D_{i,j}^{n+1} = D_{i,j} - \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\delta x^2} - \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\delta y^2} \quad (23)$$

윗 식을 $\psi_{i,j}^{k+1}$ 에 대하여 정리하면 최종적으로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\psi_{i,j}^{k+1} = \frac{1+\alpha}{\left(\frac{2}{\delta x^2} + \frac{2}{\delta y^2}\right)} \times \left[-D_{i,j} + \frac{\psi_{i+1,j}^k + \psi_{i-1,j}^{k+1}}{\delta x^2} + \frac{\psi_{i,j+1}^k + \psi_{i,j-1}^{k+1}}{\delta y^2} \right] - \alpha \psi_{i,j}^k \quad (24)$$

여기서, 포텐셜 함수 ψ 의 기호 k 는 반복계산에 의한 ψ 의 수렴값으로 반복계산 횟수를 나타내고 있다. 변수 α 는 완화계수(relaxation factor)로서 보통 $0 \leq \alpha < 1$ 의 값을 사용해야 하며, 본 연구에서는 0.7 ~ 0.8 사이의 값을 사용하였다. 반복계산할 때에 수렴기준은 다음 식을 사용한다.



$$\frac{|\psi_{i,j}^{k+1}| - |\psi_{i,j}^k|}{|\psi_{i,j}^{k+1}| + |\psi_{i,j}^k|} < \varepsilon \quad (25)$$

본 연구에서 ε 은 0.0002로 했다.

6. 경계 및 장애물영역의 해석방법

MAC법에서는 고체벽과 내부 장애물에서 압력과 질량생성(divergence flux)에 관한 복잡한 경계조건들을 사용하지만, SMAC법에서는 속도보정식에서 압력을 직접 사용하지 않고 포텐셜 함수를 도입하여 사용하고 있기 때문에, 경계에서는 속도조건과 포텐셜 함수만을 정의해 주면 된다. 따라서, 경계조건을 정의함에 있어서 MAC법보다 비교적 수월하게 정의할 수 있다.

SMAC법에서는 유체의 좌우상하벽면에 있어서 경계조건은 no-slip조건, slip 조건, 주어진 유입조건, 유출조건 및 연속적인 유입, 유출조건을 사용했다. no-slip조건은 벽면이 점착성 또는 조면(粗面)인 경우로, 마찰력이 작용하는 것을 의미한다. Fig. 3의 기호를 이용하여 경계조건을 나타내면, 다음과 같다.

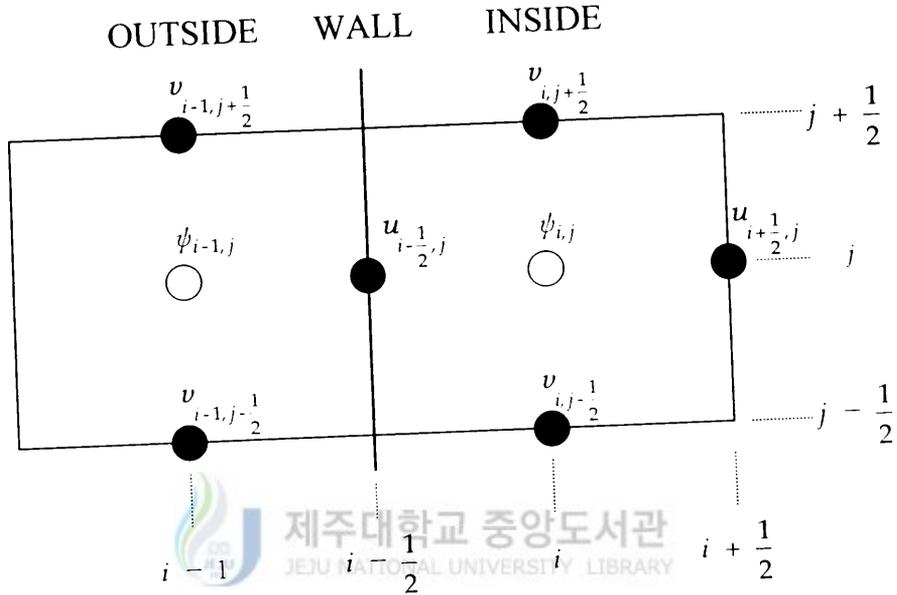


Fig. 3. The positions of variables at a left wall.

1) slip조건

고체벽에서 법선속도(normal velocity)는 항상 0이고, slip조건 아래에서 접선속도(tangential velocity)와 포텐셜 함수는 벽면에서 어떤 경사도 갖지 않는다. 경계셀에 대한 slip계수(slip coefficient)는 1.0이 된다.

$$\left. \begin{aligned} u_{i-\frac{1}{2},j} &= 0 \\ \psi_{i-1,j} &= \psi_{i,j} \\ v_{i-1,j+\frac{1}{2}} &= v_{i,j+\frac{1}{2}} \\ v_{i-1,j-\frac{1}{2}} &= v_{i,j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

2) no-slip조건

고체벽에서 법선속도와 접선속도 모두 0이 된다. 이 경우 경계셀에 대한 slip계수는 -1.0이 된다.

$$\left. \begin{aligned} u_{i-\frac{1}{2},j} &= 0 \\ \psi_{i-1,j} &= \psi_{i,j} \\ v_{i-1,j+\frac{1}{2}} &= -v_{i,j+\frac{1}{2}} \\ v_{i-1,j-\frac{1}{2}} &= -v_{i,j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

3) 주어진 유입조건, 유출조건

지정된 비율로 유체를 유입 또는 유출시키는 경계조건이다. 이때 유입조건의 경우는 주어진 속도에 따라 Marker를 계속 생성시켜야 하고, 유출조건의 경우에는 Marker들이 유출경계를 넘어설 때마다 계산 메모리에서 제거해 주어야 한다.

$$\left. \begin{aligned} u_{i-\frac{1}{2},j} &= \{ \text{주어진 유출, 유입속도} \} \\ \psi_{i-1,j} &= \psi_{i,j} \\ v_{i-1,j+\frac{1}{2}} &= -v_{i,j+\frac{1}{2}} \\ v_{i-1,j-\frac{1}{2}} &= -v_{i,j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

4) 연속적인 유입, 유출조건

연속적인 유입, 유출조건은 미리 지정된 일정 속도에 의하여 유체가 유입, 유출되는 것이 아니라, 계산과정 중에 자동적으로 설정되는 속도들에 의하여 유체가 계산영역에 유입되거나 유출되는 조건이다. 이 경우에도 계산된 속도에 대한 Marker들의 생성 및 소멸을 고려해야 한다.

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_{i-\frac{1}{2},j} &= \bar{u}_{i+\frac{1}{2},j} \\ \psi_{i-1,j} &= 0 \text{ 인 경우 } \bar{u}_{i-\frac{1}{2},j} = \bar{u}_{i-\frac{1}{2},j} - \frac{1}{\delta x}(\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}) \\ v_{i-1,j+\frac{1}{2}} &= v_{i,j+\frac{1}{2}} \\ v_{i-1,j-\frac{1}{2}} &= v_{i,j-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

7. 자유표면영역의 해석방법

해석에 사용하는 5가지 계산 셀 중에서 해석과정 중 변화하지 않는 경계셀과 장애물 셀을 제외하고, 유체의 셀, 표면셀, 및 빈 셀 등은 유체의 흐름에 따라 그 구조가 계속 바뀌게 된다. 따라서 자유표면 영역의 속도계산 및 그에 따른 Marker입자들의 이동에 의한 자유표면 형상의 변화가 계산된 직후에는 다음 단계에서의 계산을 위하여 계산영역의 재분류(re-flagging)를 해주어야만 한다. 이와 같은 재분류는 일반적으로 해석 cycle의 가장 끝부분에서 수행하게 되나, 초기 유체분포를 가지고 계산하는 경우에는 초기 계산영역의 분류를 위해 해석 cycle의 첫 부분에서 수행한다.

해석영역의 재분류를 요약하면 다음의 3단계로 나타낼 수 있다.

- ① 계산영역에 있는 모든 Marker입자들을 검사하여, Marker들을 포함하고 있는 셀과 포함하고 있지 않은 셀로 구분한다.

- ② 모든 표면셀을 검사하여 Marker를 더 이상 가지고 있지 않으면 셀의 분류를 빈 셀로 바꾸고, 주변의 빈 셀과 접하는 면에서의 속도들을 모두 0으로 지정한다.
- ③ 모든 유체의 셀을 검사하여 유체의 셀 주변에 빈 셀이 하나라도 존재하면 유체의 셀은 표면셀로 바꾸고, 주변에 빈 셀이 전혀 없는 경우에만 유체의 셀로 지정한다.

표면셀 영역은 유체와 대기의 영역을 모두 포함하고 있기 때문에 유체 영역에서와 같이 운동량 보존과 질량 보존의 법칙(zero divergence)을 이용하여 속도와 압력을 계산 할 수 없다. 따라서, 표면셀 영역은 자유표면 경계조건(free surface boundary condition)을 이용하여 속도와 압력을 계산 하여야만 한다. 계산영역의 재분류에 의해서 표면셀로 구분된 셀에서 자유표면의 경계조건을 적용하기 위한 접선응력조건(tangential stress condition)은 다음 식으로 주어진다.

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (30)$$

식(29)에서 $u^n_{i+\frac{1}{2},j+1}$ 은 다음과 같이 차분된다.

$$u^n_{i+\frac{1}{2},j+1} = u_{i+\frac{1}{2},j} - \frac{\partial y}{\partial x} \left(v_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \quad (31)$$

또, 법선응력조건(normal stress condition)은 다음식으로 표현된다.

$$p^n_{i,j} = p^n_{i,j}(\text{외부압력}) + \frac{2\nu}{\delta y} \left(v_{i,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j-\frac{1}{2}} \right) \quad (32)$$

빈 셀 영역에 있어서 유체의 속도는 0이지만, 자유표면에 있어서 접선응력조건을 만족시키기 위해서는 표면셀에 바로 인접한 빈 셀에서 가상의 속도들을 지정해야 한다. 이와 같은 가상 속도들은 Fig. 4에서와 같은 표면셀과 유체의 셀의 조합으로부터 구한 속도(●, ▲)들을 이용하여 인접한 빈 셀에서의 속도(○, △)들

을 구할 수 있다. 표면셀에 바로 인접한 빈 셀에서 속도를 구하는 식을 나타내면 다음과 같다.

$$(a) \dots u_{i+\frac{1}{2},j+1} = u_{i+\frac{1}{2},j} - \frac{\delta y}{\delta x} \left(v_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j+\frac{1}{2}} \right) \quad (33)$$

$$(b) \dots u_{i+\frac{1}{2},j-1} = u_{i+\frac{1}{2},j} + \frac{\delta y}{\delta x} \left(v_{i+1,j-\frac{1}{2}} - v_{i,j-\frac{1}{2}} \right) \quad (34)$$

$$(c) \dots v_{i+1,j+\frac{1}{2}} = v_{i,j+\frac{1}{2}} - \frac{\delta x}{\delta y} \left(u_{i+\frac{1}{2},j+1} - u_{i+\frac{1}{2},j} \right) \quad (35)$$

$$(d) \dots v_{i-1,j+\frac{1}{2}} = v_{i,j+\frac{1}{2}} + \frac{\delta x}{\delta y} \left(u_{i-\frac{1}{2},j+1} - u_{i-\frac{1}{2},j} \right) \quad (36)$$

8. Marker입자의 이동

계산의 초기단계부터 유체로 채워져 있는 cell에는 질량이 0인 marker를 주입하고, 유체운동에 따라서 그 위치를 바꿀 필요가 있다. 처음에는 유체의 형태를 형성하는 모든 cell에 입자가 주입되고, 그 입자를 각 계산 cycle마다 이동시켜서 흐름장의 시간적 변화를 추적해 간다. 그러므로 자유표면의 형태를 파악할 수 있으며, Marker입자의 추적에 따라 유체 전체를 구성하는 요소의 거동을 수치적으로 가시화할 수 있다.

SMAC법에서는 단위 셀에 대하여 계산되어 있는 x, y 방향의 속도들을 사용하여 면적가중법(area weighting)으로 Marker들의 속도를 계산하게 된다. Fig. 4에서 보듯이 셀 내에 위치한 입자의 Marker(n 번째)는 속도장에 관련된 엇갈린 격자망(Staggered mesh) 상에서 4개의 셀들의 주변속도들에 의해서 결정된다. 모든 Marker입자는 각 time step에서 압력장과 속도장의 계산이 끝난 단계에서 그 위치가 변경된다. 또한, 모든 Marker입자에는 번호가 붙어 있는데, n 번째 입자의 x 방향 및 y 방향의 속도성분을 u_n 및 v_n 라 하며, Fig. 4에서는 이러한 면적가중법을 사용하여 n 번째 Marker의 x 방향 속도, u_n 을 계산하는 방법을 예시하고 있다. u_n 및 v_n 는 그 근방에 있는 cell의 유체속도로부터 구하게 되는데, cell과 같은 면적을 갖는 4변형을 Marker입자가 그 중심에 오도록 덮어씌우고, 그 4변형과 인접하는 4개의 cell이 중복되는 부분의 면적요소로부터 구하게

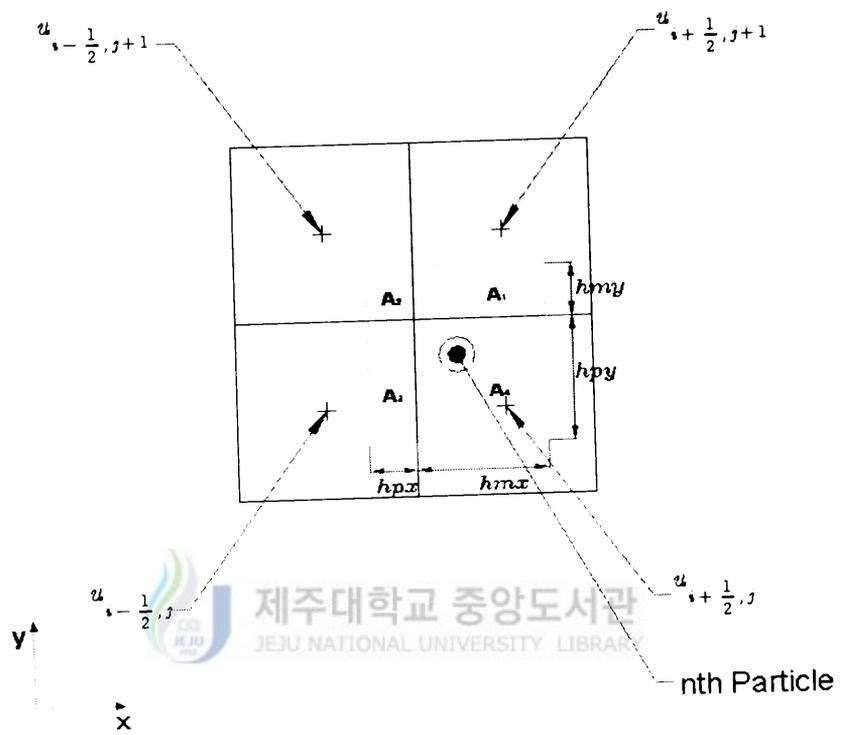


Fig. 4. Area velocity weighting scheme for marker movement.

된다. 새로 생성되는 그 입자의 위치는 2차원 직교좌표계의 경우 아래와 같다.

$$u_n = A_2 \times u_{i-\frac{1}{2},j+1} + A_1 \times u_{i+\frac{1}{2},j+1} + A_3 \times u_{i+\frac{1}{2},j+1} + A_4 \times u_{i+\frac{1}{2},j} \quad (37)$$

마찬가지 방법으로 n 번째 Marker의 y 방향 속도를 구하면 다음과 같다.

$$v_n = A_2 \times v_{i,j+\frac{1}{2}} + A_1 \times v_{i+1,j+\frac{1}{2}} + A_3 \times v_{i,j-\frac{1}{2}} + A_4 \times v_{i+1,j-\frac{1}{2}} \quad (38)$$

이와 같이 n 번째 Marker의 x, y 방향의 속도 u_n, v_n 을 구하면, 기존의 Marker들의 위치 $(x_n^{\wedge t}, y_n^{\wedge t})$ 로부터 새로운 위치 $(x_n^{\wedge t+1}, y_n^{\wedge t+1})$ 를 구할 수 있다.

$$\frac{(x_n)_k^{\wedge t+1}}{\delta x} = \frac{(x_n)_k^{\wedge t}}{\delta x} + u_n \frac{\delta t}{\delta x} \quad (39)$$

$$\frac{(y_n)_k^{\wedge t+1}}{\delta y} = \frac{(y_n)_k^{\wedge t}}{\delta y} + v_n \frac{\delta t}{\delta y} \quad (40)$$

이러한 방법으로 계산영역 내에 존재하는 모든 Marker들을 각 time step에 대해서 이동시켜 주면 결과적으로 수로내부의 자유표면의 이동을 추적할 수 있다.

9. 해석의 안정조건

수치해의 정확성과 안정성을 유지하기 위해서는 다음의 두 가지 안정조건들을 고려하여 두 가지의 타임스텝의 안정조건 중에서 더 작은 안정조건을 사용함으로써 전체 해석에 있어서 안정한 수치해를 얻을 수 있다.

① 운동량(momentum)은 하나의 타임스텝 δt 당 하나의 셀 이상을 이동할 수 없다. 이것은 차분방정식들의 flux term들은 오직 자신의 셀에 대해서만 근사하

고 있기 때문이며 이러한 CFL(courant-friedrichs-lewy)조건은 다음과 같다.

$$\delta t < \min \left\{ \frac{\delta x}{|u|}, \frac{\delta y}{|v|} \right\} \quad (41)$$

② 동점성계수(kinematic viscosity)가 0이 아닐 경우에 선형 안정조건 해석(linear stability analysis)에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$\delta t < \frac{1}{2\nu} \frac{\delta x^2 \delta y^2}{\delta x^2 + \delta y^2} \quad (42)$$



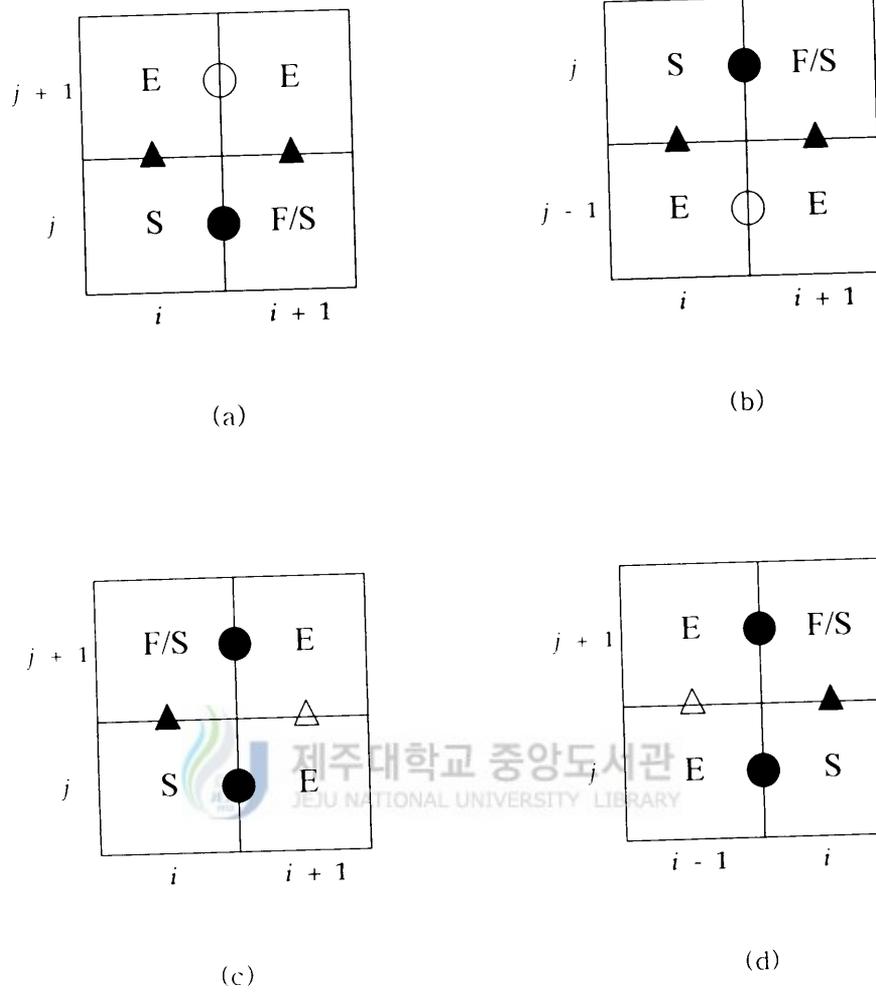


Fig. 5. The tangential stress condition for the calculation of empty cell velocity just outside the surface cell.

10. 해석순서

본 연구에서 사용한 해석순서를 요약하여 흐름도(flow chart)로 나타내면 Fig. 5와 같이 나타낼 수 있다. 이런 해석순서를 설명하면 다음과 같다.

- ① 먼저, 계산에 필요한 초기 유체영역, 경계조건, 입·출력 조건들을 입력하여 계산을 준비한다.
- ② 해석영역의 재분류 : 초기에 존재하는 Marker들이나, 유체의 흐름에 의해 자유표면을 따라 이동하는 Marker들, 또는 유입되는 Marker들의 위치를 계산하여 전체 해석영역을 재분류한다.
- ③ 의사압력(pseudo pressure)의 계산 : 유체로만 채워진 모든 영역에서 초기의 의사압력은 우선 0으로 가정하지만 연속적인 유출을 포함하지 않는 계산에서는 $\theta_F = g_x x + g_y y$ 으로 압력을 구한다. g_x, g_y 는 x, y 방향의 가속도이다. 자유 표면 영역에서의 의사압력 θ_S 는 자유표면의 법선응력조건에 의해서 구한다.
- ④ 정해진 계산완료 시간에 도달하게 되면 계산을 종료한다. 또한 미리 설정된 출력조건에 따라 각종 변수 및 데이터를 출력한다.
- ⑤ 임시속도(tilde velocity)의 계산 : 의사압력과 주어진 속도경계조건들을 식(7)과 식(8)에 대입하여 계산한다.
- ⑥ 임시속도를 이용하여 D 를 계산한다.
- ⑦ SOR(sucessive over relaxation)법을 이용하여 포텐셜함수의 수렴값을 계산한다.
- ⑧ 포텐셜함수의 수렴값을 이용하여 유체영역의 실제속도들을 구한다.
- ⑨ 유체영역의 실제속도들을 이용하여 자유표면 영역의 속도들을 계산한다. 자유표면 영역의 속도는 실제속도가 계산된 직후와 계산 영역이 재분류된 직후에 각각 한 번씩 총 2회 계산해 주어야 한다.
- ⑩ 유체영역 및 자유표면 영역에서 모든 속도들이 계산되면 해석영역에 분포되어 있던 Marker들을 계산된 속도들에 의해 새로운 위치로 이동시킨다.
- ⑪ 시간을 한 단계 전진시켜 ①~⑨의 과정을 반복 계산한다.

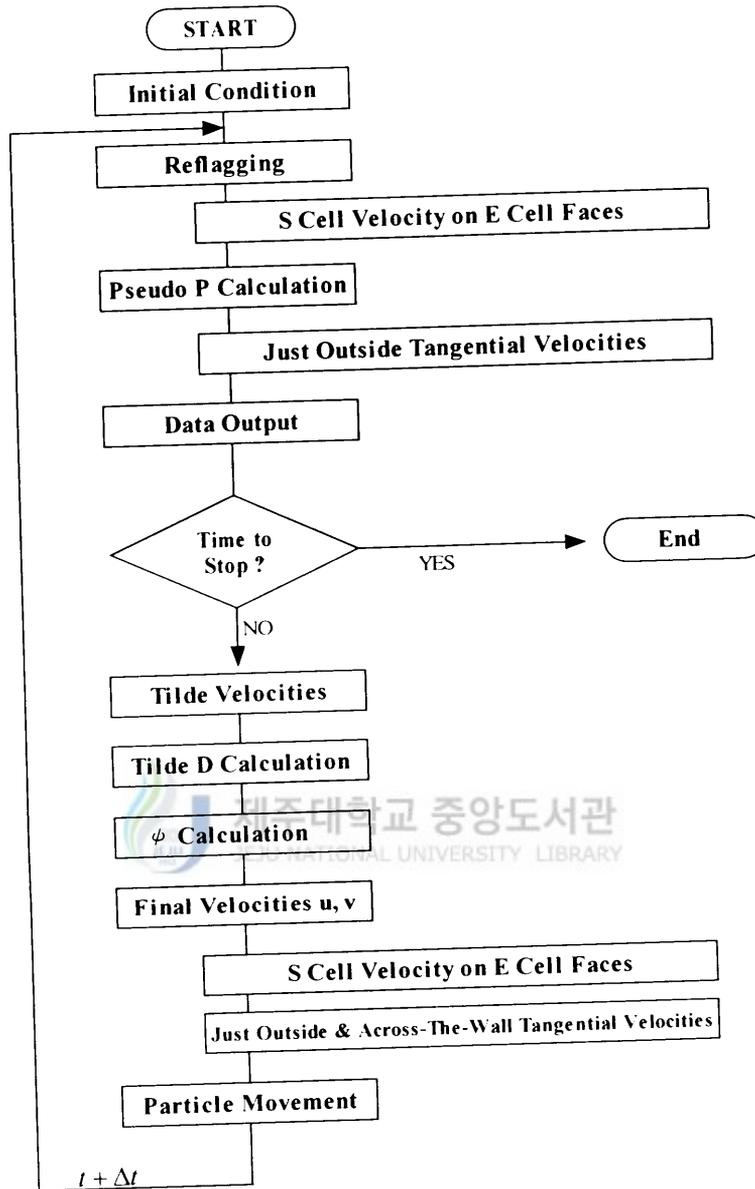


Fig. 6. The calculation cycle.

Ⅲ. 해석결과 및 고찰

1. 수치해석의 타당성 검토

본 연구의 자유표면추적기법의 타당성을 검증하고 SMAC법의 전체적인 해석 알고리즘의 안정성을 보이기 위해 직사각형 연직 수조안에 있는 연직물기둥 댐 붕괴 문제를 해석하여 기존의 연구 결과들과 비교하였다. 우선, 댐 붕괴 문제는 Fig. 6~Fig. 8에서 보는바와 같이 순간적으로 물막이를 제거한 후 붕괴되는 물기둥의 진행을 고찰하는 문제로서, 초기 형상이 간단하고 자유표면 형상의 전진과 후퇴가 관측된다. Martin과 Moyce(1952)는 연직 물기둥의 붕괴에 관해 실제 실험을 행하였으며, Koshizuka와 Oka(1996)는 MPS(Moving-Particle Semi-implicit)법을 사용하여 수치해석한 바 있다. 이외에 각기 다른 수치해석 방법을 적용한 연구자들이 공통적으로 인용한 대표적인 검증 문제라 할 수 있다. 본 연구에서는 SMAC을 통한 시간에의 진행에 따라 퍼져나가는 선단거리에 관한 수치해석 결과를 Martin-Moyce의 실험결과 및 MPS법의 계산결과와 비교하였다. 수치해석에 사용된 계산영역의 크기를 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6에 나타낸 것과 같이 계산영역은 x 방향으로 40cell, y 방향으로 30cell, $\delta x = \delta y = 5.0 \text{ cm}$ 로 했기 때문에 전체 영역은 $200 \text{ cm} \times 150 \text{ cm}$ 이며, 초기 물기둥의 영역은 $50 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$ 이다. 물기둥의 폭과 높이의 비를 1:2로 하였는데 이것은 Martin-Moyce의 실험결과 및 MPS법의 계산결과와 비교를 하기 위해서이다. 유체의 동점성계수는 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 로 하였고, 경계벽의 조건은 마찰이 없는 Slip조건을 사용하였다. 연직방향 가속도 즉, 중력가속도는 $g_y = -980 \text{ cm}/\text{sec}^2$ 이다. Fig. 7은 Martin-Moyce의 실험 결과 및 MPS법의 계산 결과와 본 연구에 사용된 SMAC법의 해석결과를 비교하여 도표로 나타낸 것이다. Martin-Moyce는 실험시 물기둥의 폭을 2.25 in , 1.125 in 를 사용하였고, 폭과 높이의 비는 1:2이다. Fig. 9의 가로축은 무차원시간이며, 세로축은 초기 물기둥의 폭과 물기둥이 붕괴할 때 시간의 진행에 따라 선단이 퍼져나간 거리의 비이다. Fig. 7의 결과로부터 SMAC법을 사용한 물기둥 붕괴의 해석결과와 MPS법을 사용한 계산결과와는 거의 일치함을 알 수 있으며, Martin-Moyce의 실험결과와는 정성적으로 유사한 물기둥의 붕괴 형상을 나타내고 있다고 판단된다. Fig. 10(a)~(l)은 SMAC법의 타당성 검토시에 물기둥 붕괴의 시간에 따라서 유체의 선단이 진행

해가는 분포를 나타내었다.

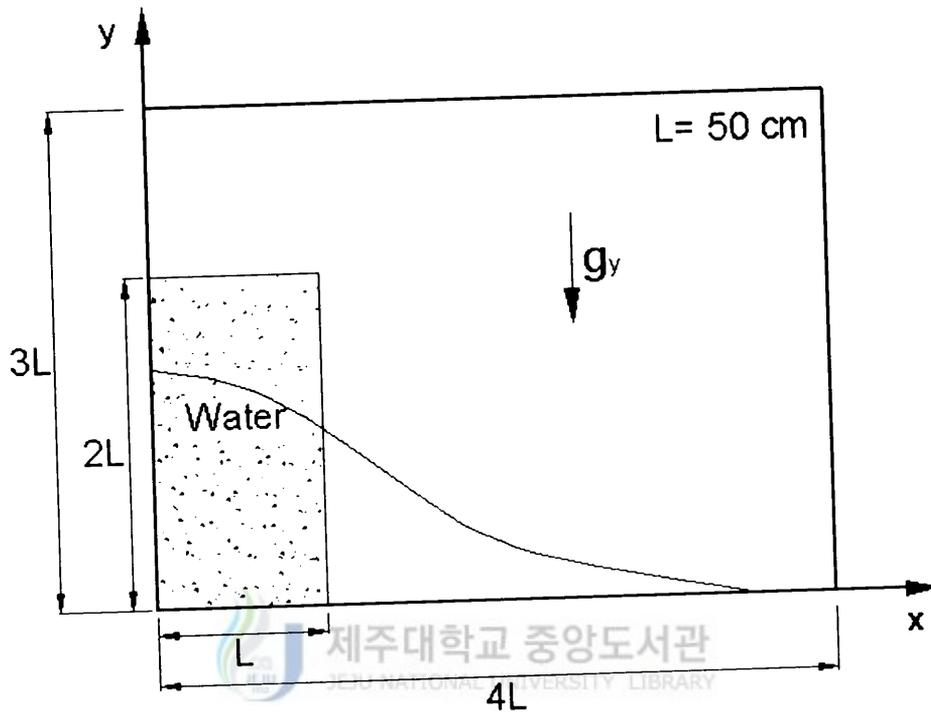


Fig. 7. Dimension configurations for calculation of the collapse of water column in vertical water tank.

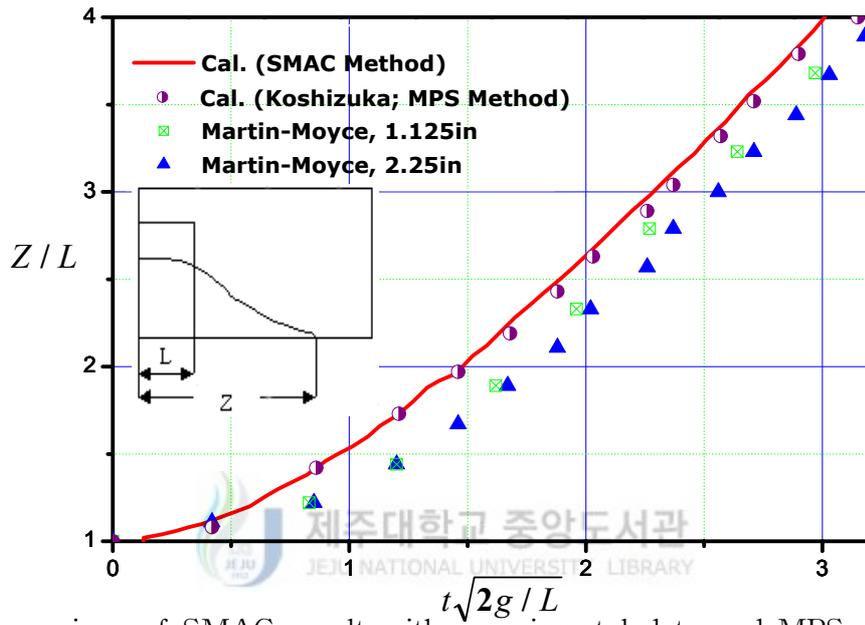


Fig. 8. Comparison of SMAC result with experimental data and MPS result for the water column collapse problem.

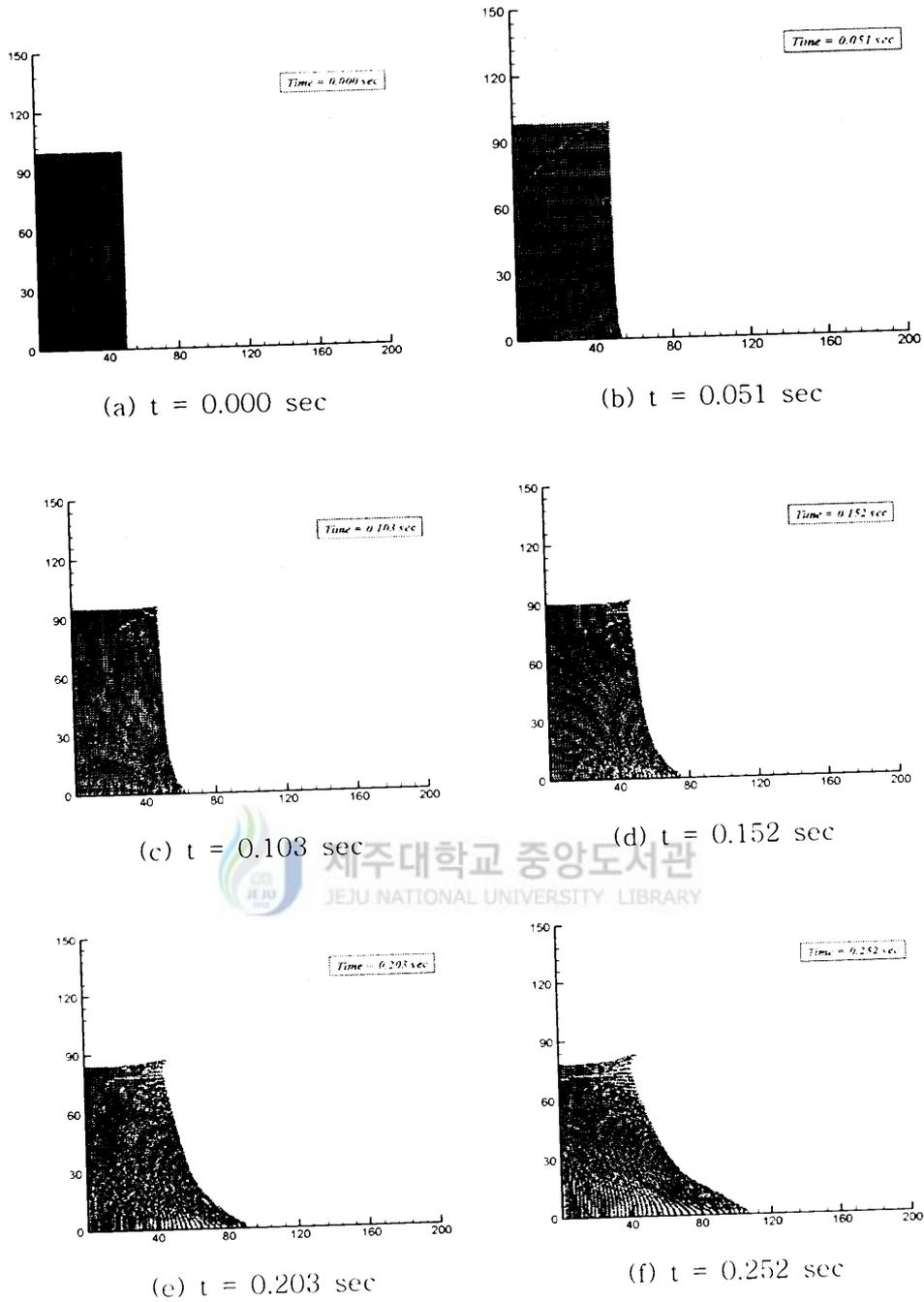
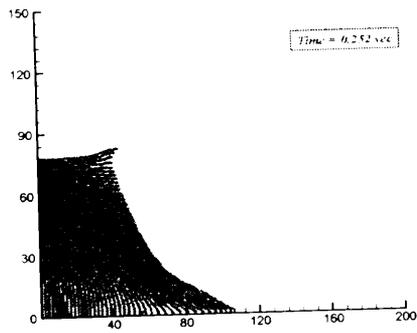
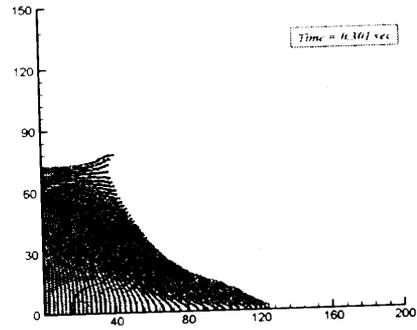


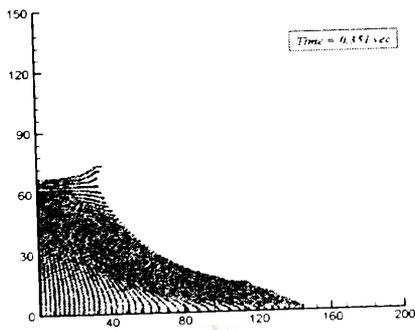
Fig. 9. Configuration of marker particles for the water column collapse problem at different times. [(a)~(f)]



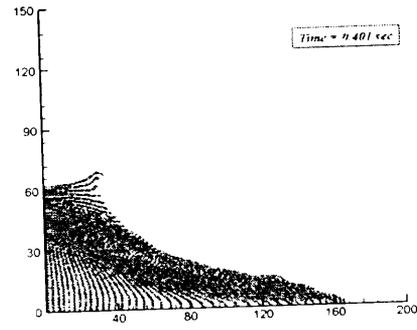
(g) $t = 0.252$ sec



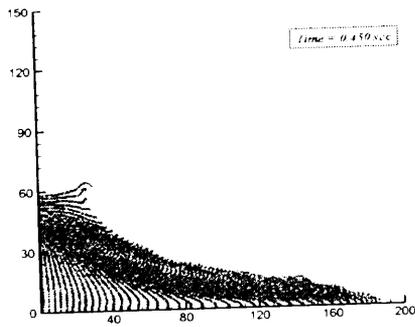
(h) $t = 0.301$ sec



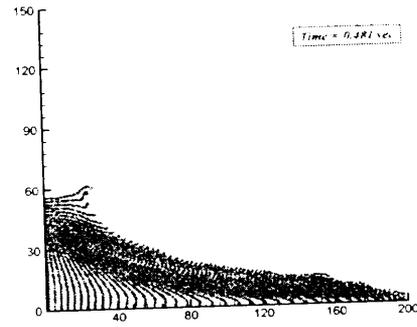
(i) $t = 0.351$ sec



(j) $t = 0.401$ sec



(k) $t = 0.450$ sec



(l) $t = 0.481$ sec

Fig. 9. Configuration of marker particles for the water column collapse problem at different times. [(g)~(l)]

2. 2개의 유입구의 위치와 단면변화에 따른 효과

본 연구에서는 직사각형의 2개의 유입구가 존재하는 가상수로내부의 유동현상을 파악하고자 하였다. 우선, 상부유입구의 위치와 하부유입구의 단면변화에 따라 각각 4가지의 Case로 구분하여 수치해석 하였다.

첫째는 Fig. 9와 같이 상부유입구의 위치가 가상수로의 단면높이의 중앙에 위치하고 있을 때 하부유입구의 크기변화에 따른 경우이다(Case 1 and 2). 두 번째는 Fig. 18에서 보는바와 같이 상부유입구의 위치가 가상수로의 단면높이가 중앙 이하에 위치하고 있을 때 하부유입구의 크기변화에 따른 경우(Case 3 and 4)로서 유입구의 높이와 유입구의 크기변화에 따른 유동변화를 계산하였다. 그리고 Fig. 9 와 Fig. 18의 단면내부에 위치하는 각각의 유입구(①②③)와 수로 내부의 (④) 지점에서 시간변화에 따른 유속 변화량과 채워지는 채움율을 측정하였다.

각 Case별 유체의 유동현상을 가시화하기 위해 사용된 영역의 크기는 공통적으로 x 방향으로 40cell, y 방향으로 30cell로 정하였고, 각 cell의 크기 d 는 5cm로 하였기 때문에, 전체 영역은 $200\text{ cm} \times 150\text{ cm}$ 이다. 유체의 동점성계수는 $\nu = 0.01\text{ cm}^2/\text{sec}$ 로 하였으며, 유입속도는 $400\text{ cm}/\text{sec}$ 로 하였다. 경계벽의 조건은 마찰이 없는 slip조건(free-slip condition)으로 하였고, 중력가속도 $g_y = 980\text{ cm}/\text{sec}^2$ 으로 하였다. 각 Case별 좀 더 구체적인 초기조건은 Table. 1과 Table. 2에서와 같다.



1) Case 1 and 2

Fig. 10 and Fig. 11은 상부유입구가 단면 중앙 높이에서 위치하였을 때 하부유입구의 폭이 $d (=5\text{ cm})$ 일 때 Marker입자분포와 속도벡터(velocity vector)를 나타낸 것이다. Fig. 10은 Case 1에 대한 해석결과를 Marker입자의 분포를 통하여 나타낸 것이다. 시간의 경과에 따라 2개의 유입구를 통하여 유입되는 유체의 유동현상을 가시화하였다. Fig. 10(a)~(j), Fig 11(a)~(j)에서 볼 수 있듯이 빠른 속도로 가상수로내로 유입된 유체는, 유입직후 중력효과에 의해 오른쪽 빈 수로로 유입되면서 두 벽사이의 상부유입구와 하단벽과 바닥 사이에 있는 하부유입구로 흘러 들어오면서, 차츰 가상수로 내부를 채우게 된다. Fig. 10(e)~(g)에서는 위에서 낙하하는 유체와 밑에서 흘러나오는 유체가 계속적으로 충돌하면서 큰 소용돌이를 형성하며, 수로 우측 벽에 충돌한다. 그리고 Fig. 10(h)~(j)에서는 하

부유입구를 통해 빠져나온 유체가 수로내부의 유체와 섞이는 과정에서 난류의 형성과 기포를 발생시키고 있다. 이러한 와류의 형성이나 난류의 발생은 실제 수로내부의 유체의 흐름을 방해하는 요인이 되며, 수로벽면에 국부적인 마모에 영향을 줄 것으로 사료된다. Fig. 11은 Fig. 10에서 나타난 유체의 흐름을 속도벡터의 분포를 나타낸 것이다. 본 연구에서 적용한 유입속도(400 cm/sec)는 비교적 빠른 고압의 조건이다. Fig. 11(a)~(f)에서 보면, 유체가 좁은 상부와 하부유입구를 통해 흘러들어가면서 더욱 더 빨라지고 있으며, 그에 따라 수로내부벽에 가해지는 힘은 더욱 커지게 된다. 그리고 수로내부벽에 의해 튕겨진 입자들은 더욱 큰 유속과 함께 다양한 방향으로의 나타났다. 그러나 Fig. 11(g)~(j)의 속도벡터 분포를 살펴보면 수로내부에 채워지는 유체가 상부유입구 높이 이상으로 채워지면서부터 전체적인 수로내부에 평균유속이 감소하고 유체의 흐름이 안정화되었다.

Fig. 12는 Fig. 9에서 나타내어진 각각의 유입구(①②③)와 수로 내부의 한 점(④)에서 시간에 변화에 따라 채워지는 유체의 속도를 각각 측정하였다. Fig. 12에서 보면 유입처음에만 상부유입구에서의 유속이 크고 이후에는 꾸준히 하부유입구에서의 유속이 크다가 $t=2.150\text{ sec}$ 일 때부터, 수로내부로 유입되는 유체가 상부유입구의 높이까지 채워지면서 하부유입구의 유속보다 상부유입구에서의 속도가 크게 나타났다. Fig. 13은 유체의 채워지는 시간에 따라 상부와 하부유입구에서 유입률(Filling rate)과 시간에 따라 채워지는 채움량(Filled volume)을 나타내었다. 여기서, 유체의 채움량은 수로폭을 단위폭 1 m 에 대하여 고려한 값이다.

Fig. 14와 Fig. 15는 Case 2인 경우로서, 상부유입구가 단면 중앙 높이에서 위치하였을 때 하부유입구의 폭이 $2d(=10\text{ cm})$ 일 때 시간이 변함에 따라 변하는 Marker입자분포와 속도벡터(velocity vector)를 나타낸 것이다. Fig. 14와 Fig. 15에서 보면, Fig. 10과 Fig. 11에 나타내어진 유체흐름과는 다르게 하부유입구의 폭이 넓어짐으로서, 가상수로내부에 채워지는 유체의 흐름이 눈에 띄게 구분되어졌다. 우선, Fig. 14(g)~(j)에서 보듯이 하부유입구로 채워지는 유체의 흐름이 더욱 자연스러워졌고, Fig. 10에서 나타난 하부유입구 주변에서의 난류 발생이 줄었으며, 그에 따라 수로내부로 유체가 채워지는 과정에서 흐름을 방해하는 요인이 줄어들어 전반적으로 안정적으로 유입되고 있다. 하지만, Fig. 15(a)~(d)의 속도벡터 분포에서 볼 수 있듯이 계산 초기에 빠른 속도로 유입되는 유체의 흐름은 상·하부의 좁은 유입구로 통과하면서 유속이 더 커져 수로내부에 채워지는 동안 커다란 소용돌이를 형성하고 있다.

Fig. 16은 Fig. 9에서 나타내어진 유입구(①②③)와 수로 내부의 한 점(④)에서 시간에 변화에 따라 채워지는 유체의 속도분포를 나타내었다. 여기에서 Fig. 12

에서와 마찬가지로 시간이 지남에 따라 수로내부에 채워지는 유체의 높이가 상부유입구의 높이 이상으로 채워지기 시작하는 시기인 $t=1.56\text{sec}$ 때부터 Case 1 과 마찬가지로 상부유입구에서 유입속도가 하부유입구에서 유입되는 속도보다 크게 나타나는 게 관찰되었다. 그리고 Case 1의 Fig. 12와 비교해서 볼 때, 하부 유입구의 폭이 넓었을 때 그 곳에서의 초기 유입속도가 좁을 때 보다 상대적으로 크게 나타났다. 또한, 상부유입구로 유입되는 유속분포가 고르지 못한 경향을 보였다. Fig. 17에서는 Case 1의 Fig. 13과 마찬가지로 상·하부유입구를 통해 유입되는 유입률(Filling rate)과 채움량(Filled volume)을 나타내었다. Fig. 17에서 보이는 바와 같이 단면 폭이 커진 Case 2의 하부유입구에서의 유체의 유입률이 case 1보다 상대적으로 크게 나타났다. 그리고 일정시간동안의 채움량 또한 하부유입구 단면이 좁은 case 1보다는 단면 폭이 넓은 Case 2의 경우가 크게 나타남을 알 수 있었다.

이러한 두 가지 해석결과로부터 유입구의 단면변화에 따라 각 위치에서의 속도를 파악할 수 있었고, 이를 통해 수로내부에 유입되는 유체의 흐름을 예측할 수 있었다. 그리고 속도벡터분포를 통해 강한 유입속도에 의해 영향을 받게 되는 상대적으로 취약한 단면의 위치를 파악할 수 있었다. 이러한 유동해석 결과는 다른 형태의 실제적인 구조물 내부설계를 보다 효율적으로 할 수 있는 중요한 정보를 제공한다고 생각한다.



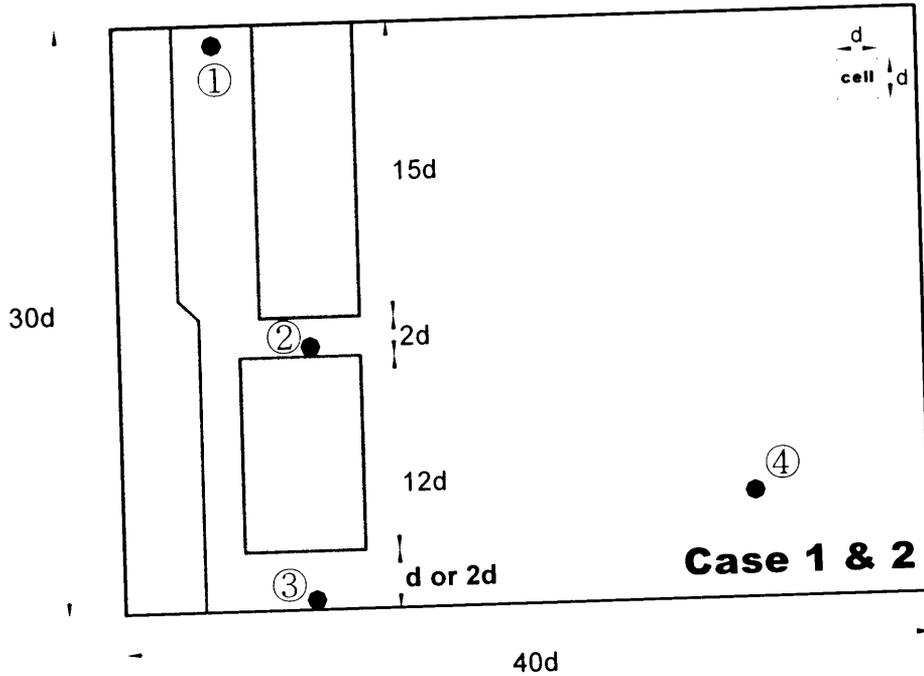


Fig. 10. Dimension configuration and Calculation conditions for the virtual channel with 2 gates(Case 1 and 2).



Table. 1. Calculation conditions for Case 1 and 2

Case	1	2
Bottom ingate-height size	$1d (= 5cm)$	$2d (= 10cm)$
Fluid inflow velocity	400 cm/sec	
Boundary condition	Slip	
Kinematic viscosity	$0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$	
Gravity	$980 \text{ cm}/\text{sec}^2$	
Number of marker	9(3×3) markers/cell	

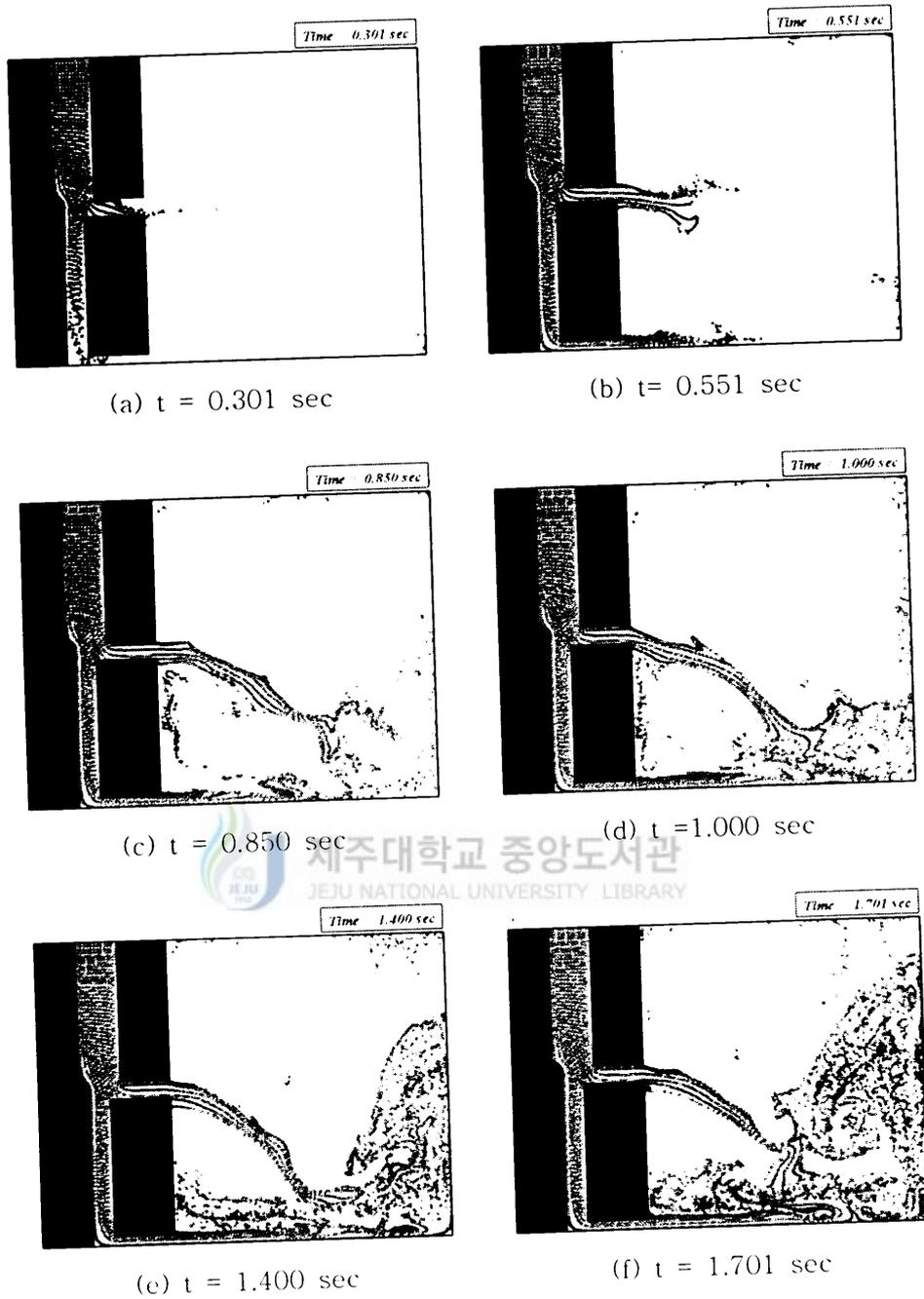
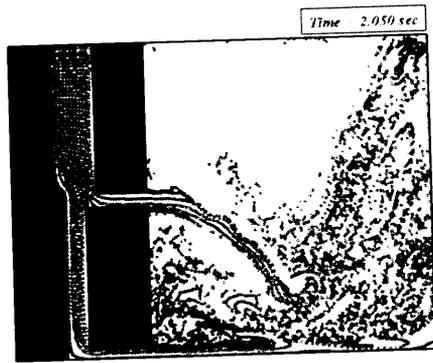
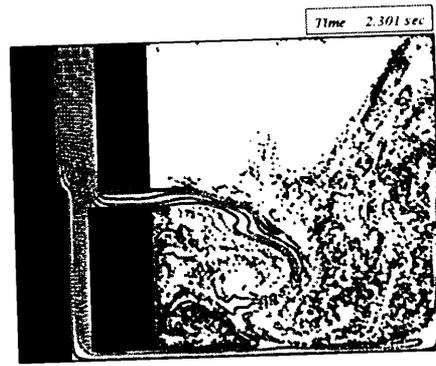


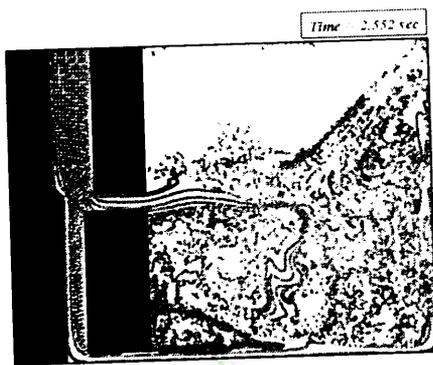
Fig. 11. Configuration of marker particles of filling a channel(Case 1).
 [(a)~(f)]



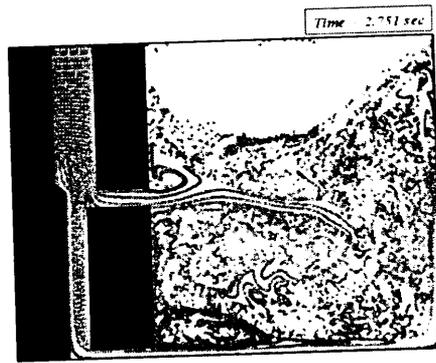
(g) $t = 2.050$ sec



(h) $t = 2.301$ sec



(i) $t = 2.552$ sec



(j) $t = 2.751$ sec

Fig. 11. Configuration of marker particles of filling a channel(Case 1).
[(g)~(j)]

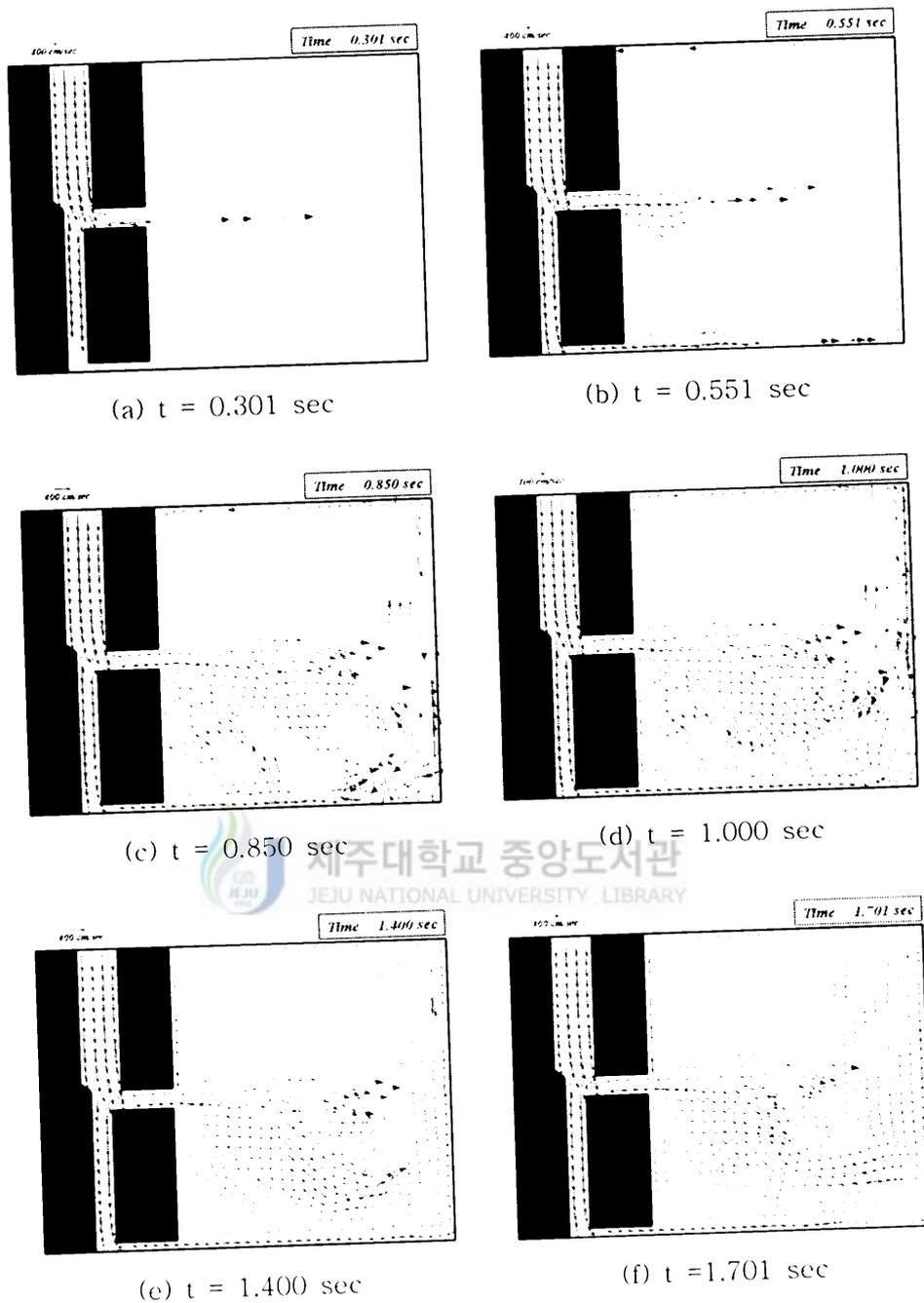
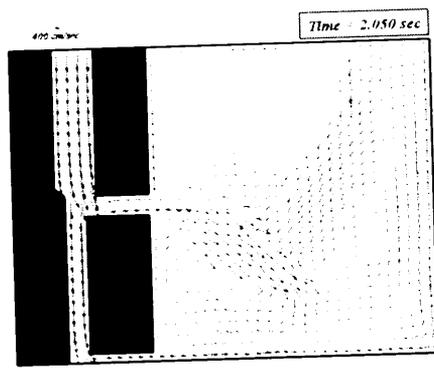
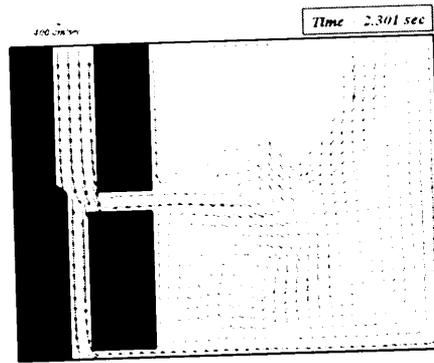


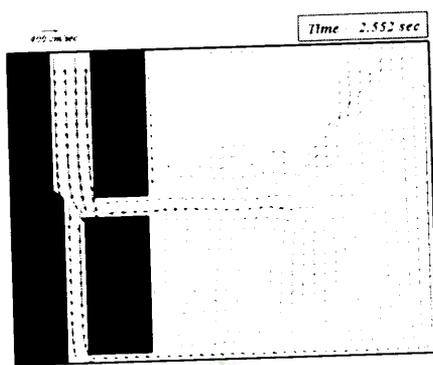
Fig. 12. Configuration of vector profiles of filling a channel(Case 1).
 [(a)~(f)]



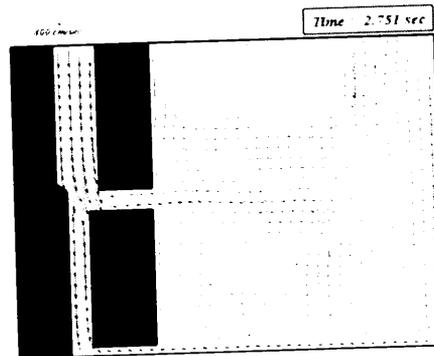
(g) $t = 2.050 \text{ sec}$



(h) $t = 2.301 \text{ sec}$



(i) $t = 2.552 \text{ sec}$



(j) $t = 2.751 \text{ sec}$

Fig. 12. Configuration of vector profiles of filling a channel(Case 1).
 [(g)~(j)]

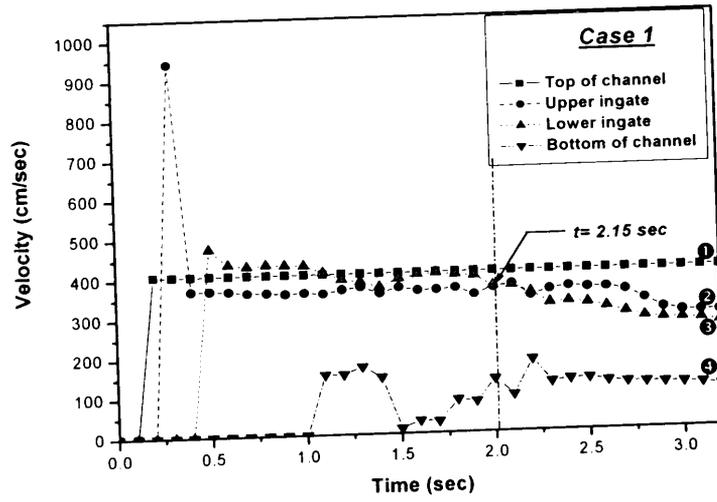


Fig. 13. Fluid velocity as function of the filling time(Case 1).

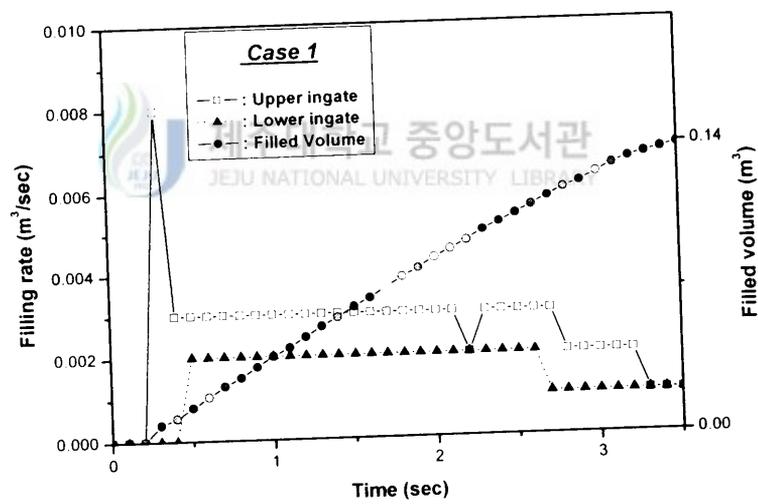


Fig. 14. Filling rate and filled volume as a function of filling time at 2 ingates(Case 1).

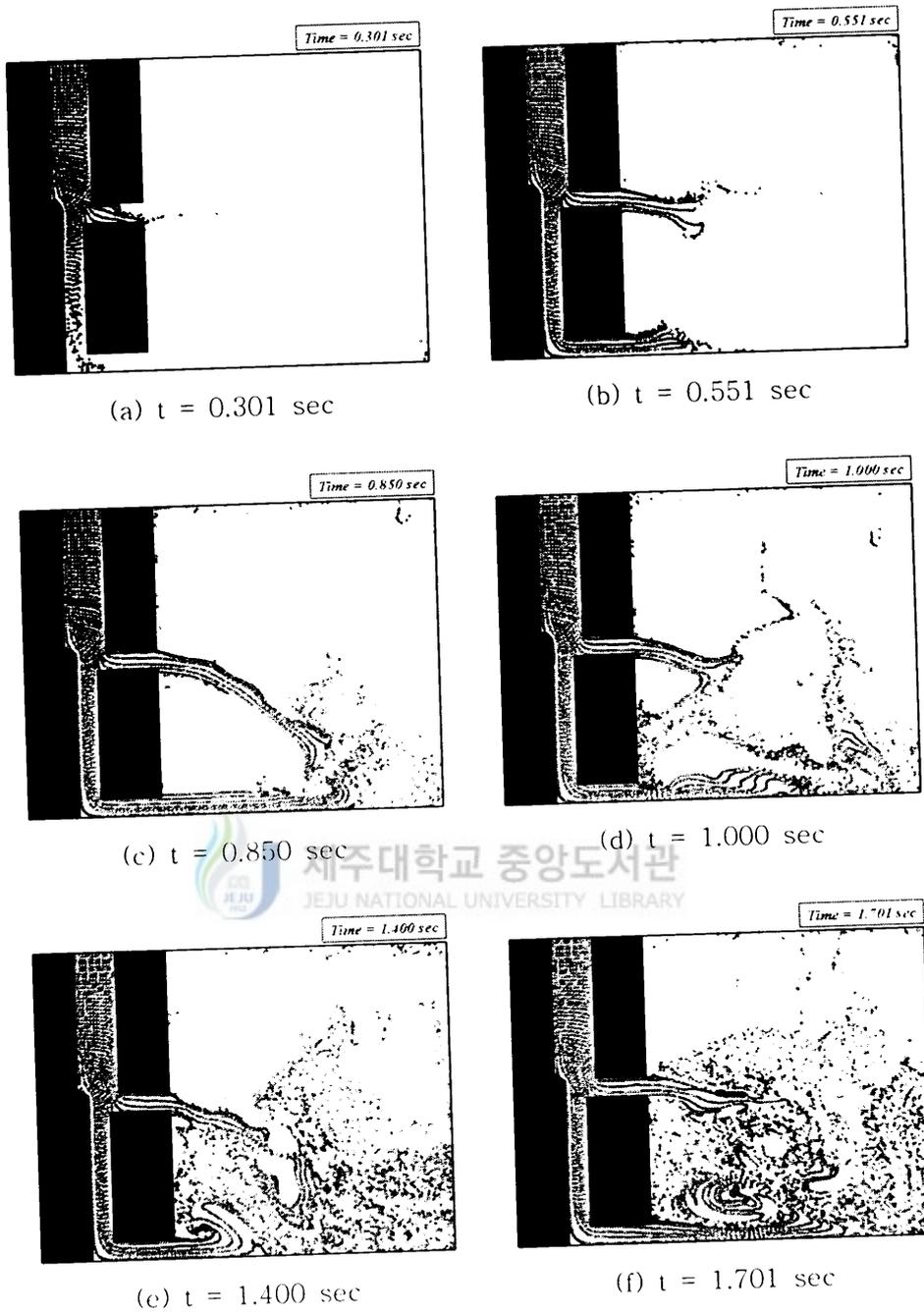


Fig. 15. Configuration of marker particles of filling a channel(Case 2).
 [(a)~(f)]

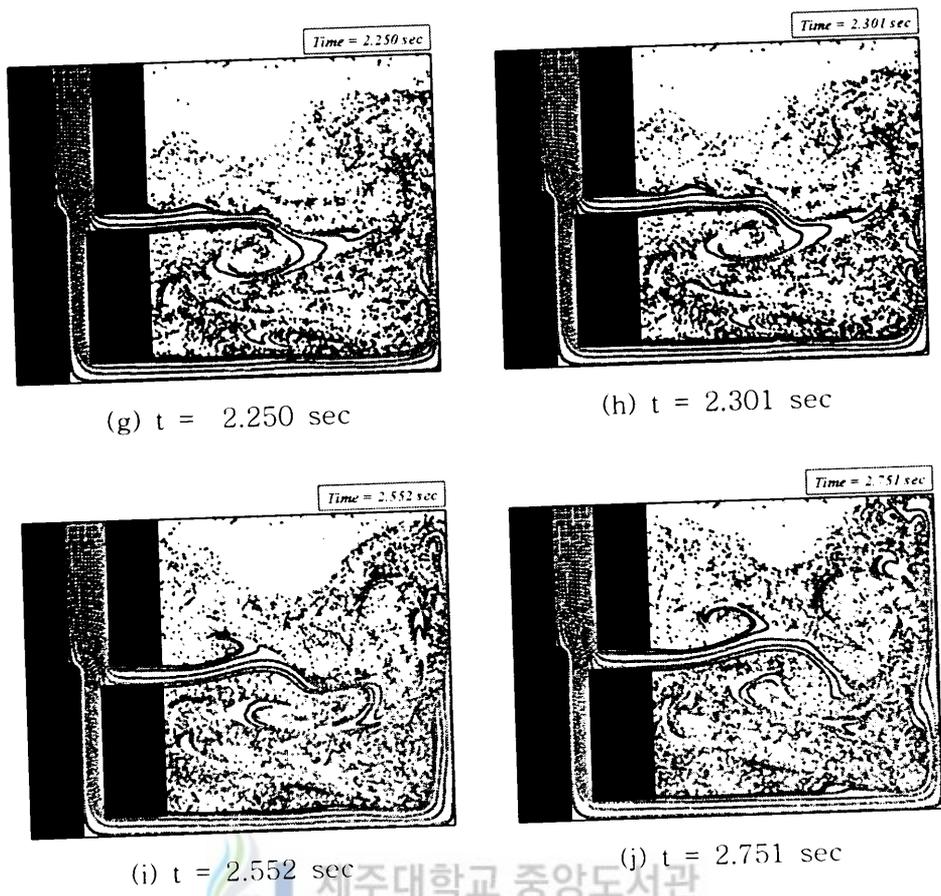


Fig. 15. Configuration of marker particles of filling a channel(Case 2).
 [(g)~(j)]

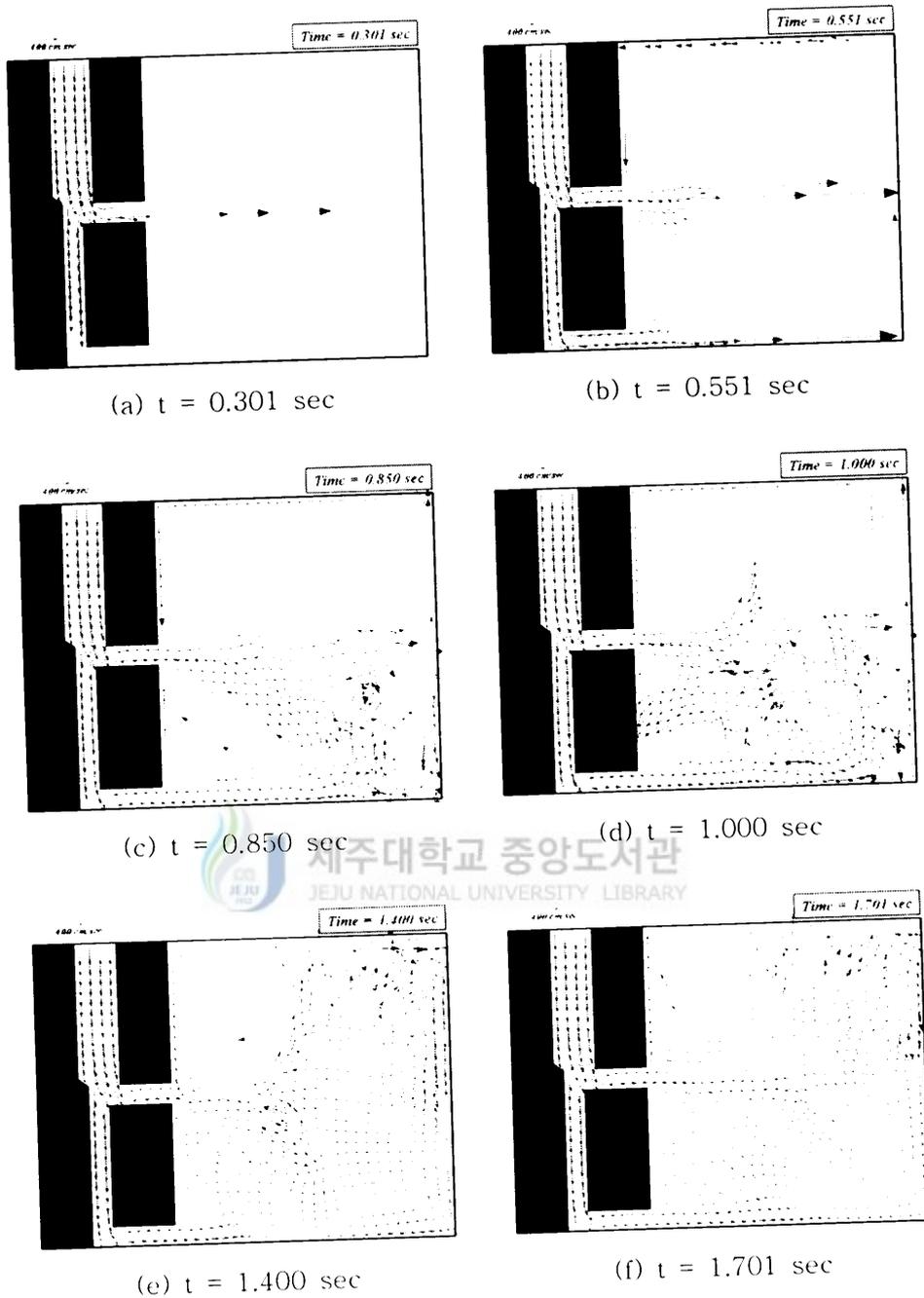


Fig. 16. Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 2).
 [(a)~(f)]

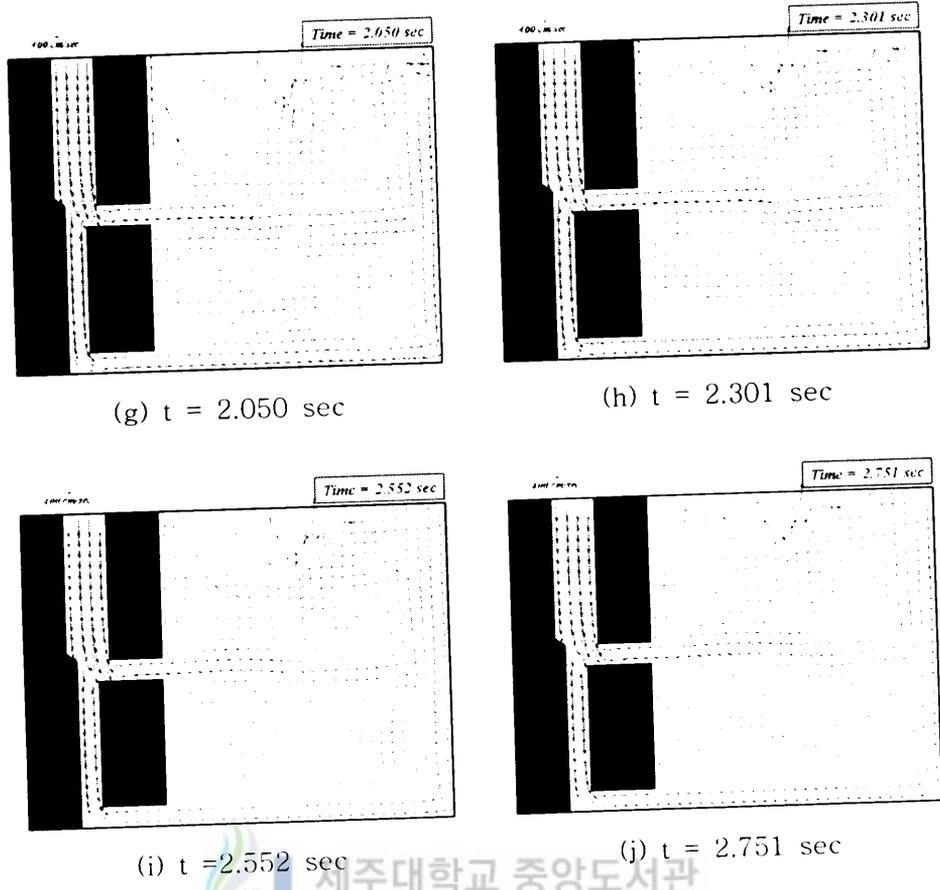


Fig. 16. Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 2).
 [(g)~(j)]

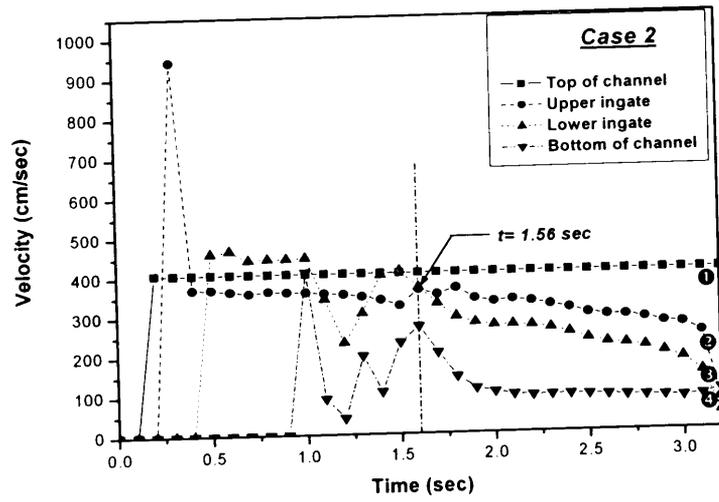


Fig. 17. Fluid velocity as function of the filling time(Case 2).

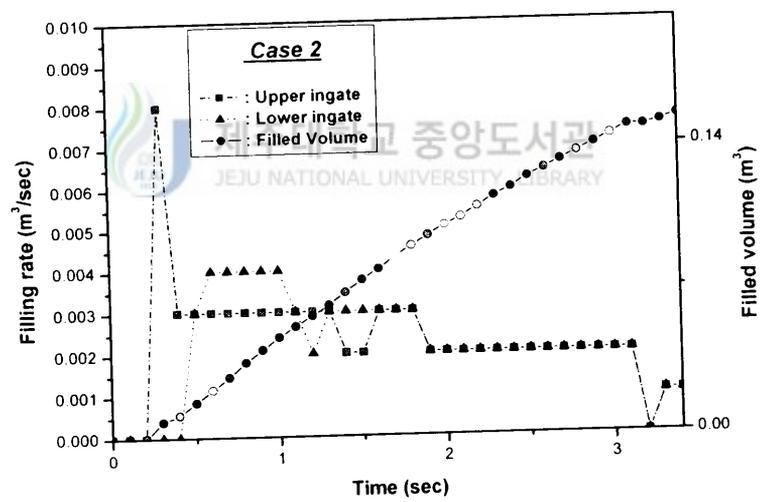


Fig. 18. Filling rate and filled volume as a function of filling at 2 ingates(Case 2).

2) Case 3 and 4

직사각형의 연직 수로 안에서의 자유표면을 갖는 유동을 파악함에 있어서 이번에는, Fig. 18에서와 보는 단면의 형태와 같이 이번에는 상부유입구의 높이를 해석단면의 중앙 아래로 위치하여 해석하였다. 그리고 하부유입구의 단면 폭을 $d(=5\text{cm})$ 일 때와 $2d(=10\text{cm})$ 일 때를 각각 Case 3과 Case 4라고 하였다.

Fig. 19는 Case 3에서의 하부유입구의 폭이 좁을 때의 해석결과를 Marker입자분포를 이용하여 가상수로내부로 유입되는 유체의 흐름을 나타낸 결과이다. 이는 Case 1과 2와 마찬가지로 시간이 진행에 따라 수로내부로 채워지는 유체의 움직이는 형상을 잘 표현했다. Fig. 20은 Case 3의 결과를 속도벡터로 나타낸 것이다. Fig. 19(b)~(j)과 Fig. 20(b)~(j)에서 볼 수 있듯이, Case 1과 마찬가지로 하부유입구의 단면 폭이 작은 Case 3의 해석에서도 하부유입구를 지난 유체가 바닥 면에서 자연스럽게 유입되지 못하고 정체되어있는 현상이 나타났다. 또한, 수로내부의 전체적인 유속분포도 고르지 못하였다. 상·하부에서 유입되는 유체가 서로 뒤엉키는 과정에서 섞인 유체가 오른쪽벽면을 타고 단면 천장까지 큰 값의 유속이 영향을 주고 있다. 이러한 유체입자들은 수로의 오른쪽 벽과 천장에 부딪힘으로서 더 큰 유속분포를 보여주고 있다.

Fig. 21은 Fig. 18에서 나타내어진 각각의 유입구(①②③)와 수로 내부의 한 점(④)에서 시간의 진행에 따라 채워지는 유체의 속도를 측정된 결과이다. 여기에서도 상부유입구 높이 이상으로 유체가 채워지는 시기인, $t=2.101\text{sec}$ 일 때부터 상부유입구의 속도분포가 하부유입구보다 상대적으로 크게 나타났다. 그리고 하부유입구의 좁은 단면 폭에 의해 유속분포가 불규칙하게 나타났다. Fig. 26은 유체의 채워지는 시간에 따라 상부와 하부유입구에서의 유입률(Filling rate)과 시간에 따라 채워지는 채움량(Filled volume)을 나타내었다. 그리고 Fig. 26에서 보면, 시간에 따라 측정된 상부유입구와 하부유입구의 유입률이 거의 비슷하게 나타났으며, 앞에서의 각 Case별 계산결과와 비교해서 볼 때 일정시간동안 수로내부에 채워지는 유체의 채움량이 상대적으로 적게 나타남을 볼 수 있다.

Fig. 23과 Fig. 24는 Case 4의 상부유입구가 해석단면 중앙 아래에 위치하였을 때 하부유입구의 폭을 $2d(=10\text{cm})$ 로 하여 시간이 진행함에 따른 수로내부에 채워지는 유동의 변화를 Marker입자와 속도벡터를 통해 나타낸 것이다. Fig. 23과 Fig. 24의 marker입자분포와 속도벡터 분포를 통해서 보면, 앞서 해석한 Case 3과는 다르게 하부유입구와 단면바닥에서의 유체흐름이 자연스럽게 나타났다. 또한, 상·하부유입구의 높이가 차이가 작아서 각각의 유입구를 통해 흘러

들어오는 유체가 빨리 섞임으로서 수로내부의 중앙에서는 더 많은 소용돌이와 함께 기포가 발생하고 있다.

Fig. 25는 Fig. 18에서 나타내어진 각각의 유입구(①②③)와 수로 내부의 한 점(④)에서 시간의 진행에 따라 채워지는 유체의 속도를 측정된 결과이다. 다른 Case들과 마찬가지로 여기에서도 상부유입구의 높이 이상 유체가 채워지는 시기인 $t=1.901\text{sec}$ 일 때부터 상부유입구의 유속분포가 하부유입구의 유입속도보다 크게 나타났다. 이는 모든 Case의 경우 중에 Case 2의 $t=1.56\text{sec}$ 일 때 다음으로 빠른 것이다. Fig. 26은 Case 4에서의 해석결과에 대한 상·하부유입구로 유입되는 비율과 채움을 나타낸 것이다. Fig. 24(c)~(f)의 유속분포와 Fig. 26의 유입되는 비율을 같이 보면, 하부유입구에서 많이 유입되는 많은 양의 유체와 상부유입구에서 유입되는 유체와 하부유입구를 통해 유입되어 오른쪽 벽에 튕겨져 속도가 더 커진 유체의 흐름이 서로 만나 충돌함으로써 수로내부천장을 비롯하여 사방으로 튕겨나가는 현상을 볼 수 있다. 또한, Fig. 26의 결과에서 상·하부유입구의 비율이 비슷한 Case 3과 비교하여 볼 때 하부유입구의 단면 폭이 넓은 Case 4의 하부유입구의 유입률이 상대적으로 크게 나타났다. 이와 같은 결과로서 하부유입구의 폭이 상대적으로 좁은 경우들(Case 1과 Case 3)과는 다르게 하부유입구의 폭이 넓은 경우(Case 2와 Case 4)에 유입량이 차이가 있었으며, 이는 단면의 크기변화에 따라 수로내부로 전해지는 유속, 유입률 및 채움량의 차이에 영향을 주고 있음을 알 수 있다.

지금까지의 4개의 각 Case별로 얻은 결과들을 통해 각 단면위치와 단면 폭의 변화가 유체의 흐름에는 어떤 관계가 있는지, 그리고 속도에는 얼마나 영향을 주는지 알 수 있었다. Fig. 27은 일정시간까지 계산을 통해 얻어진 채움량의 차이를 4개의 각 Case들에 대해 비교한 것이다. 여기서 보면, 상부유입구의 위치가 높고 하부유입구의 단면의 폭이 큰 Case 2가 일정 시간 동안에 가장 많은 양의 유체가 채워졌다. 그리고 상부유입구의 높이가 높지만 하부유입구의 폭이 좁은 경우인 Case 1과 상부유입구의 위치가 낮지만, 하부유입구의 폭이 넓은 Case 4가 비슷한 채움량의 결과를 보였다. 그리고 상부유입구의 위치가 낮고 좁은 폭의 조건을 갖는 Case 3이 일정시간동안에 채워지는 유체이 양이 가장 적게 나타났다. 이러한 영향을 사전에 인지하고 유체의 유동을 이해한다면, 좀더 구체적이고 실질적인 단면설계시에 많은 도움을 줄 거라 판단된다.

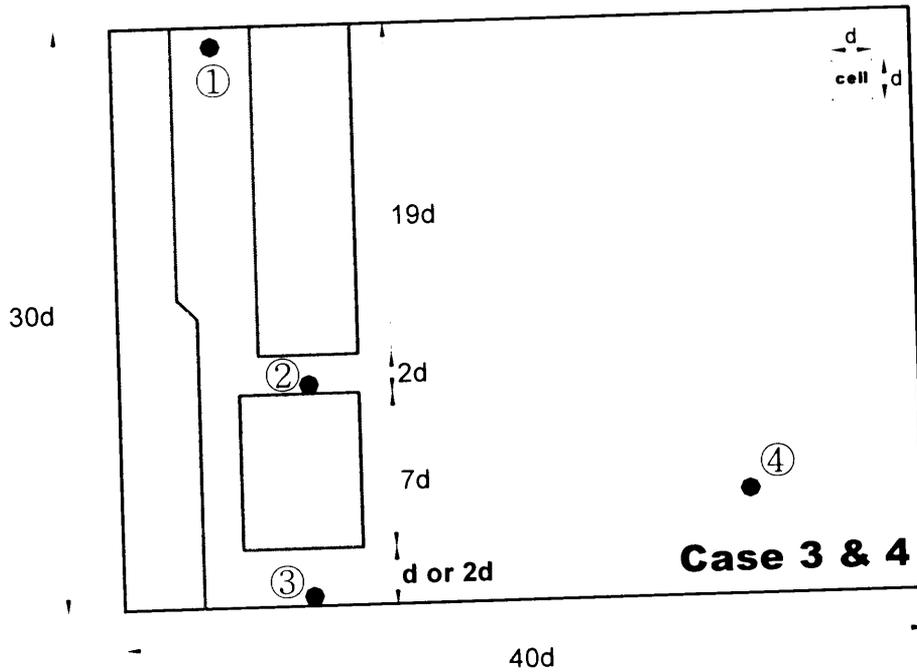


Fig. 19. Dimension configuration and Calculation conditions for the virtual channel with 2 gates(Case 3 and 4).

Table. 2. Calculation conditions for Case 3 and 4

Case	3	4
Bottom ingate-height size	1d(= 5cm)	2d(= 10cm)
Fluid inflow velocity	400 cm/sec	
Boundary condition	Slip	
Kinematic viscosity	0.01 cm ² /sec	
Gravity	980 cm/sec ²	
Number of marker	9(3×3) markers/cell	

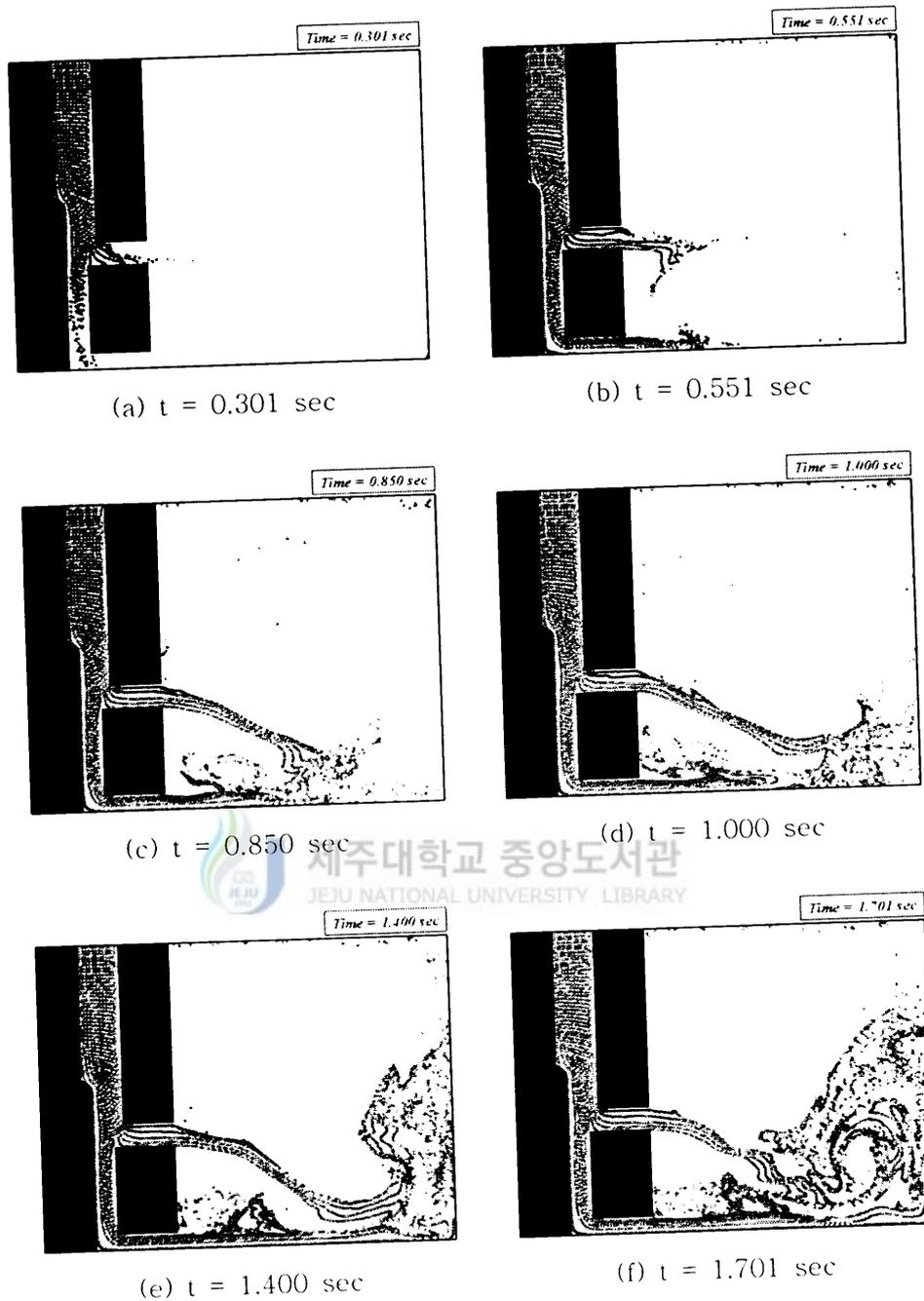


Fig. 20. Configuration of marker particles of filling a channel(Case 3).
 [(a)~(f)]

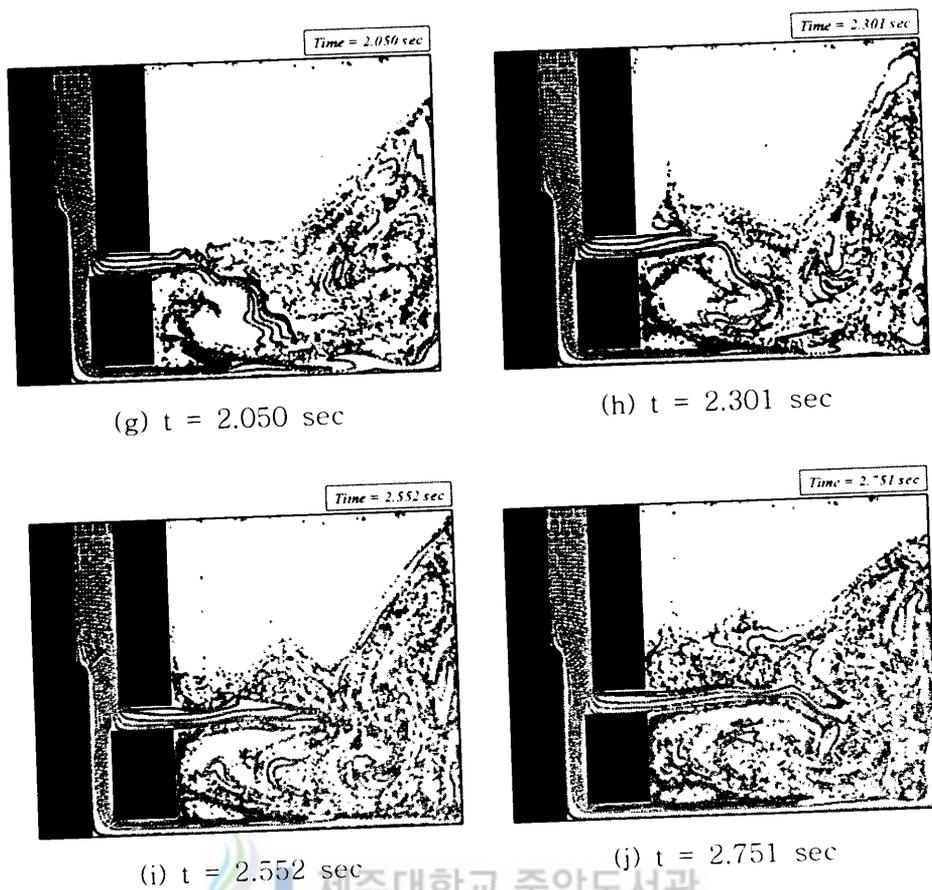


Fig. 20. Configuration of marker particles of filling a channel(Case 3).
 [(g)~(j)]

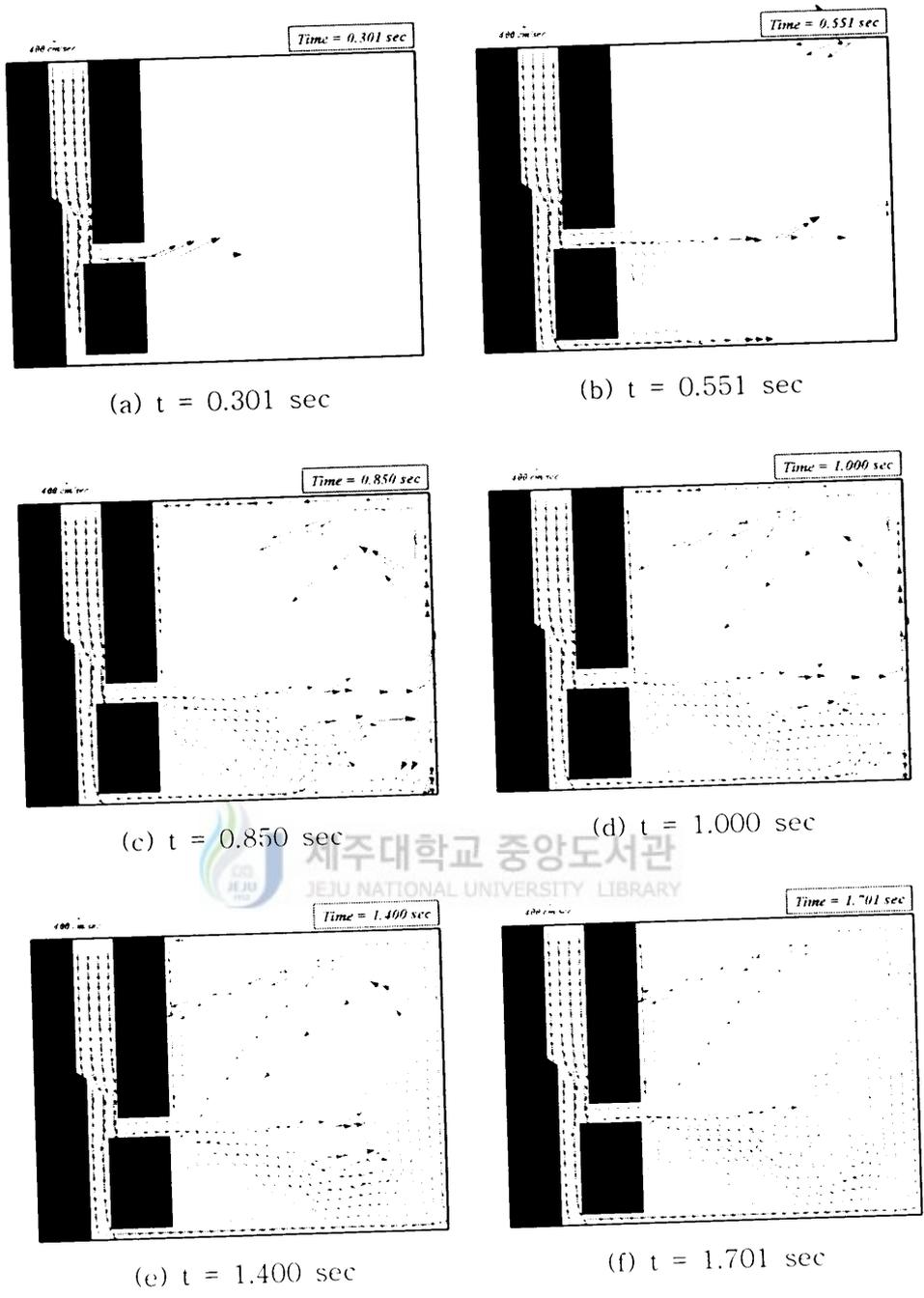


Fig. 21. Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 3).
 [(a)~(f)]

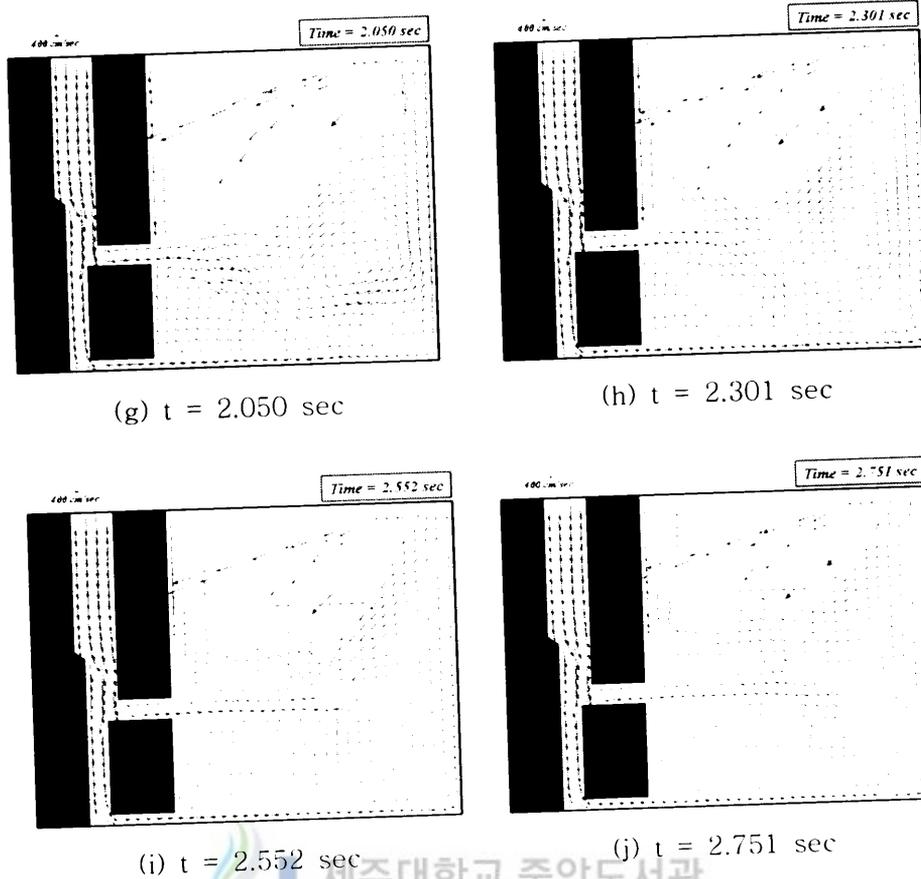


Fig. 21. Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 3).
 [(g)~(j)]

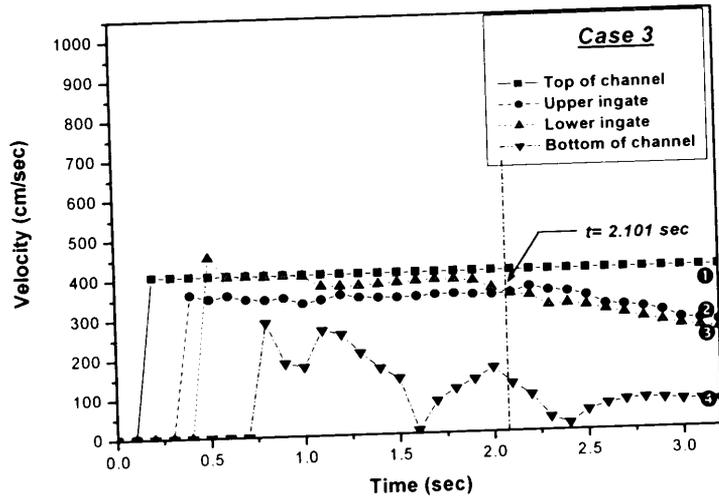


Fig. 22. Fluid velocity as function of the filling time(Case 3).

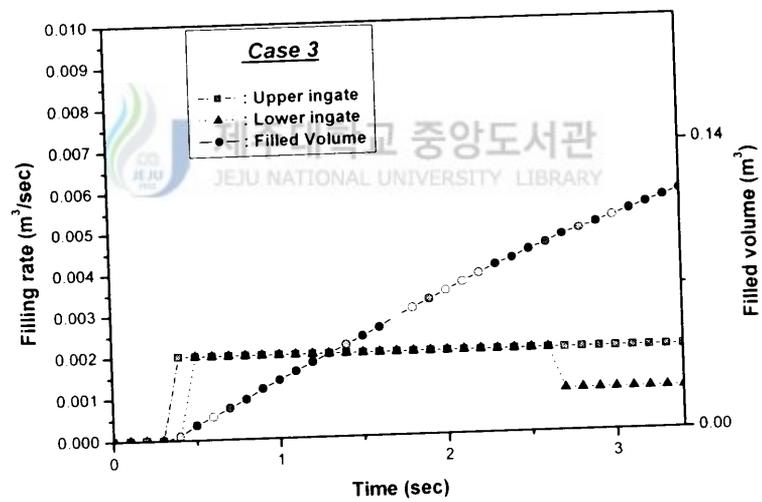


Figure. 23. Filling rate and filled volume as a function time at 2 ingates(Case 3).

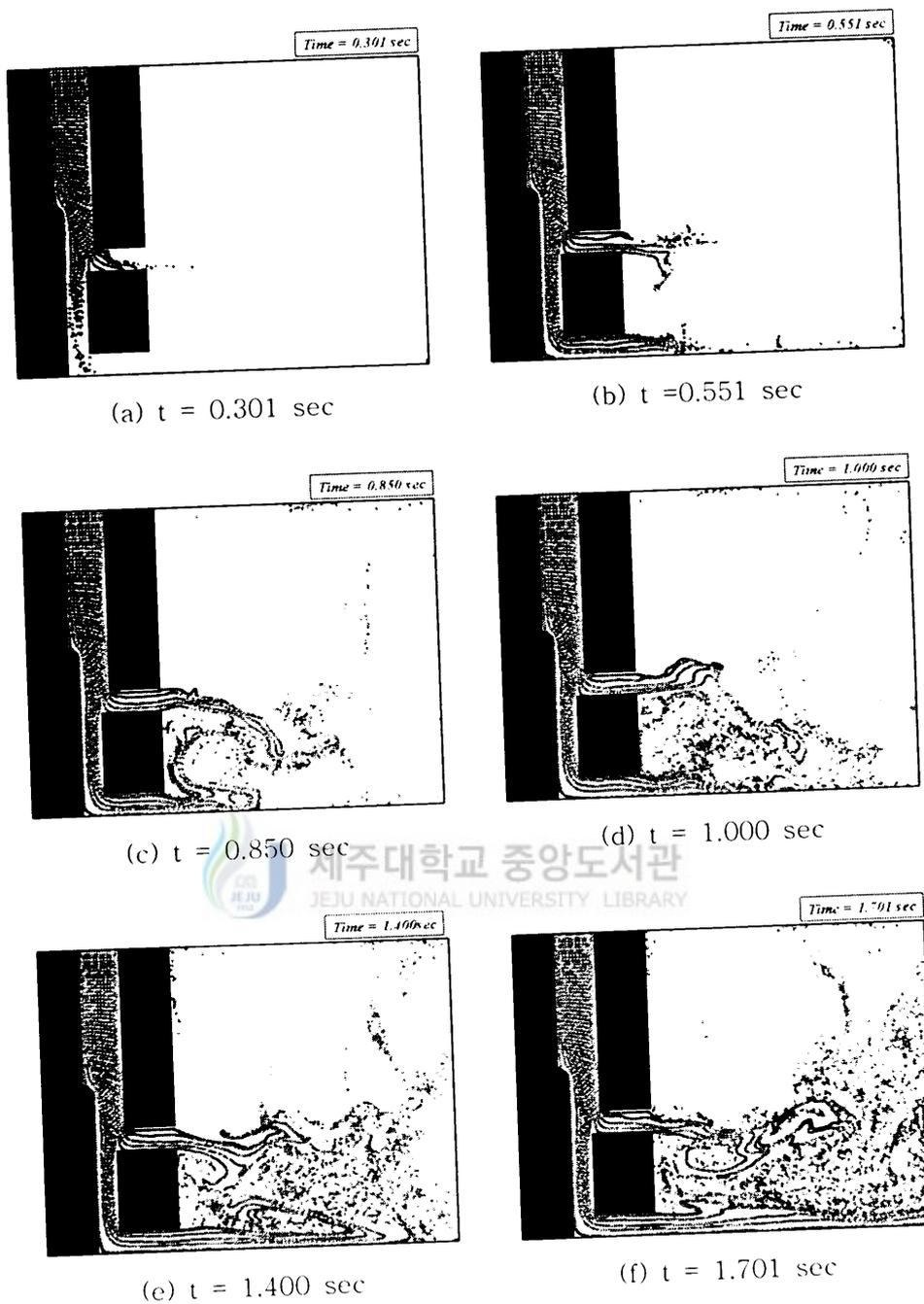


Fig. 24. Configuration of marker particle of filling a channel(Case 4).
 [(a)~(f)]

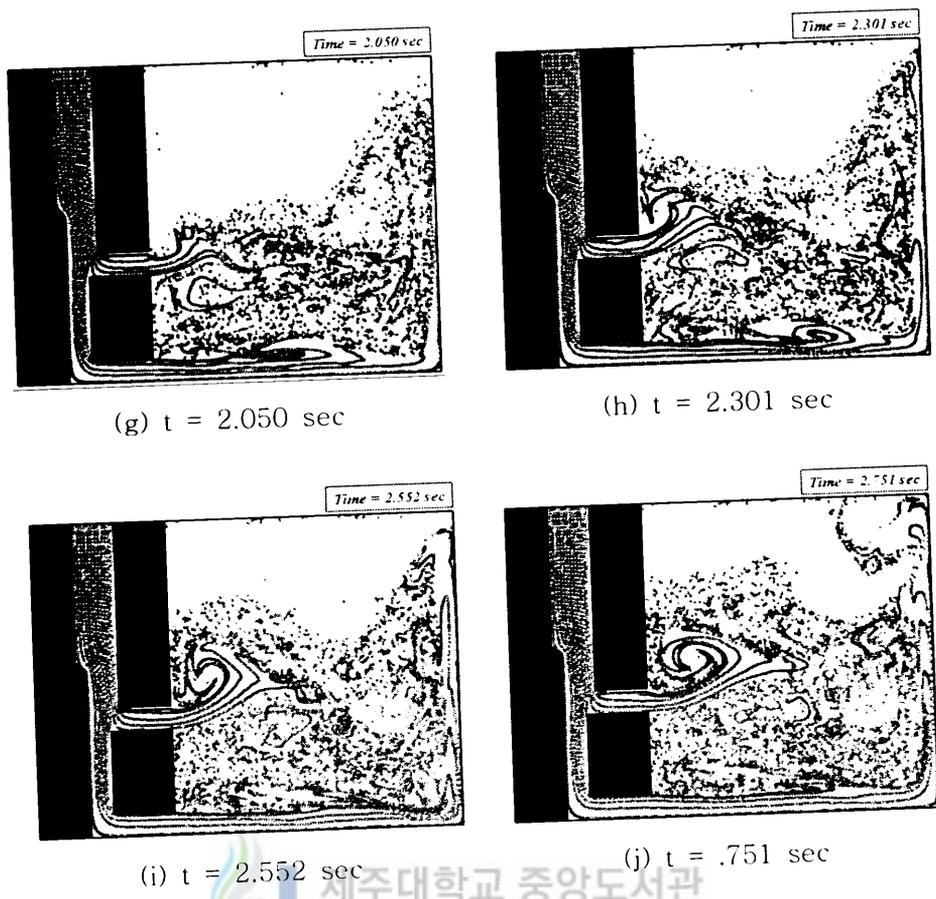


Fig. 24. Configuration of marker particle of filling a channel(Case 4).
 [(g)~(j)]

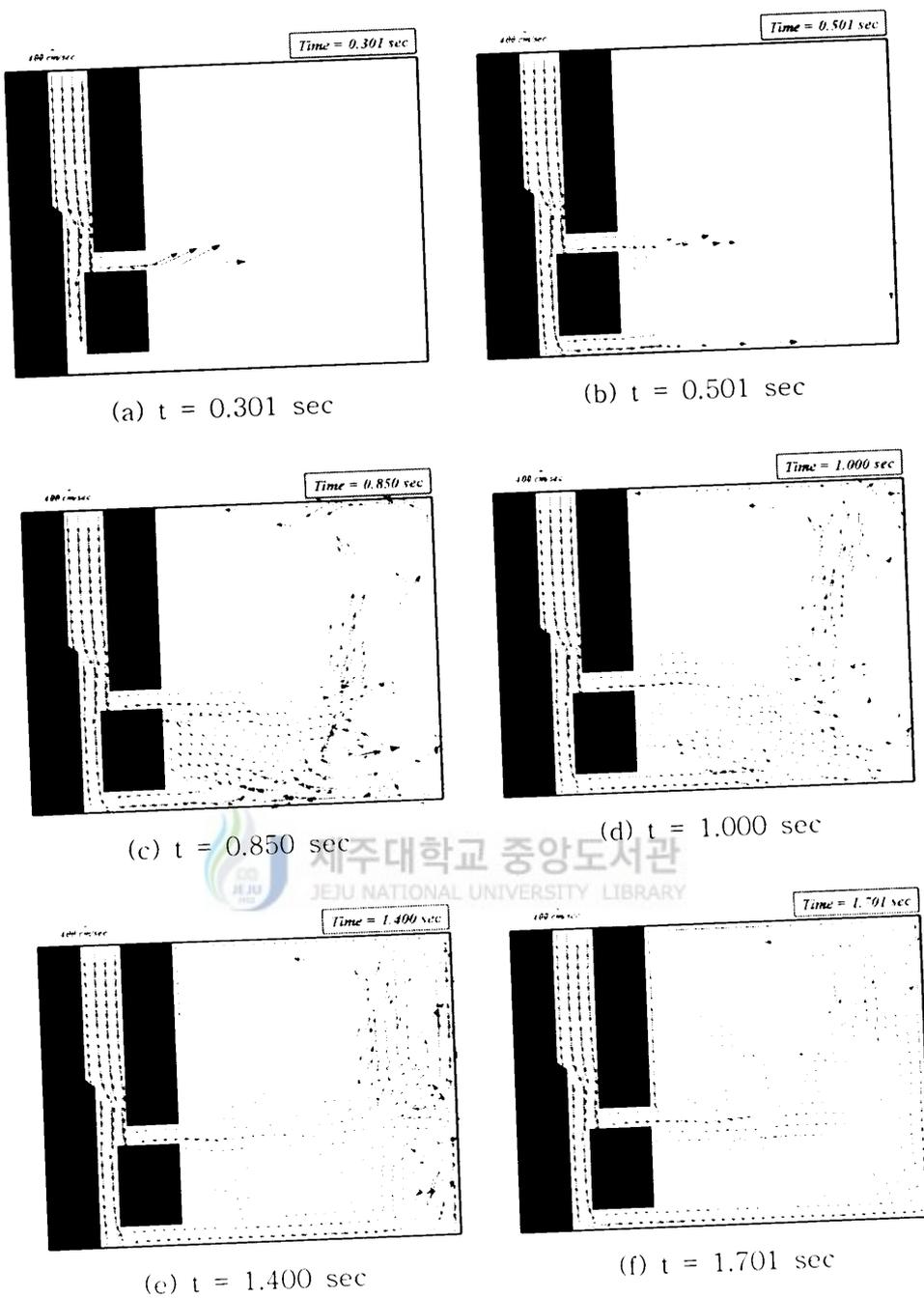
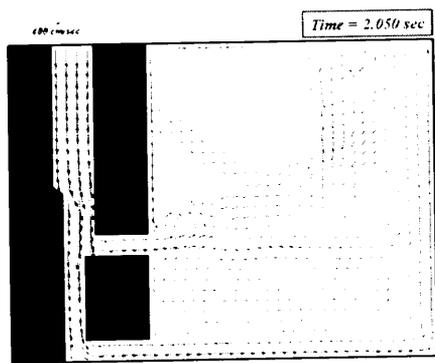
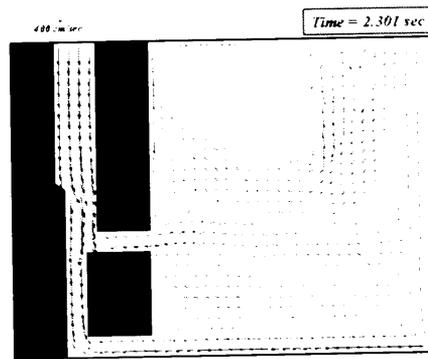


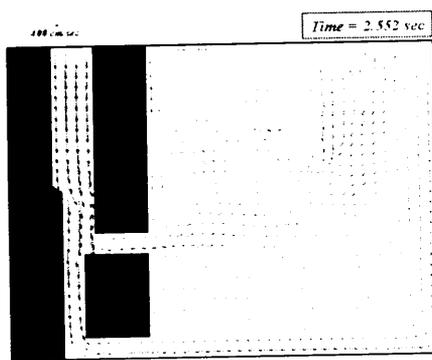
Fig. 25. Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 4).
 [(a)~(f)]



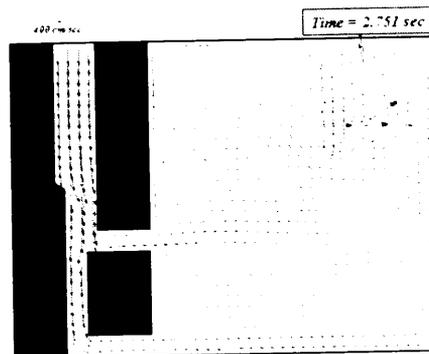
(g) $t = 2.050 \text{ sec}$



(h) $t = 2.301 \text{ sec}$



(i) $t = 2.552 \text{ sec}$



(j) $t = 2.751 \text{ sec}$

Fig. 25. Configuration of velocity vector profiles of filling a channel(Case 4).
[(g)~(j)]

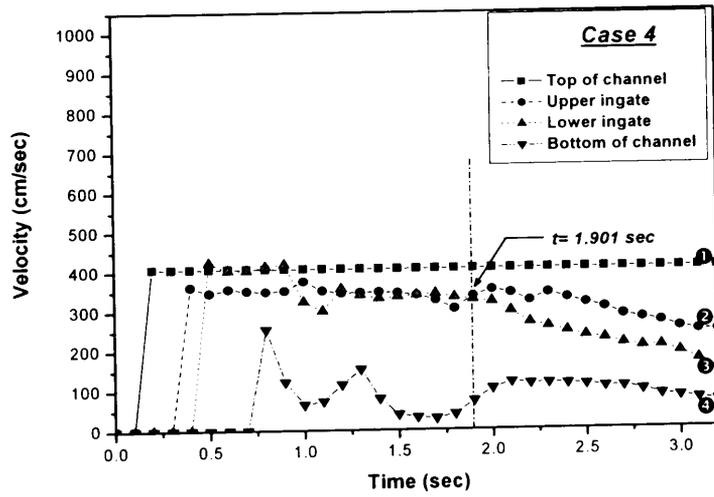


Fig. 26. Fluid velocity as function of the filling time(Case 4).

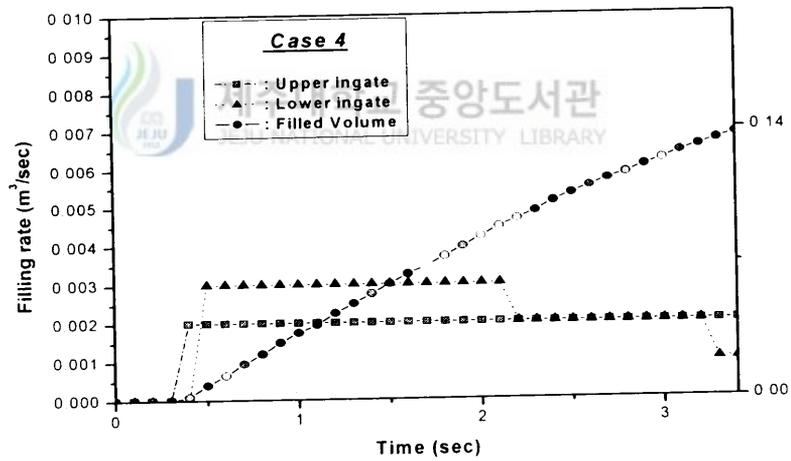


Figure. 27. Filling rate and filled volume as a function time a ingates(Case 4).

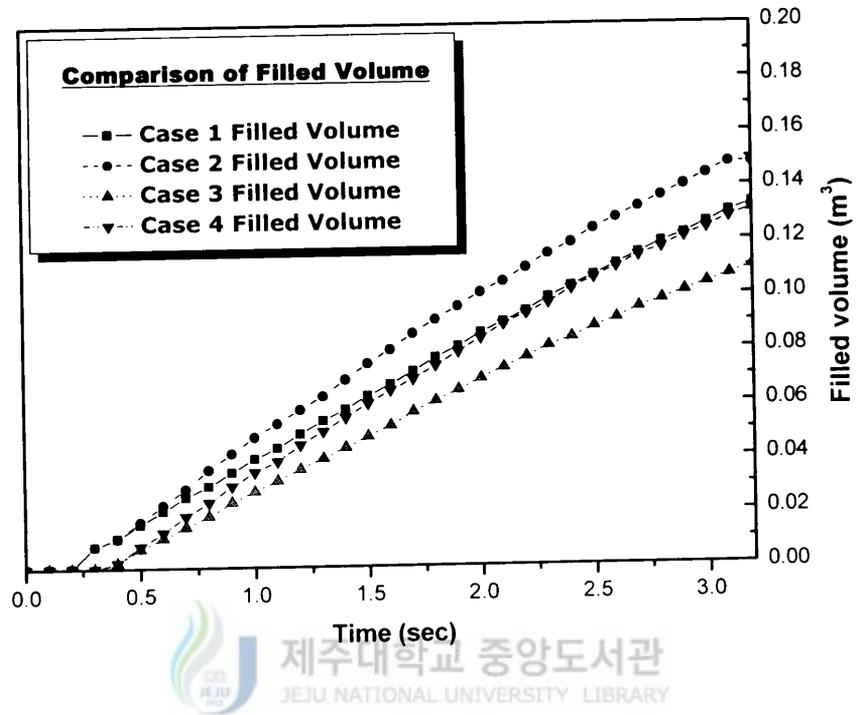


Figure. 28. Comparison of filled volume as a function of filling time for the between Case 1 and 4.

IV. 결 론

지구규모의 거대한 스케일의 유동현상이나 여러 형태의 유동에 의해 일어나는 자연현상 및 미소한 생물의 생명현상 등의 우리 일상생활에 중요한 역할을 담당하는 유체(기체나 액체)의 유동현상에 관한 수치해석은 비단 토목공학 분야만이 아니라 많은 이공학분야에서 유체의 유동현상이 커다란 역할을 하고 있다. 컴퓨터의 발달과 전산유체역학의 발달로 실제로는 관찰하기 힘들거나 직접적인 실험을 하기 어려운 자연 현상도 해석 및 예측이 가능하게 되었다. 본 연구에서는 자유표면을 가진 2차원 유동을 수치해석 하였고, 2개의 유입구가 존재하는 가상수로내에서 4개의 Case에 따라 각각의 Case별 결과들을 통하여 유입구 위치와 단면의 변화가 유체의 흐름에 어떠한 영향을 미치는가에 대해 고려하였으며, 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

- ① 실제의 중력아래에서 고속으로 거동하며, 자유표면을 가진 2차원 유동을 가시화하기 위해 이송항의 차분시 Donor-Cell법을 사용하여 차분하였다.
- ② 개량된 SMAC법을 이용하여 연직 수조에서 물기둥 붕괴 문제에 대해, MPS법을 사용한 계산결과와 Martin-Moyce의 실험결과를 비교하여 개량된 SMAC법의 타당성을 검토하였다.
- ③ 2개의 유입구를 갖는 직사각형 연직 수로에서 시간의 진행에 따른 수로내부에 채워지는 과정을 수치해석 하였다.
- ④ 자유표면이 존재하는 영역의 수치해석을 통해 얻어진 결과를 Marker입자 및 속도벡터의 분포로 나타내어, 눈으로는 직접적으로 관찰이 어려운 유체의 유동현상을 예측하고 이해하는데 도움을 주었다.
- ⑤ 상·하부유입구의 위치와 단면의 변화에 따라 분류하여 4개의 Case에 대해 수치해석한 결과, 상부유입구위 위치가 높고 하부유입구의 단면 폭이 넓으면 일정시간동안에 더 많은 양의 유체가 수로내부에 채워졌다.
- ⑥ 각각의 Case별 수치해석결과, 수로내부에의 유체의 유속분포는 상부유입구 높이 이상 유체가 채워지면서부터 수로내부의 전체적인 흐름이 안정화 되었고, 이때 상부유입구에의 유속이 하부유입구의 유속보다 커지는 경향을 보였다.
- ⑦ 수로내부에 유체가 채워지는 동안 각각의 유입구들과 수로내부에 한점에서 시간진행에 따른 속도변화와 채움비율 및 채움량을 계산함으로써 단면내부의 취약점을 예측할 수 있었고, 이와 같은 예측결과들은 저수지, 운하, 댐등에서 시공되어지는 관수로나 유수방과제등의 실제구조물의 단면 설계를 하는데 보다 귀중

한 정보를 제공하여 이들 설계가 보다 효율적으로 수행될 수 있겠다.



V. 참고문헌

- 김남형 · 김남국, 2000, 가상수조에서 자유표면을 가진 유체흐름의 가시화시뮬레이션, 한국해양공학회지, 제14권 제3호, pp.35~40.
- 김남형 · 김남국, 2001, SMAC법을 이용한 월파현상의 가시화 모의, 한국해양공학회지, 제15권 제4호, pp.46~52.
- 김남형 · 김남국, 2001. SMAC법을 이용한 물기둥 붕괴의 가시화. 한국수자원학회 논문집, 제34권 제6호, pp.605~615.
- 김남형 역, 2001, 수치유체역학, 원기술.
- 명현국 역, 1997, 수치유체공학, 도서출판 한미.
- 신병록 등 역, 1994, 전산유체역학, 동명사.
- Amsden, A. A. and C. W. Hirt, 1973, YAQUI: An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computer Program for Fluid flow at All Speeds, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-5100.
- Amsden, A. A. and F. H. Harlow, 1970, The SMAC Method : A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-4370.
- Cloutman, L. D., C. W. Hirt and N. C. Romero, 1976, SOLA-ICE: A Numerical Solution Algorithm for Transient Compressible Fluid Flows, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-6236.
- Harlow, F. H., 1995, Introduction of Finite-Difference Methods for Numerical Fluid Dynamics, Los Alamos National Laboratory, LA-12984.
- Harlow, F. H. and J. E. Welch, 1965, Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, Phys. of Fluids, Vol.8 No.12, pp.2182-2189.
- Hirt, C. W., 1968, Heuristic Stability Theory for Finite Difference Equations, Jour. Comp. Phys., Vol.2, pp.339-355.
- Hirt, C. W., A. A. Amsden and J. L. Cook, 1974, An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds, Jour. Comp. Phys., Vol.14, pp.227-253.
- Hirt, C. W., B. D. Nichols and N. C. Romero, 1975, SOLA- A Numerical

- Solution Algorithm for Transient Fluid Flows, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-5852.
- Hirt, C. W. and F. H. Harlow, 1967, A General Corrective Procedure for The Numerical Solution of Initial Value Problems, Jour. Comp. Phys., Vol.2, pp.114-119.
- Hirt, C. W., N. C. Romero, M. D. Torrey and J. R. Travis, 1979, SOLA-DF: A Solution Algorithm for Nonequilibrium Two-Phase Flow, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-7725-MS.
- Kershner, J. D. and C. L. Mader, 1972, 2DE: A Two-Dimensional Continuous Eulerian Hydrodynamic Code for Computing Multicomponent Reactive Hydrodynamic Problems, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-4846.
- Koshizuka, S. and Y. Oka, 1996, Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, Nucl. Sci. Eng. 123, pp.421-434.
- Martin, J. C. and W. J. Moyce, 1952, An Experimental Study of The Collapse of Liquid Columns on A Rigid Horizontal Plane, Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A, pp.312-324.
- Nichols, B. D., C. W. Hirt, R. S. Hotchkiss, 1980, SOLA-VOF: A Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-8335.
- Torrey, M. D., L. D. Cloutman, R. C. Mjolsness and C. W. Hirt, 1985, NASA-VOF2D: A Computer Program for Incompressible Flows with Free Surfaces, Los Alamos National Laboratory, Report LA-10612-MS.
- Torrey, M. D., R. C. Mjolsness and L. R. Stein, 1987, NASA-VOF3D: A Three-Dimensional Computer Program for Incompressible Flows with Free Surfaces, Los Alamos National Laboratory, Report LA-11009-MS.
- Welch, J. E. and F. H. Harlow and B. J. Daly, 1966, The MAC Method: A Computing Technique for Solving Viscous, Incompressible, Transient Fluid Flow Problems Involving Free Surfaces, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Report LA-3425.

Xu, Z. A., Mampaey, F, 1994, Experimental and Simulation Study on Mold Filling Coupled with Heat Transfer (94-43), American Foundrymen's Society, Vlo. 1994, pp.181-190.

瀧川 清・山田文彦・有元光久・田渕幹修, 1991, 斜面上の碎波変形過程の内部特性とその数値解析, 海岸工学論文集, 第38巻, pp.61-65.

酒井哲郎・水谷太作・田中秀明, 1987, 斜面上の巻き波型碎波の碎波後の運動機構の数値解析, 第34回海岸工学論文集, pp.71-75.

越塚誠一, 1999, 数値流体力学, 培風館



Copyright © 2006 by Gyeong Bo, Kim.

감사의 글

“넌 매일 뭐가 그리 바쁘냐!?” 지난 대학원생활 동안 많은 이들에게 들었던 얘기입니다. 정말 그렇게 지내왔습니다.. 후회 없이 지내기 위해 애썼습니다. 커다란 성과 없이 목표에 대한 가파로움과 참담한 실력부족으로 인해 많은 후회와 또 부질없는 많은 생각들을 했었습니다. 그러나 제 주위에 많은 분들의 따사로운 은혜와 사랑이 없었다면 오늘을 상상하기 어렵습니다. 그 분들의 마음을 모두 헤아리기기는 역부족이지만, 항상 보답하는 마음으로 살아가겠습니다.

이 논문을 완성할 수 있도록 대학원 생활 동안 끊임없는 사랑과 배려로 지도 해주시고, 여러 가지로 많이 부족한 저에게 항상 변함없는 조언과 질책으로 큰 어려움 없이 석사과정을 마칠 수 있도록 보살피 주신 김남형 교수님께 깊은 감사를 드리며 항상 건강하시길 바랍니다. 또한 바쁘신 와중에도 심사를 맡으셔서 세심한 지도를 해 주신 이병걸 교수님과 김상진 교수님께도 진심으로 감사를 드립니다. 아울러 학위과정 중 학문으로 다가갈 수 있는 기초를 마련해 주신 양성기 교수님, 남정만 교수님, 박상렬 교수님께도 감사드립니다. 그리고 대학원생활 동안 많은 조언해주신, 지금은 서울산업대학교에 계신 김성근 교수님께도 감사의 말씀 전합니다.

대학원 생활동안 항상 함께 생활하면서 어려운 조건 속에서도 항상 힘이 되어 주던 민수형과 항상 아낌없는 관심과 도움을 주신 영택형, 현우형, 지훈형, 순보형, 영웅형, 건형에게도 고마운 마음을 전합니다. 그리고 궂은 일들을 성실히 맡아 해 주었던 같은 연구실에서 함께 생활한 강일, 행식, 지원, 향혜에게도 고마운 마음과 함께 희망찬 미래가 펼쳐지길 기원합니다. 그리고 항상 대학원 생활을 함께 하면서 격려를 해주었던, 성호형, 승범, 승현, 매일 투덜거리는, 그래서 더욱 좋아하는 철영, 태혁, 성환, 준호, 도형, 혁춘, 성룡, 우열, 상봉, 진석, 남호, 창림에게도 앞으로 밝은 미래가 함께하길 바랍니다.

매일 바쁘다는 핑계로 소홀히 했지만, 마음만은 항상 존경하고 좋아하는 천재 현기형과 형수님. 정훈이와 은혜에게도 고맙다는 말을 전하고 싶습니다. 그리고 지금도 잊지 못할 추억과 함께 항상 힘이 되어준 상민이와 은파부부에게도 항상 건강하고 행복하길 진심으로 바랍니다. 항상 보면 그저 좋은 영규와 친구보다 더 편해진 미경, 한희, 민정, 허선생님, 유진, 치향, 정혜, 현진과 경석에게도 고마움을 전합니다.

같은 취미로 만나 지금은 누구보다 힘이 되는 승훈, 성환, 지호, 형곤, 필준과 대학생활 동안 많은 추억을 함께 했던 경훈형, 학건형, 흥천, 형곤, 명수, 정환,

경문, 혜정에게도 감사드립니다. 그리고 지금의 제가 있기까지 항상 변치 않는
우정으로 같이 하여준 광령 친구들에게도 감사의 마음과 함께 항상 건강하길 기
원합니다.

처음 뵈고 나서 엉뚱한 질문과 저의 인생계획에 대해 열정적으로 대해주시던
고희전 선생님과 스터디 통해 많은 어려움을 딛고 자신의 꿈을 위해 노력하는
Aratoefler식구들-현경누나, 성현, 철영, 승우, 기영, 은영에게도 무한한 희망과
커다란 꿈을 이루길 바랍니다.

오늘이 있기까지 많은 배려와 항상 믿고, 묵묵히 지켜봐주시면서 많은 용기를
주셨던 아버지와 어머니, 동생 경철, 미연과 미향의 아버지, 어머니, 미정, 명준
에게도 깊은 감사의 마음을 전하며 항상 건강하길 바랍니다.

끝으로 오랜 시간 동안 항상 그 자리에서 힘이 되어주고 참된 지혜와 용기를
갖도록 격려해 준 사랑하는 미향이에게 이 논문으로써나마 고마운 마음 전합니
다.

“성냥불을 짝 굶는 것처럼”

 제주성냥불을 켤 때
살살 갖다 대기만 한다고 불이 켜지지 않듯이,
힘을 주어 짝 그어야만 불이 붙듯이,
수행(修行)의 과정도 그러하다.
에너지를 집중해서 일정한 수준에 올라야만
이 고개를 넘어서는 것인데,
그 고개 문턱에서 포기하고
굴러 떨어지는 경우가 많다.

-법륜스님의 <금강경(金剛經) 이야기> 중에서-

2006년 6월

발표논문 리스트

(1) 학회지 발표논문

- ① “SMAC법을 이용한 임의가상수로내의 유동해석”, 제주대학교 해양과환경 연구소연구논문집, 제29권, pp 71~77, 2005.
- ② “2개의 유입구를 갖는 가상수로내의 유동해석”, 한국수자원학회, 2006년(심사중).

(2) 학술 발표회 발표논문

- ① “The Flow Analysis of Virtual Channel depending upon the change of two ingates”, 한국수자원학회, 한국수자원학회 학술발표회논문집, pp. 1636~1640, 2006.