

---

碩士學位論文

N-턴스타일과 3N-펌프에서의 쿨롱봉쇄  
효과에 대한 연구

濟州大學校 大學院

物理學科



제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

高 好 正

1997年 12月

---

N-턴스타일과 3N-펄프에서의 쿨롱봉쇄  
효과에 대한 연구

指導教授 柳 在 演

高 好 正

이 論文을 理學 碩士學位 論文으로 提出함

1997년 12월

高好正의 理學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長: \_\_\_\_\_

委 員: \_\_\_\_\_

委 員: \_\_\_\_\_

濟州大學校 大學院

1997년 12월

---

# Coulomb Blockade in N-turnstile and 3N-pump

Ho-Jeong Ko

(Supervised by professor Jai-Yon Ryu)



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF NATURAL SCIENCES

DEPARTMENT OF PHYSICS  
GRADUATE SCHOOL  
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

1997 . 12

# 목 차

Summary .....	1
I. 서 론 .....	2
II. 다 터널 소자에서의 전하상태 .....	6
1. N - 터스타일 .....	11
2. 3N - 펌프 .....	12
III. N - 터스타일에서의 쿨롱봉쇄 .....	15
1. 대칭 N - 터스타일 .....	18
2. 비대칭 N - 터스타일 .....	22
IV. 3N - 펌프에서의 쿨롱봉쇄 .....	27
1. 대칭 3N - 펌프 .....	30
2. 비대칭 3N - 펌프 .....	34
IV. 결과 및 고찰 .....	45
V. 결 론 .....	47
VI. 참 고 문 헌 .....	48
VII. 부 록 .....	50

---

## Summary

Based on the analytic solutions to the electrostatic problem of both  $N$ -turnstile and  $3N$ -pump, the stable domains for the Coulomb blockade at zero temperature are analysed as a function of the number of tunnel junction ( $N$ ), the ratio of the gate capacitance with respect to the junction capacitance ( $\alpha = C_g^{(N)}/C_j$ ,  $\beta = C_g^{(2N)}/C_j$ , where  $C_g^{(N)}$  and  $C_g^{(2N)}$  are gate capacitances and  $C_j$  is junction capacitance), and the asymmetric factors ( $f$ ,  $g$ ). Our results for  $N$ -turnstile show that when  $f=1$ , the domains form the symmetric rhombic-shaped Coulomb blockade regions depending on the value of  $N$  and  $\alpha$ . In this case, electrons can be transferred in both positive and negative bias voltage with the same gate swing. While for  $f \neq 1$ , the domains has the asymmetric regions. In this case, when an appropriate gate cycle is applied, electrons can move in one direction only. Thus, the values of  $f$  play an important role in determining the turnstile operation. It is also shown that the stable domains for  $3N$ -pump are closely related to the values of  $N$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $f$  and  $g$ .

## I. 서 론

최근 나노(nano)크기의 소자 제작기술과 저온기술의 진전으로, 단전자 터널링 현상에 대한 연구가 많은 관심의 대상이 되고 있다 (Grabert 와 Devoret, 1991). 전하에너지  $e^2/2C_j$ 가 열 진동 에너지  $k_B T$ 보다 큰 조건을 만족하는 전기용량  $C_j$ 를 갖는 단일 미소 터널 집합소자에서는 단전자 터널링을 억제하는 쿨롱봉쇄 (Coulomb blockade)현상으로 말미암아 전압이  $V < e/2C_j$ 인 조건하에서 전류가 갑자기 감소한다는 것이 잘 알려져 있다. 최근에는 그림 1에서 보는 것처럼, 단전자 터널 소자가 일차원적으로 배열된 소자계에 대해 보다 많은 관심이 집중되고 있다. (Ingold 와 Nazarov, 1991), (Esteve, 1991), (Delsing, 1991), (Fulton 와 Dolan, 1987), (Kuz'min 와 Likharev, 1987), (Lafrage 등 1991), (Geerlings 등 1990), (Pothier 등 1991), (Jensen 와 Martinis, 1992), (Ruzin 등 1992), (Anman 등 1989). 일차원적으로 배열된 소자계에서는 여러 개의 터널소자로 구성되어 있고, 각 터널 소자사이에는 섬(island)을 형성하고 있으며, 각 섬은 게이트 전기용량을 통해 게이트 전압에 연결되어있다. 이러한 소자계는 미시적인 현상인 터널 소자 사이의 단전자 터널링에 의한 전자의 이동을 거시적인 물리량인 게이트 전압에 의해서 제어되는 것으로, 이것이 단전자 소자의 기본적인 생각이다. 다양한 단전자 소자계 중에서 한 개의 터널소자와 한 개의 게이트로 구성되는 단전자 상자 (single electron box) (Lafrage 등,1991), 두 개의 터널소자와 한 개의 게이트로 구성된 단전자 트랜지스터 (single electron transistor) (Fulton 와 Dolan,1987), (Kuz'min 와 Likharev, 1987), 세 개의 터널소자와 두 개의 게이트를 구성하는 단전자 펌프 (single electron pump) (Pothier 등,1991), 네 개의 터널소자와 한 개의 게이트를 구성하는 단전자 턴스타일 (single electron turnstile) (Geerling 등 1990)에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있는 실정이다. 이 소자들은 표준전류원을 만드는데 잠재적으로 매우 유용하다고 알려지고 있다

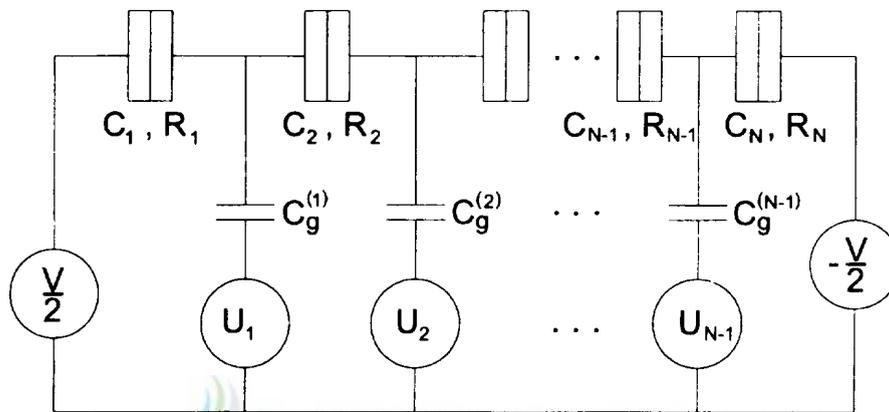


Fig. 1. An N-gated-small-junction system consisting of N tunneling junctions with capacitances  $C_1, C_2, \dots, C_N$  and tunneling resistances  $R_1, R_2, \dots, R_N$ . The end junctions are biased by a symmetrical voltage  $V$  and  $N-1$  islands between the tunnel junctions are coupled to gate voltages  $U_1, U_2, \dots, U_{N-1}$  through capacitor  $C_g^{(1)}, C_g^{(2)}, \dots, C_g^{(N-1)}$ .

(Grabert 와 Devoret, 1991), (Ingold 와 Nazarov, 1991), (Esteve, 1991), (Delsing, 1991).

이러한 일차원 배열소자는 주위의 단전자 소자들에 의해서 단전자가 터널할 수 없는 각 섬내의 과잉전자들의 전하상태  $(n_1, n_2, \dots)$ 가 안정된 절대온도 영도에서 잘 설명될 수 있고, 한 개의 전자를 원하는 형태로 이동시키기 위해서는 게이트 전압을 정교하게 조작함으로써 가능하다. 따라서  $T=0$ 에서 게이트 전압 공간  $(U_1, U_2, \dots)$ 에서 전하상태  $(n_1, n_2, \dots)$ 의 안정영역을 결정하는 것이 일차원 배열 소자계를 물리적으로 이해하는데 결정적으로 필요하다. 원리적으로는 이러한 안정 영역은  $N$ 개의 터널소자와  $N-1$ 개의 게이트 전기용량에 대응하는 일련의  $2N-1$ 개의 선형방정식의 해를 필요로 하는  $i$ 번째 터널소자 ( $i=1, \dots, N$ )를 통해 한 개의 전자가 터널함으로써 야기되는 에너지 차이  $\Delta E_i$ 를 계산함으로써 정확히 정할 수 있다. 참고문헌에는 일차원 배열소자계의 안정영역에 관한 몇 편의 연구가 (i) 무한히 많은 터널소자를 가진 계 (Delsing, 1991), (ii) 게이트 전압이 없을 경우 (Ingold 와 Nazarov, 1991), (iii) 무시할 수 있을 정도의 작은 게이트 전기용량  $C_g$  ( $C_g \ll C_j$ , 여기서  $C_j$ 는 터널소자 전기용량이다.)를 가진 경우 (Esteve, 1991), (iv) 매우 큰 게이트 전기용량  $C_g$  ( $C_g \gg C_j$ )을 가진 경우, 그리고 (v)  $C_g/C_j$ 의 특정한 값을 가지는 경우 (Hu 등 1993)에 대해서 이루어졌다. 나중에 설명된 세 개는 터널 소자가 3개인 경우에 대해 연구되었는데, 각각 단전자 펌프와 이중점 (double dot)이라고 부른다. 이러한 단전자 펌프 (Esteve, 1991)에 대해서는  $T \rightarrow 0$ 에서 게이트 전압 공간에서의 안정영역은 주기적인 격자형태인 전도도 (conductance)의 주기적인 쿨롱봉쇄 진동현상을 가지지만, 반면에 이중점에서는 이러한 전도도의 주기적인 구조가 깨어져 마구잡이 형태를 가진다는 것이 알려져 있다. 이러한 터널 소자계가 다양한  $C_g/C_j$ 의 값에서 소자의 개수  $N$  비대칭 소자일 때 어떤 현상이 일어나는가를 연구하는 것이 대단히 흥미로운 일이라 판단된다. 본 논문에서는 먼저  $N$ 개의 터널소자와  $N-1$ 개의 게이트전압으로 연결된

일차원적으로 배열된 소자계에서의 정전기문제에서 나타나는  $2N-1$ 개의 선형방정식을 푸는 방법을 고찰하고, 한 개의 게이트 전압을 가지는  $N$ -턴스타일과 두 개의 게이트 전압을 가지는  $3N$ -펌프에 대해서 분석하기로 한다. 본 논문의 구성은 2장에서는 일차원 배열소자계에 대한 전하상태를 고찰하고, 3장에서는  $N$ -턴스타일에 대한 해석적인 결과를 유도한다. 특히 동일한 전기용량을 가지는 대칭  $N$ -턴스타일 경우와 게이트를 중심으로 다른 전기용량을 가지는 비대칭  $N$ -턴스타일 경우에 특별한 관심을 갖는다. 4장에서는  $3N$ -펌프에 대해서 다루고, 5장에서는 우리의 결과를 요약하기로 한다.



## II. 다 터널 소자에서의 전하상태

전기용량  $C_1, C_2, \dots, C_N$ 과 터널저항  $R_1, R_2, \dots, R_N$ 을 가지는  $N$ 개의 터널 소자가 일차원적으로 배열된 계를 고려하자. 이러한 계의 양단에 대칭적으로 바이어스 전압  $V$ 를 걸어주고  $N$ 개의 터널소자사이의 섬 (총개수는  $N-1$ 이다.)에는 게이트 전압  $U_1, U_2, \dots, U_{N-1}$ 이 각각 게이트 전기용량  $C_g^{(1)}, C_g^{(2)}, \dots, C_g^{(N-1)}$ 과 연결되어있다. 여기서 섬에 있는 과잉전자는 쿨롱 에너지가 터널링하기 위한 불확정적 에너지보다 큰 값을 가져, 과잉전자의 파동함수가 섬내에 극소화되도록 하는 약한 결합조건인  $R_i \gg R_k \equiv h/e^2$ 을 만족한다고 가정한다. 참고문헌에 따르면, 어떤 논문에서는 일차원 배열소자계가 계에 포함된 섬의 개수에 따라 계의 이름이 명명되어지기도 하고 (Ruzin 등,1992), 또 다른 경우에는 터널소자의 개수인  $N$ 에 따라 명명되어지기도 한다. 참고로  $N=2, 3, 4$ 에 대해서는 각각 단전자 트랜지스터 (Fulton 와 Dolan,1987), (Kuz'min 와 Likharev,1987), 단전자 펌프(Pothier 등,1991), 그리고 단전자 턴스타일 (Pothier 등,1991)이라고 한다.

이러한 일차원 배열소자계를 기술하기 위해서 반고전적인 모델 (Ingold 와 Nazarov, 1991), (Esteve, 1991), (Delsing, 1991), (Ruzin 등, 1992), (Anman 등, 1989)를 채택하기로 한다. 이 모델에서는  $j$ 번째 소자 (혹은 전기용량)에 걸린 전압  $V_j$ 는  $Q_j = C_j V_j$ 에 의해 계산될 수 있는 고전적인 변수로 둔다. 여기서  $Q_j$ 는  $j$ 번째 소자에서의 전하이다. 그러면, 주어진 시간에서의 계의 상태는 일련의  $2N-1$ 개의 변수  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N, Q_g^{(1)}, Q_g^{(2)}, \dots, Q_g^{(N-1)}\}$ 에 의해 설명된다. 여기서  $Q_g^{(k)}$ 는  $k$ 번째 게이트 전기용량에서의 전하이다. 전하량  $-e$ 인 전자가 터널소자를 통해 터널링을 할 때는 소자의 전하분포와 그에 따르는 모든 전압치가 변화하게 된다. 계의 상태를 또 다른 전하변수  $\{CV, C_g^{(1)}U_1, \dots, C_g^{(N-1)}U_{N-1},$

$n_1e, n_2e, n_{N-1}e$ 에 의해 설명하는 것이 더 편리하다. 여기서  $C^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1} + \dots + C_N^{-1}$  이고  $n_j$ 는  $j$ 번째 섬의 과잉 전자개수를 나타낸다.  $\{Q_1, \dots\}$ 는 전하 보존방정식

$$Q_{i+1} - Q_i - Q_g^{(i)} = -n_i e \quad (i=1, 2, \dots, N-1) \quad (2.1)$$

과 키르호프 (Kirchhoff)방정식

$$\frac{V}{2} = \sum_{j=1}^i \frac{Q_j}{C_j} - \frac{Q_g^{(i)}}{C_g^{(i)}} + U_i \quad (i=1, 2, \dots, N-1) \quad (2.2)$$

$$V = \sum_{j=1}^N \frac{Q_j}{C_j} \quad (2.3)$$

에 의해서  $\{CV, \dots\}$ 와 관계시킬 수 있다. 그러므로 식 (2.1)-(2.3)의  $2N-1$ 개의 선형방정식으로부터 각각의 터널소자의 전압강하와 게이트 전기용량은  $V$ 와  $\{U_i\}$ , 그리고  $\{n_i\}$ 의 주어진 값으로 결정되어진다. 여기서 기술된 방정식과 비슷한 결과는 Anman등(1989)에 의해서 계산된 바 있는데, 중요한 차이점은 게이트 전압이 각각의 게이트 전기용량에 추가된 점이다.

먼저, 간단한 경우인 게이트 전압  $\{U_i\}$ 와 게이트 전기용량  $\{C_g^{(i)}\}$ 가 없는 경우를 고려하기로 한다. 그러면 위에서 기술한 계는  $N$ 개의 터널소자가 직렬로 연결된 경우 (Ingold 와 Nazarov, 1991)가 되고, 여기서는  $Q_g^{(i)}=0$ 를 가진  $N$ 개의 선형방정식인 식 (2.1)과 식 (2.3)에 관련된  $N$ 개의 변수  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$ 에 의해서 기술될 수 있다. 이러한  $N$ 개의 선형방정식은 대치법을 사용해서 쉽게 얻을 수 있고, 그 결과는

$$Q_k = Q + eC \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{m=j+1}^N \frac{n_j}{C_m} - e \sum_{j=1}^{k-1} n_j \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (2.4)$$

로 주어진다. 이때  $Q=CV$  이고  $k=1$ 일 때는 마지막 항은 없어지게 된다. 식 (2.4)로부터 임의의 단전자 소자를 통해서 단전자가 터널하는 경우, 전체의 전하 분포  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$ 의 변화를 야기시킨다. 그러므로  $i$ 번째 터널소자를 통해 단

전자가 터널링을 한 후,  $k$ 번째 터널소자의 전하를  $Q_k^{(i\pm)} \equiv Q_k(n_1, n_2, \dots, n_{i-2}, n_{i-1} \pm 1, n_{i+1}, n_{i+2}, \dots, n_{N-1})$ 로 나타내면,  $Q_k^{(i\pm)}$ 와  $Q_k$ 사이의 관계는 직접 유도될 수 있다. 여기서  $\pm$ (-)기호는  $i$ 번째 터널소자를 통한 역(순)방향 터널링을 나타낸다.  $n_{i-1}$ 과  $n_i$ 에서  $n_{i-1} \pm 1$ 과  $n_{i+1}$ 로 각각의 변화에 기인한 모든 항을 고려하면 식 (2.4)로부터

$$Q_i^{(k\pm)} = Q_k \mp 2Q_{ik}^C \quad (2.5a)$$

를 얻을 수 있다. 이때  $Q_k$ 는 식 (2.4)에 의해 주어진 양이고

$$Q_{ik}^C \equiv \frac{1}{2} e(\delta_{ik} - C/C_i) \quad (2.5b)$$

이다. 또 다른 물리량인  $i$ 번째 터널소자를 통해 단전자가 터널함으로써 야기되는  $k$ 번째 터널소자의 에너지변화  $\Delta E_k^{(i\pm)}$ 는 식 (2.5)로부터

$$\Delta E_k^{(i\pm)} \equiv \frac{1}{2C_k} \{ [Q_k^{(i\pm)}]^2 - Q_k^2 \} = \frac{2Q_{ik}^C}{C_k} [\mp Q_k + Q_{ik}^C] \quad (2.6a)$$

와 같이 계산될 수 있다. 특히,  $k=i$ 에서는

$$\Delta E_i^{(i\pm)} = \frac{e}{C_i} \left(1 - \frac{C}{C_i}\right) [\mp Q_i + \frac{e}{2} \left(1 - \frac{C}{C_i}\right)] \equiv \frac{e}{C_i} \left(1 - \frac{C}{C_i}\right) [\mp Q_i + Q_i^C] \quad (2.6b)$$

가 된다. 식 (2.5)과 식 (2.6)으로부터  $i$ 번째 터널소자를 통해 단전자가 터널함으로써 야기되는 내부에너지 변화  $\Delta X_i^\pm$ 를

$$\Delta X_i^{(i\pm)} \equiv \sum_{k=1}^N \Delta E_k^{(i\pm)} = \frac{e}{C_i} \left[ \mp (Q_i - Q) + \frac{e}{2} \left(1 - \frac{C}{C_i}\right) \right] \quad (2.7)$$

과 같은 결과를 직접 얻을 수 있다.

참고문헌에는 전체 정전기에너지를 얻기 위하여 내부에너지 변화와 전압원에 의해서 행해진 일을 합하는 것이 보편적이다 (Ingold 와 Nazarov, 1991). 그 결과는

$$\Delta W_i^\pm \equiv \Delta X_i^{(i\pm)} \mp (C/C_i)eV = \frac{e}{C_i} [\mp Q_i + Q_i^C] \quad (2.8)$$

로 되고, 이것은  $T=0$ 에서  $i$  번째 터널소자에 단전자가 통과할 때의 단전자 터널링율을 계산하는데 사용되어진다. 식 (2.8)에서 조건  $\Delta W_i^{\pm} > 0$  ( $|Q_i| < Q_i^{\circ}$ )인 경우에는  $T=0$ 에서  $i$  번째 터널소자에 단전자가 통과할 때의 단전자 터널링이 계의 정전기에너지에 의해서 허용되지 않고, 전하  $(n_1, n_2, \dots, n_{N-1})$ 의 안정영역이 유지된다. 한편, 식 (2.8)의 조건  $\Delta W_i^{\pm} > 0$ 은 식 (2.6b)의 조건  $\Delta E_i^{(i\pm)} > 0$ 과 동등하다는 것을 주목하고,  $T=0$ 에서 단전자 터널링을 결정하는 법칙으로 채택하기로 한다.  $T=0$ 에서  $i$  번째 터널소자에 단전자가 통과하는지 하지 않는지는  $i$  번째 터널소자에 단전자가 통과할 때의 단전자 터널링에 의한  $i$  번째 터널소자의 에너지 변화  $\Delta E_i^{(i\pm)}$ 에 의존하기 때문에, 언급한 조건  $\Delta E_i^{(i\pm)} > 0$ 을 채택하는 것이 물리적으로 훨씬 더 타당성을 가진다. 또한,  $\Delta E_i^{(i\pm)}$ 은  $\Delta W_i^{\pm}$ 보다도 계산하기가 쉽기 때문에, 본 논문에서는  $T=0$ 에서의 쿨롱봉쇄 조건으로부터  $\Delta E_i^{(i\pm)} > 0$ 을 취하기로 한다.

일반적으로 식 (2.1)-(2.3)의  $2N-1$ 개의 선형방정식은 두 단계 조작을 통해 쉽게 얻어질 수 있다. 먼저 다음과 같이 유효전하를

$$\tilde{Q}_g^{(i)} = Q_g^{(i)} - n_i e \quad (2.9)$$

를 소개함으로써 식 (2.1)을

$$Q_i - Q_{i+1} = -\tilde{Q}_g^{(i)} \quad i=1, 2, \dots, N-1 \quad (2.10)$$

으로 다시 쓸 수 있다. 식 (2.3)과 식 (2.10)을 사용하여

$$Q_k = Q - C \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{m=j+1}^N \frac{\tilde{Q}_g^{(j)}}{C_m} + \sum_{j=1}^{k-1} \tilde{Q}_g^{(j)} \quad (k=1, 2, \dots, N) \quad (2.11)$$

을 얻는다. 이와 같이 각각의 터널소자사이의 전하를 유효전하의 항에 대한 표현으로 나타낼 수 있다. 다음으로 식 (2.9)를 이용하여 식 (2.2)를

$$\frac{V}{2} = \sum_{k=1}^i \frac{Q_k}{C_k} - \frac{\tilde{Q}_g^{(i)} + \tilde{n}_i e}{C_g^{(i)}} \quad (i=1, 2, \dots, N-1) \quad (2.12)$$

로 다시 쓸 수 있고, 여기서

$$\tilde{n}_i = n_i - C_g^{(i)} U_i / e \quad (2.13)$$

이다. 식 (2.11)을 식 (2.12)에 대입하면  $\{\tilde{Q}_g^{(k)}\}$ 에 대한  $N-1$ 개의 선형방정식을  $\{\tilde{n}_k\}$ 와  $V$ 의 함수로 얻어진다. 간단한 계산을 수행하면 식 (2.11)과 식 (2.12)로부터

$$\tilde{Q}_g^{(k)} = \sum_{m=1}^{N-1} (M^{-1})_{km} \left[ \tilde{n}_m e + C_g^m V \left( \frac{1}{2} - \sum_{j=1}^m \frac{C}{C_j} \right) \right] \quad (2.14a)$$

를 얻을 수 있다. 여기서  $M^{-1}$ 은  $(N-1) \times (N-1)$  행렬인  $M$ 의 역행렬 성분으로

$$M_{km} = -\delta_{km} + C_g^{(k)} \sum_{j=1}^k \left[ \sum_{i=1}^{j-1} \frac{\delta_{mj}}{C_i} - \sum_{i=j+1}^N \frac{C}{C_j C_i} \right] \quad (2.14b)$$

로 주어진다. 식 (2.11)은 각 터널소자의 전하를 식 (2.14)에 의해 섬의 전하와 게이트 전압의 함수로 표현할 수 있는 중요한 결과이다. 이 결과를 이용하여 쿨롱 봉쇄 조건을 결정하기로 한다. 앞에서 거론한 바와 같이, 계의 쿨롱봉쇄에 대한 조건을 연구하는데  $\Delta E_i^{(i\pm)}$ 을 계산하는 것이 필요하다. 이러한 목적으로, 먼저 식 (2.11)과 식 (2.14)로부터 단전자가  $i$ 번째 터널소자를 터널링 한 후,  $i$ 번째 터널소자의 전하  $Q_i^{(i\pm)}$ 에 대한 표현

$$Q_i^{(i\pm)} = Q_i \mp 2Q_i^C \quad (2.15a)$$

를 구하고, 이것으로부터  $\Delta E_i^{(i\pm)}$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\Delta E_i^{(i\pm)} \equiv \frac{1}{2C_i} \{ [Q_i^{(i\pm)}]^2 - Q_i^2 \} = \left( \frac{2Q_i^C}{C_i} \right) [\mp Q_i + Q_i^C] \quad (2.15b)$$

여기서  $Q_i$ 는 식 (2.11)이 식 (2.14)에 의해 주어진 양이고,

$$Q_i^C = \frac{e}{2} \left( \sum_{j=1}^{i-1} - \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{m=j+1}^N \frac{C}{C_m} \right) [(M^{-1})_{ij} - (M^{-1})_{i-1,j}] \quad (2.15c)$$

이다. 만약 게이트 전기용량 ( $C_g^{(k)}$ )과 게이트 전압 ( $U_k$ )가 없는 경우, 식 (2.11)과 식 (2.15)는 각각 식 (2.4)과 식 (2.6)으로 된다는 것을 볼 수 있다. 또한, 게이트 전기용량이 터널소자 전기용량보다도 매우 작다면, 식 (2.14b)는  $M_{mk} \approx -\delta_{mk}$

로 식 (2.14a)은  $\tilde{Q}_g^{(k)} \simeq -\tilde{n}_k$ 로 된다. 여기서  $\tilde{n}_k$ 는 식 (2.13)에 의해서 주어진 양이다. 후자의 근사는 Esteve 등(1991)에서 처럼, 여러 연구에서 사용되어졌다. 일차원 배열소자계에 식 (2.1)-(2.3)의 전자기적 문제에 대한 완전해인 식 (2.11)과 (2.14)는 식 (2.15)의 에너지 변화와 더불어 주어진 문제에 대한 충분한 설명을 제공해 줄 수 있다. 이러한 결과를 특별한 경우인  $N$ -턴스타일과  $3N$ -펌프에 적용하기로 한다.

### 1. $N$ -턴스타일

$N$ -턴스타일에서는  $i = N/2$ 에서의 게이트 전기용량  $C_g^{(N/2)}$ 과 게이트 전압  $U_{N/2}$ 만 존재하는 경우로써, 식 (2.14b)의 행렬성분은

$$M_{mk} = -\delta_{m,k} + \delta_{m,N/2} C_g^{(m)} \sum_{i=1}^m \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\delta_{k,j}}{C_j} - \sum_{j=k+1}^N \frac{C}{C_i C_j} \right] \quad (2.16)$$

으로 주어지고, 식 (2.16)의 역행렬 성분은

$$(M^{-1})_{km} = \frac{1}{D} [-M_{N/2N/2} \delta_{k,m(\neq N/2)} + \delta_{k,m(=N/2)} + M_{km} \delta_{k(\neq m)N/2}] \quad (2.17)$$

이 되며, 또한 식 (2.14a)는

$$\tilde{Q}_g^{(k)} = \frac{1}{D} \left[ \tilde{n}_{N/2} e + C_g^{(N/2)} V \left( \frac{1}{2} - \sum_{j=1}^{N/2} \frac{C}{C_j} \right) \right] \quad (2.18)$$

로 표현된다. 이때

$$D = M_{N/2N/2} \quad (2.19)$$

이다.  $i$ 번째 터널소자를 통한 전자의 터널링에 기인한 에너지 차  $\Delta E_i^{(i\pm)}$ 는 식 (2.15b)로 주어진다.

## 2. 3N-펄프

3N-펄프에서는  $i = N, 2N$ 에서의 게이트 전기용량  $C_g^{(N)}, C_g^{(2N)}$ 과 게이트 전압  $U_N, U_{2N}$ 만이 존재하는 경우이므로, 식 (2.14a)는

$$\tilde{Q}_g^{(k)} = \sum_{m=1}^{3N-1} (M^{-1})_{km} \left[ \tilde{n}_m e + C_g^{(m)} V \left( \frac{1}{2} - \sum_{j=1}^m \frac{C}{C_j} \right) \right] \quad (2.20a)$$

가 된다. 여기서 식 (2.14b)의 행렬성분은

$$M_{mk} = -\delta_{m,k} + \delta_{m,N} C_g^{(m)} \sum_{i=1}^m \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\delta_{k,j}}{C_i} - \sum_{j=k+1}^{3N} \frac{C}{C_i C_j} \right] \\ + \delta_{m,2N} C_g^{(m)} \sum_{i=1}^m \left[ \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\delta_{k,j}}{C_i} - \sum_{j=k+1}^{3N} \frac{C}{C_i C_j} \right] \quad (2.20b)$$

로 주어지고, 식 (2.20b)의 역행렬 성분은

$$(M^{-1})_{km} = \frac{1}{D} \left[ \delta_{k,m(=N)} (-1)^{N+1} M_{2N,2N} \right. \\ + \delta_{k,m(=2N)} (-1)^{N+1} M_{N,N} \\ + \delta_{km(\neq N,2N)} (-M_{N,2N} M_{2N,N} + M_{N,N} M_{2N,N}) \\ + \delta_{k(\neq m)N} (M_{k2N} M_{2Nm} - M_{km} M_{2N2N}) \\ + \delta_{k(\neq m)2N} (M_{Nm} M_{kN} - M_{NN} M_{km}) \\ + \delta_{Nm(\neq k)} (-1)^N M_{km} \\ \left. + \delta_{2Nm(\neq k)} (-1)^N M_{km} \right] \quad (2.21)$$

이다. 또한 식 (2.14a)는

$$\tilde{Q}_g^{(i)} = D^{(i)} / D \quad (i = N, 2N) \quad (2.22a)$$

로 표현된다. 이때

$$D = (-1)^N (M_{N,N} M_{2N,2N} - M_{N,2N} M_{2N,N}) \quad (2.22b)$$

이다.  $i$ 번째 터널소자를 통한 전자의 터널링에 기인한 에너지 차  $\Delta E_i^{(i\pm)}$ 는 식

---

(2.15b)로 주어진다. 다음 장에서는 위에 계산된 식들을 이용하여  $N$ -턴스타일과  $3N$ -펄프에 대한 상세한 조사를 하기로 한다.



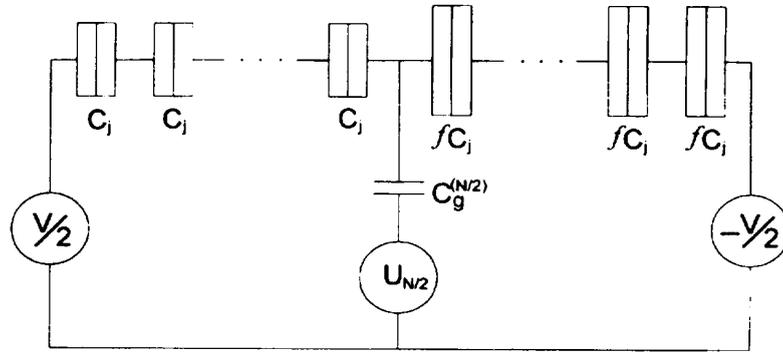


Fig. 2a. The capacitances of tunnel junctions in the left- and right-hand branches are different. The bias voltages of the left and right edge are given by  $V/2$  and  $-V/2$ , respectively, and the gate voltage  $U_{N/2}$  is connected to the middle electrode of the array via a gate capacitance  $C_g^{(N/2)}$ .

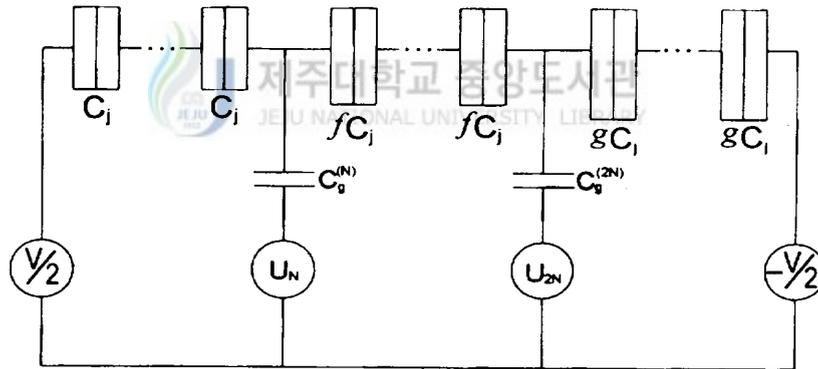


Fig. 2b. The capacitances of tunnel junctions in the left-, right-hand and middle branches are different. The bias voltages of the left and right edge are given by  $V/2$  and  $-V/2$ , respectively, and the gate voltages ( $U_N, U_{2N}$ ) are connected to the left and right electrodes of the array via two gate capacitances ( $C_g^{(N)}, C_g^{(2N)}$ ).

### Ⅲ. N - 턴스타일에서의 쿨롱봉쇄

이 장에서는  $T=0$ 에서  $N$ -턴스타일의 쿨롱봉쇄 현상을 식 (2.15)-(2.19)의 정확한 해를 이용하여 분석하기로 한다. 턴스타일의 다양한 분석을 하기 위해 터널소자의 전기용량을 게이트 전압을 중심으로 왼쪽과 오른쪽을 다르게 배열하였다. 즉,  $1 \leq j \leq N/2$ 인 영역에는  $C_j$ 로,  $N/2 < j \leq N$ 인 영역에는  $C'_j = fC_j$ 로 배열하고, 소자계의 양쪽 양단에  $V/2$ 와  $-V/2$ 의 바이어스 전압을 걸어주었다. 게이트 전기용량  $C_g^{(N/2)}$ 과 연결된 게이트 전압  $U_{N/2}$ 는 배열 소자계의 가운데 위치하게 된다 (Fig 2a. 참조). 여기서  $N$ ,  $f$ 와  $C_g^{(N/2)}$ 의 값에는 제한을 두지 않기로 한다. 이 경우는 실험적으로나 이론적으로 많은 흥미를 끌고 있는 문제로  $N = 2$ 인 경우,  $f = 1$ 일 때를 대칭 단전자 트랜지스터라고 하고,  $f \neq 1$ 일 때를 비대칭 단전자 트랜지스터라고 한다. 또한  $N \geq 4$ 인 경우,  $f = 1$ 일 때를 대칭  $N$ -턴스타일이라고 하고,  $f \neq 1$ 일 때를 비대칭  $N$ -턴스타일이라고 한다.

식(2.15)-(2.19)를 사용하여  $N$ -턴스타일에 대한 물리량인

$$Q_i^C = \frac{e}{2} \left[ -1 + \frac{2f}{N(1+f)} + \frac{(2-N)}{2(1+f)} \alpha \right] \quad \left( i \leq \frac{N}{2} \right) \quad (3.1a)$$

$$Q_i^C = \frac{e}{2} \left[ -1 + \frac{2}{N(1+f)} + \frac{(2-N)}{2(1+f)} \alpha \right] \quad \left( i > \frac{N}{2} \right) \quad (3.1b)$$

$$Q_i = e \left[ \frac{1}{(1+f)} \left\{ \frac{2f}{N} - \frac{(1-f)\alpha}{2(1+f)D} \right\} x - \frac{1}{(1+f)D} n_{N/2} + \frac{\alpha y}{(1+f)D} \right] \quad (i \leq N/2) \quad (3.2a)$$

$$Q_i = e \left[ \frac{f}{(1+f)} \left\{ \frac{2}{N} - \frac{(1-f)\alpha}{2(1+f)D} \right\} x - \frac{F}{(1+f)D} n_{N/2} e + \frac{f\alpha y}{(1+f)D} \right] \quad (i > N/2) \quad (3.2b)$$

를 얻을 수 있다. 여기서

$$\alpha = C_g^{(N/2)} / C_j, \quad x = C_j V / e, \quad y = C_j U_{N/2} / e$$

$$D = -1 - \frac{N\alpha}{2(1+f)} \quad (3.3)$$

이다.  $T=0$ 에서 조건  $\Delta E_i^{(i\pm)} > 0$ 일 때는  $i$  번째 터널소자를 통한 전자의 터널링은 제한되므로, 이러한 고찰을 토대로 식 (3.1)과 (3.2)를 사용하여 터널소자를 통한 전자의 터널링에 관계된 섬의 전하상태 ( $n_{N/2}$ )에 따라 안정적인 영역을 찾을 수 있으며 그 결과는

$$\frac{1}{2(1+f) + N\alpha} \left[ 2n_{N/2} - \frac{(N-2)f + N}{N} - \frac{(N-2)\alpha}{2} \right]$$

$$< \left[ \frac{2\alpha y}{2(1+f) + N\alpha} - \frac{1}{(1+f)} \left\{ \frac{2f}{N} + \frac{(1-f)\alpha}{2(1+f) + N\alpha} \right\} x \right]$$

$$< \frac{1}{2(1+f) + N\alpha} \left[ 2n_{N/2} + \frac{(N-2)f + N}{N} + \frac{(N-2)\alpha}{2} \right] \quad (3.4a)$$

$$\frac{1}{2(1+f) + N\alpha} \left[ 2fn_{N/2} - \frac{(N-2) + Nf}{N} + \frac{(N-2)\alpha}{2} \right]$$

$$< \left[ \frac{2f\alpha y}{2(1+f) + N\alpha} + \frac{f}{(1+f)} \left\{ \frac{2}{N} + \frac{(1-f)\alpha}{2(1+f) + N\alpha} \right\} x \right]$$

$$< \frac{1}{2(1+f) + N\alpha} \left[ 2fn_{N/2} + \frac{(N-2) + Nf}{N} - \frac{(N-2)\alpha}{2} \right] \quad (3.4b)$$

와 같다. 식(3.4)의 4개의 부등식을 이용하여 안정영역을 나타낼 수 있다. 다시 말하면  $(x, y)$ 평면의 안정영역에서는 섬내의 과잉전하상태 ( $n_{N/2}$ )가 안정하게 된다.  $N=2$ 인 경우에 대한 결과는 Devoret와 Grabert(1991)의 결과 (그림 3 참조)와 일치하고,  $N=4, \alpha=1/2, f=1$ 인 경우에는 단전자 턴스타일의 안정영역에 대한 Esteve(1991)의 결과 (그림 4 참조)와 일치한다는 것을 알 수 있다. 일반적으로

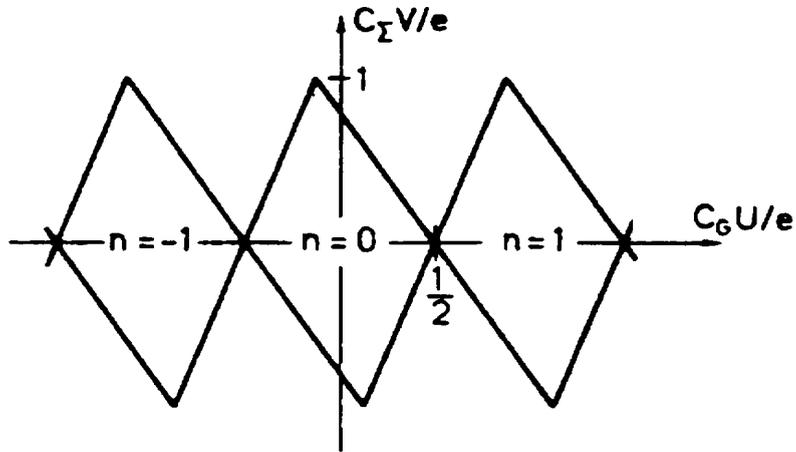


Fig. 3. The stability diagram of a SET transistor with  $2C_2 = 10C_G = C_1$ . The transistor conducts only outside the rhombic-shaped regions. Inside these regions, there is a constant number  $n$  of electrons on the island.

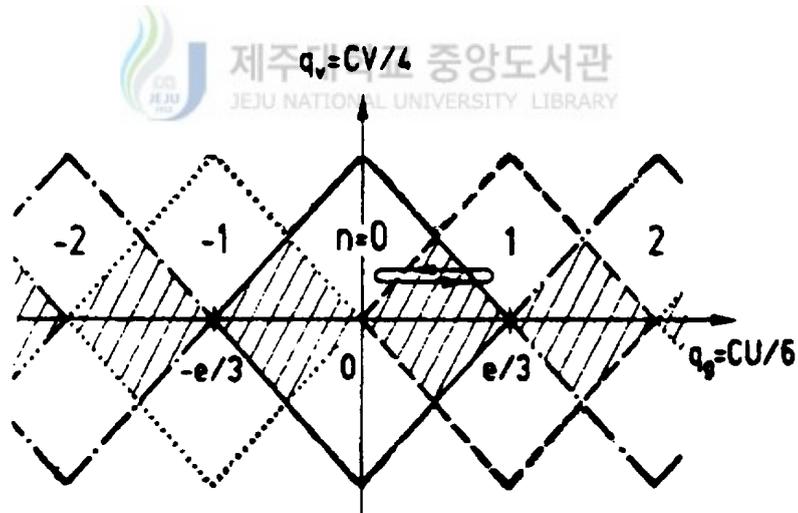


Fig. 4. The stability diagram of a turnstile with different  $n$  in the  $(U, V)$  plane.

식 (3.4)에서  $\alpha$ ,  $N$ ,  $f$  의 값에 따른 안정영역의 변화와 매우 작은 rf 신호에 의해 동작할 수 있는 바이어스 문턱전압과 dc 게이트 문턱전압을 줄 수 있는지를 알 수 있다.  $\alpha$ ,  $N$ ,  $f$  의 값에 따른 안정영역은 마름모꼴이 되며 섬내의 과잉전자의 수에 따라 배열되어진다. 이렇게 배열된 모든 안정영역내에서는 전류가 흐르지 않는다.  $\alpha$ ,  $N$ ,  $f$  의 값에 따른 몇 가지 경우에 대해 더 자세히 기술해 보고자 한다.

### 1. 대칭 N-턴스타일 ( $f = 1$ )

식 (3.4)을 사용하여  $n_{N/2} = 0$  일 때 안정영역의 모양을 얻을 수 있다.  $N = 2$  와  $N = 4$  일 때의  $\alpha = 0.1, 1, 10$ 에 대한 영역을 그림 5a 와 그림 5b에 나타내었고,  $\alpha = 0.5$ 로 고정시키고  $N = 2, 4, 6, 8, 10$ 에 대한 영역을 그림 6에 나타내었다. 또한,  $n_{N/2} \neq 0$  일 때  $N = 2$ 와  $N = 4$ 에서  $\alpha = 0.1$ 에 대한 영역을 그림 7a와 그림 7b에 각각 나타내었다.

그림에서 보는 바와 같이  $(x, y)$  평면의 안정영역은  $\alpha$ 와  $N$ 에 의존한다는 것을 알 수 있고, 마름모 영역의 모양은 대칭적으로 유지된다는 것을 알 수 있다. 이러한 안정영역은  $\alpha$ 가 증가함에 따라 감소하게 되는데,  $\alpha$  값이 클 때는 게이트 전압의 함수로 나타나는 쿨롱봉쇄 진동의 전도도 정점이 더 많이 나타날 것으로 기대된다. 그림 7a와 그림 7b는 각각 단일 전자 트랜지스터와 턴스타일 특성에 대한 개략도로써  $x$ 축은 배열된 터널 소자를 지나는 바이어스 전압이며  $y$ 축은 게이트 전압이다. 각각의 영역은 각각 장치의 안정상태를 말하는 것으로, 즉, 쿨롱봉쇄영역을 나타낸다. 턴스타일 소자에 바이어스 전압  $V$ 가 걸리고 게이트에 rf 신호를 걸게되면 교차된 선을 통해서 섬의 왼쪽 터널소자에서 게이트에 연결된 섬으로 단전자가 터널해 들어오고 그 섬에서 다시 오른쪽 터널소자로 단전자가 터널해 나가게 된다. 이러한 과정을 거쳐서 단전자가 터널소자를 통과해 이

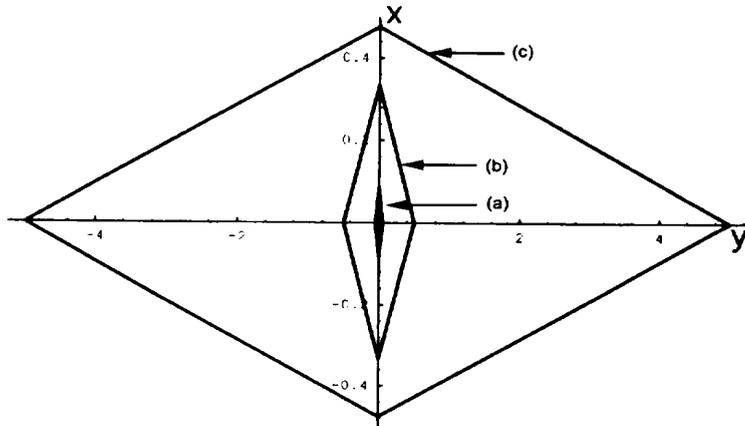


Fig. 5a. The stability diagram of a symmetric SET transistor :  
 (a)  $\alpha = 10$ , (b)  $\alpha = 1$ , and (c)  $\alpha = 0.1$ .

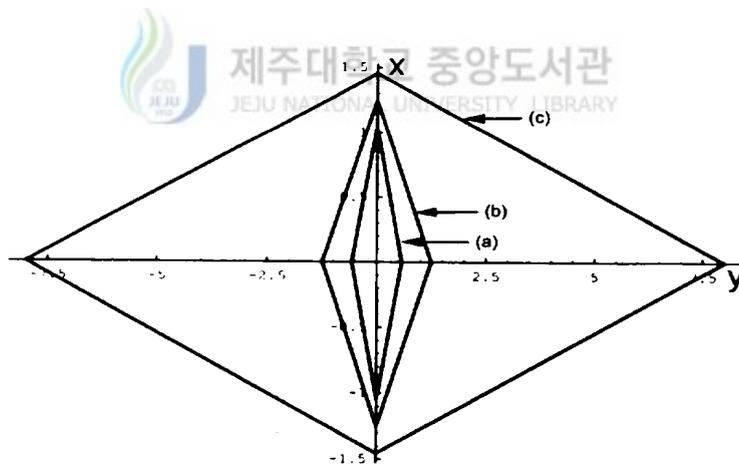


Fig. 5b. The stability diagram of a symmetric turnstile :  
 (a)  $\alpha = 10$ , (b)  $\alpha = 1$ , and (c)  $\alpha = 0.1$ .

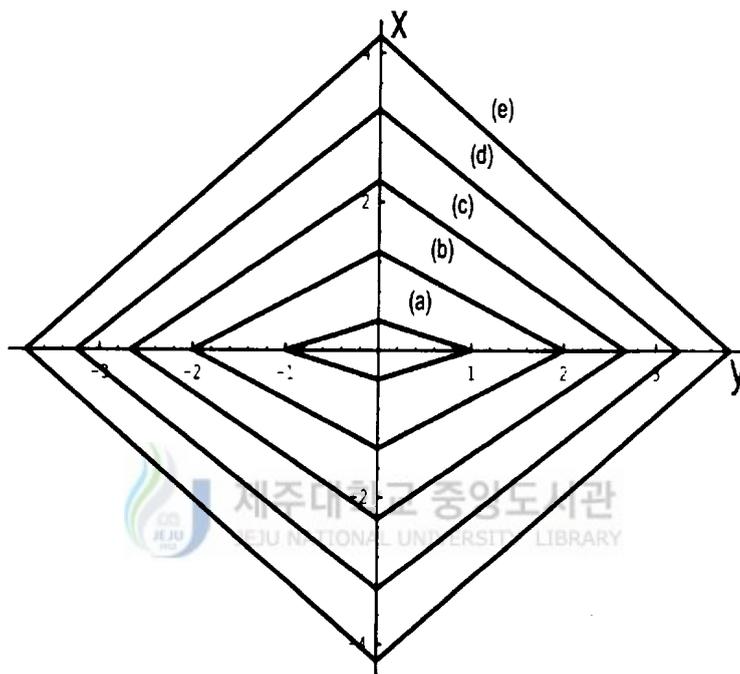


Fig. 6. The stability diagram of a symmetric  $N$ -turnstile at  $\alpha=0.5$  : (a)  $N=2$ , (b)  $N=4$ , (c)  $N=6$ , (d)  $N=8$ , and (e)  $N=10$ .

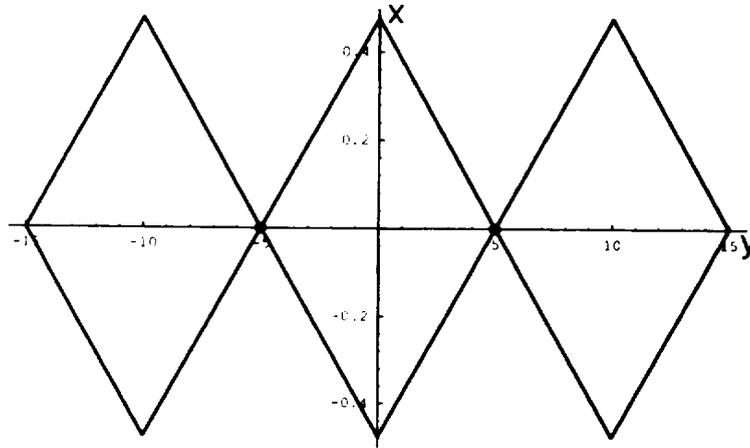


Fig. 7a. The stability diagram of a symmetric SET at  $\alpha=0.1$ .

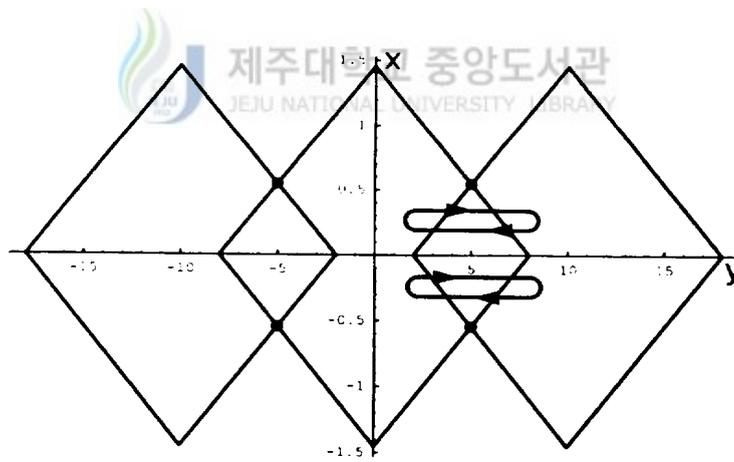


Fig. 7b. The stability diagram of a symmetric turnstile at  $\alpha=0.1$ .

동하게 된다. 이 그림에서 중요한 점은 역으로 걸린 바이어스 전압에 대해서도 단 전자들이 같은 게이트를 지나 이동할 수 있다는 것을 알 수 있는데, 이것은 소자 계가 대칭적으로 형성되었기 때문이다. 각 영역의 교차점들은 게이트가 가장 작은 rf 신호에 의해 동작할 수 있는 바이어스 문턱전압 ( $V_{th}$ )과 dc 게이트 문턱전압 ( $U_{th}$ )을 나타내는 것으로, 이 점은 식 (3.4)을 사용하여

$$V_{th} = \pm \frac{1}{2} \frac{(N-2)(2+Na)}{(4+Na)} \quad (3.5a)$$

$$U_{th} = \frac{1}{2a} \quad (3.5b)$$

를 얻을 수 있다. 식 (3.5)로부터 바이어스 문턱전압은 터널소자의 개수  $N$  과  $a$  값에 의존하지만, 게이트 문턱전압은  $a$  값에만 의존하고 소자의 개수  $N$ 에 대해서는 일정하다는 것을 알 수 있다.

## 2. 비대칭 N-턴스타일 ( $f \neq 1$ )



비대칭 턴스타일은 게이트 전압을 중심으로 왼쪽과 오른쪽의 터널소자의 전기 용량이 다르게 배열된 경우이다. 식 (3.4)으로 부터  $n_{N/2} = 0$ 에 대해 풀면 안정 영역의 모양을 얻을 수 있다.  $a = 0.5$ 이고  $N = 2$ 와  $4$ 인 경우에 대해서,  $f = 0.1$ 일 때를 그림 8a와 그림 8b에 나타내었고,  $f = 10$ 일 때를 그림 9a와 그림 9b에 나타내었다. 그림 10에서 보는 것처럼,  $f$ 에 따라 쿨롱봉쇄영역이 변화하고, 안정영역이 ( $x, y$ )평면 내에서 비대칭 마름모꼴을 이루고 있다는 것을 알 수 있다. 이러한 비대칭 N-턴스타일에는 양 또는 음의 전압을 걸어주었을 때 단전자의 이동은 대칭 N-턴스타일 경우와는 다른 현상이 관측이 된다. 적당한 게이트의 주기가 주어졌을 때,  $f$ 의 변화에 따라 단전자가 양 또는 음의 전압이

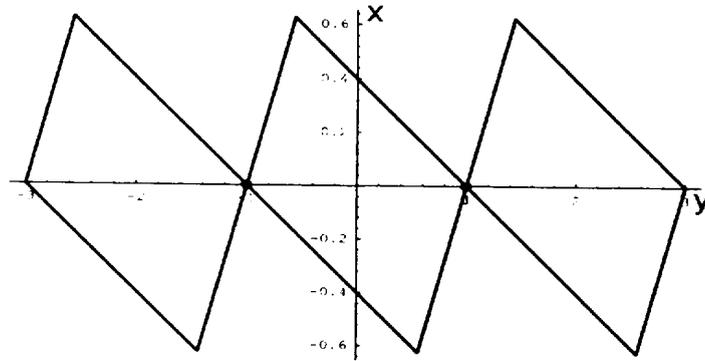


Fig. 8a. The stability diagram of an asymmetric SET at  $\alpha=0.5$ , in the case of  $f=0.1$ .

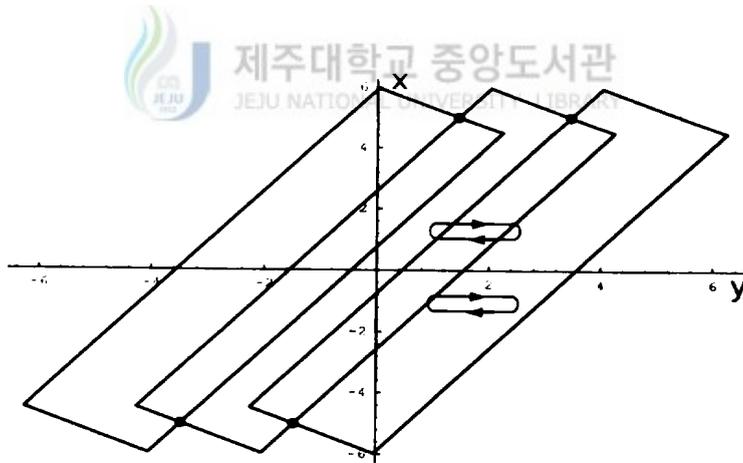


Fig. 8b. The stability diagram of an asymmetric turnstile at  $\alpha=0.5$ , in the case of  $f=0.1$ .

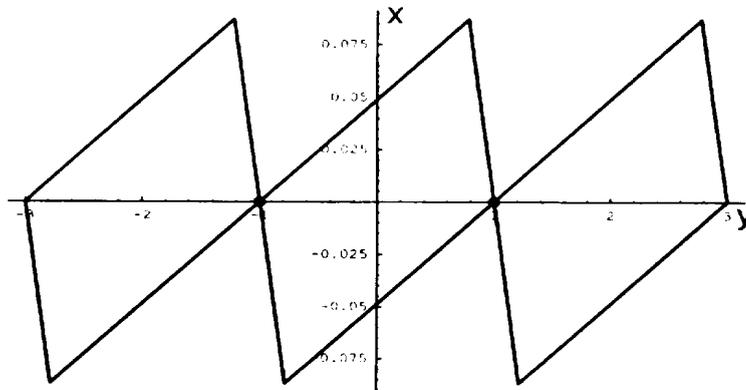


Fig. 9a. The stability diagram of an asymmetric SET at  $\alpha=0.5$ , in the case of  $f=10$ .

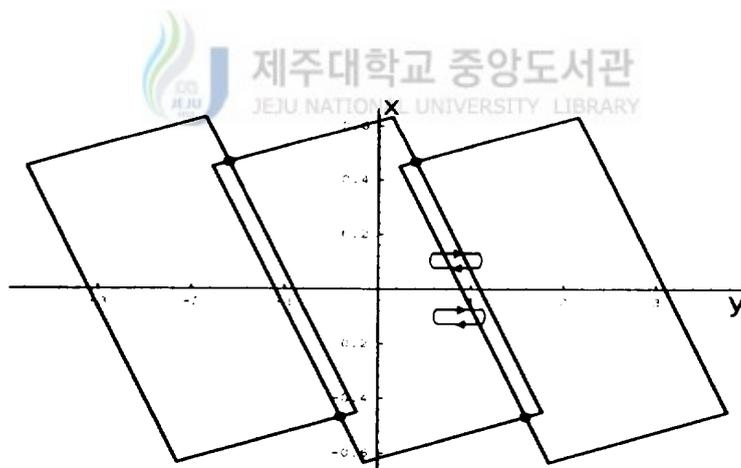


Fig. 9b. The stability diagram of an asymmetric turnstile at  $\alpha=0.5$ , in the case of  $f=10$ .

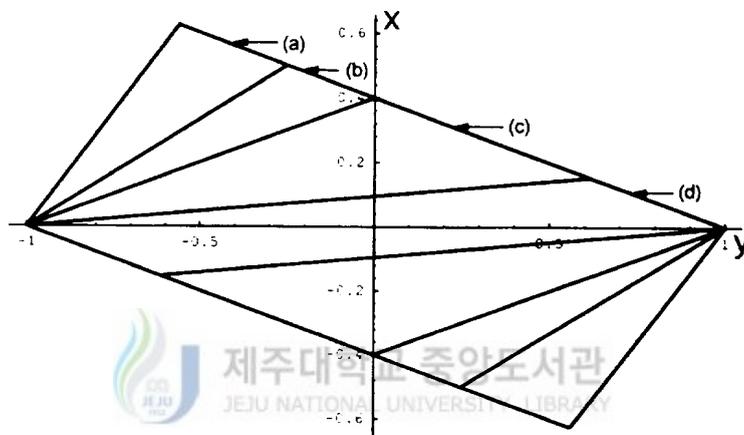


Fig. 10. The stability diagram of an asymmetric turnstile at  $\alpha = 0.5$ : (a)  $f = 0.1$ , (b)  $f = 0.5$ , (c)  $f = 1$ , and (d)  $f = 5$ .

결릴 때만 이동할 수 있다는 것을 알 수 있다. 다시 말하면,  $f$  의 값에 따라 역 바이어스 전압에서는 적절한 게이트 전압의 진폭이 완전히 쿨롱봉쇄영역내에 놓이게 되기 때문에 전자의 터널링은 일어나지 않는다. 이것은 비대칭 턴스타일은 오직 한 방향으로만 전자가 이동한다는 것을 의미한다.

비대칭 턴스타일에서 최소의 rf 신호에 의해 게이트가 동작할 수 있는 바이어스와 dc 게이트 문턱전압은

$$V_{th} = \frac{1}{4f} \frac{(N-2)(Naf+Na+2)+2(Nf-2)f}{2+2f+Na} \quad (3.6a)$$

$$U_{th} = \left[ \frac{(\alpha N+2)(N-2)+2fN}{4\alpha fN} - \frac{(N-2)(4+\alpha N)(2+2f^2+\alpha N+\alpha fN)}{8\alpha fN(2+2f+\alpha N)} \right] \quad (3.6b)$$

와

$$V_{th} = -\frac{1}{4f} \frac{(N-2)(Naf+Na+2)+2(Nf-2)f}{2+2f+Na} \quad (3.7a)$$

$$U_{th} = \left[ \frac{(\alpha N+2)(N-2)+2N}{4\alpha N} - \frac{(N-2)(4+\alpha N)(2+2f^2+\alpha N+\alpha fN)}{8\alpha fN(2+2f+\alpha N)} \right] \quad (3.7b)$$

로 주어진다. 이러한 문턱전압들은  $N$ ,  $\alpha$  및  $f$  에 따라 변화한다는 것을 알 수 있다.

#### IV. 3N - 펌프에서의 클롱봉쇄

이 장에서는  $T=0$ 에서 3N-펌프의 클롱봉쇄 현상을 식 (2.15),(2.20)-(2.22)의 정확한 해를 이용하여 분석하기로 한다. 펌프의 다양한 분석을 하기 위해 터널 소자의 전기용량을 게이트 전압을 중심으로 왼쪽과 가운데 그리고 오른쪽을 다르게 배열하였다. 즉,  $1 \leq j \leq N$ 인 영역에는  $C_j$ 로  $N+1 \leq j \leq 2N$ 인 영역에는  $C_j' = fC_j$ 로, 그리고  $2N+1 \leq j \leq 3N$ 인 영역에는  $C_j'' = gC_j$ 로 배열하고, 소자계의 양쪽 끝 단자에  $V/2$ 와  $-V/2$ 의 바이어스 전압을 걸어주었다. 게이트 전기용량  $C_g^{(N)}$ 과  $C_g^{(2N)}$ 에 각각 연결된 게이트 전압  $U_N$ 와  $U_{2N}$ 는 배열소자계의 왼쪽과 오른쪽에 위치하게 된다 (그림 2b. 참조). 여기서  $N$ ,  $f$  와  $g$  그리고  $C_g^{(N)}$ 와  $C_g^{(2N)}$ 의 값에는 제한을 두지 않기로 한다. 여기서  $f = g = 1$ 일 때를 대칭 3N-펌프라고 하고,  $f \neq g$ 와  $f = g \neq 1$ 일 때를 비대칭 3N-펌프라고 하자.

식 (2.15), (2.20)-(2.22)을 사용하고  $V = 0$ 를 고려하면 3N-펌프에 대한 물리량인

$$Q_i^C = -\frac{e}{2D} \left[ 1 - \frac{1}{hN} + \frac{h-1}{h}(N-1)\alpha + \frac{\beta}{hfg}(N+Nf-f) + \frac{\alpha\beta}{hfg}(N^2-N) \right] \quad (1 \leq i \leq N) \quad (4.1a)$$

$$Q_i^C = -\frac{e}{2D} \left[ \left( 1 - \frac{1}{hfN} \right) + \frac{\alpha}{hf}(hfN-fN-1) + \frac{\beta}{hfg}(N+Nf-1) + \frac{\alpha\beta}{hfg}(N^2-N) \right] \quad (N+1 \leq i \leq 2N) \quad (4.1b)$$

$$Q_i^C = -\frac{e}{2D} \left[ \left(1 - \frac{1}{hgN}\right) + \frac{a}{hg} (hgN - gN - 1) \right. \\ \left. + \frac{\beta}{hfg} (N + Nf - 1 - f) + \frac{\alpha\beta}{hfg} (N^2 - N) \right] \\ (2N+1 \leq i \leq 3N) \quad (4.1c)$$

$$Q_i = -\frac{e}{hD} \left[ \left\{ h - 1 + \frac{N\beta}{fg} \right\} x' + \frac{1}{g} \left\{ 1 + \frac{(h-1)(1-g)}{h} N\alpha \right\} y' \right] \\ (1 \leq i \leq N) \quad (4.2a)$$

$$Q_i = -\frac{e}{hD} \left[ \left\{ -1 - \frac{N\beta}{g} \right\} x' + \frac{1}{g} \left\{ 1 + \frac{h + (h-1)(1-g)}{h} N\alpha \right\} y' \right] \\ (N+1 \leq i \leq 2N) \quad (4.2b)$$

$$Q_i = -\frac{e}{hD} \left[ -x' + \frac{1}{g} \left\{ 1 - hg + \left( 2 - hg + \frac{g-1}{h} \right) N\alpha \right\} y' \right] \\ (2N+1 \leq i \leq 3N) \quad (4.2c)$$

를 얻을 수 있다. 여기서

$$\alpha = C_g^{(N)}/C_j, \quad \beta = C_g^{(2N)}/C_j \quad (4.3a)$$

$$x' = n_N - x, \quad x = C_g^{(N)} U_N / e, \quad (4.3b)$$

$$y' = n_{2N} - \left( \frac{\beta}{\alpha} \right) y, \quad y = C_g^{(N)} U_{2N} / e \quad (4.3c)$$

이고  $h = 1 + 1/f + 1/g$  이다.  $T = 0$ 에서 조건  $\Delta E_i^{(i\pm)} > 0$  일 때는  $i$  번째 터널소자를 통한 전자의 터널링은 제한되므로, 이러한 고찰을 토대로 식 (4.1)-(4.3)을 사용하여 터널소자를 통한 전자의 터널링에 관계된 섬의 전하상태 ( $n_N, n_{2N}$ )에 대한 안정적인 영역을 찾을 수 있으며 그 결과는

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}\left\{h-\frac{1}{N}+(h-1)(N-1)\alpha+\frac{\beta}{fg}(N+Nf-f)+\frac{\alpha\beta}{fg}(N^2-N)\right\} \\
\langle & \left(h-1+\frac{N\beta}{fg}\right)(x-n_N) \\
& +\frac{1}{g}\left\{1+\frac{(h-1)(1-g)}{h}N\alpha\right\}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{y-n_{2N}} \\
\langle & \frac{1}{2}\left\{h-\frac{1}{N}+(h-1)(N-1)\alpha+\frac{\beta}{fg}(N+Nf-f)+\frac{\alpha\beta}{fg}(N^2-N)\right\} \quad (4.4a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}\left\{h-\frac{1}{fN}+\frac{\alpha}{f}(hfN-fN-1)+\frac{\beta}{fg}(N+Nf-1)+\frac{\alpha\beta}{fg}(N^2-N)\right\} \\
\langle & -\left(1+\frac{N\beta}{g}\right)(x-n_N)+\frac{1}{g}\left\{1+\frac{h+(h-1)(1-g)}{h}N\alpha\right\}(y-n_{2N}) \\
\langle & \frac{1}{2}\left\{h-\frac{1}{fN}+\frac{\alpha}{f}(hfN-fN-1)+\frac{\beta}{fg}(N+Nf-1)+\frac{\alpha\beta}{fg}(N^2-N)\right\} \quad (4.4b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}\left\{h-\frac{1}{gN}+\alpha\left(Nh-N-\frac{1}{g}\right)+\frac{\beta(1+f)}{fg}(N-1)+\frac{\alpha\beta}{fg}(N^2-N)\right\} \\
\langle & x-n_N+\frac{1}{g}\left\{1-hg+\left(2-hg+\frac{g-1}{h}\right)N\alpha\right\}(n_{2N}-y) \\
\langle & \frac{1}{2}\left\{h-\frac{1}{gN}+\alpha\left(Nh-N-\frac{1}{g}\right)+\frac{\beta(1+f)}{fg}(N-1)+\frac{\alpha\beta}{fg}(N^2-N)\right\} \quad (4.4c)
\end{aligned}$$

와 같다. 식 (4.4)의 6개의 부등식을 이용하여 안정영역을 나타낼 수 있다. 다시 말하면,  $(x, y)$ 평면의 안정영역에서는 섬내의 과잉전하상태  $(n_N, n_{2N})$ 가 안정하게 된다.  $3N = 3$ 인 경우에 대한 결과는 Hu와 O'Connell(1993)의 결과와 일치한다. 일반적으로 식 (4.4)에서  $\alpha, \beta, N, f, g$ 의 값에 따른 안정영역의 변화를 알 수 있다.  $\alpha, \beta, N, f, g$ 의 값에 따른 안정영역은 육각꼴이 되며 섬내의 과잉전자의 수에 따라 배열되어진다. 이렇게 배열된 모든 안정영역내에서는 전류가 흐르지 않는다.  $\alpha, \beta, N, f, g$ 의 값에 따른 몇 가지 경우에 대해 더 자세히 기술해 보고자 한다.

1. 대칭 3N-펌프 ( $f = g = 1$ )

일반적으로  $C_j \gg C_g^{(1)}, C_g^{(2)}$  일 때를 3N-펌프라 하고  $C_j \ll C_g^{(1)}, C_g^{(2)}$  일 때를 양자쌍점이라고 한다.

$\alpha = \beta$  인 경우에  $(x, y)$  평면내의 안정영역은 대칭이동을 한다.  $3N = 3$  이고  $\alpha \rightarrow 0, \infty$ 와  $\alpha = 1, 10$ 인 경우,  $(n_N, n_{2N}) = (0, 0)$ 에서의 안정영역은 식 (4.4)로부터 얻을 수 있는데 그 결과를 그림 11에서 나타내었다. 또한,  $\alpha \rightarrow 0$ 에 대해서  $(n_N, n_{2N})$ 에서의 안정 영역의 전체적인 모양을 그림 12에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 일반적인 안정영역의 모양은 육각형이다 ( $\alpha \rightarrow \infty$ 일 때는 제외). 육각형의 꼭지점에는 삼중점 ( $3N = 3$  일 때만)이 형성되고, 이 삼중점은  $(x, y)$  평면내 세 개의 이웃하는 영역을 공유하는 단전자 펌프를 작동할 수 있는 점이다. 그림 11과 그림 12에서 두 가지 기본적인 해석을 할 수 있는데 (i) 두 개의 이웃하는 삼중점사이의 거리는  $x_p = 1/(3 + \alpha)$  이고 (ii)  $\alpha$ 가 충분히 큰 경우 두 개의 이웃하는 삼중점은 실제로 알려져 있지 않으며, 더 이상 펌프와 같이 작동하지 않는다. 이 결과는 Hu와 O'Connell(1993)의 결과와 일치한다. 그러나  $3N > 3$  와  $\alpha > 0$ 일 때는 삼중점이 나타나지 않으며 단지 세영역이 접치는 곳이 생긴다 (그림 13 참조). 여기서 또 한가지 특이할만한 점은  $\alpha \rightarrow 0$ 일 때는  $N \rightarrow \infty$ 가 되더라도 쿨롱붕괴영역의 크기는 일정한 크기이상 커지지 않는다는 것이다.

다음으로  $\alpha \neq \beta$  의 경우에 대해서도 알아보기로 한다. 편의상 안정영역의 두 가지 경우, (a)  $\alpha = 0.1, \beta = 0.25$  (b)  $\alpha = 10, \beta = 25$ 를 고려하여 식 (4.1)-(4.4)으로부터 결과식을 얻고 그 결과를 그림 14에 나타내었다.  $(x, y)$  평면에서  $y$ 방향에 따른 이웃하는 영역사이의 거리는  $\alpha/\beta$ 와 같다 ( $\alpha = \beta$ 인 경우는

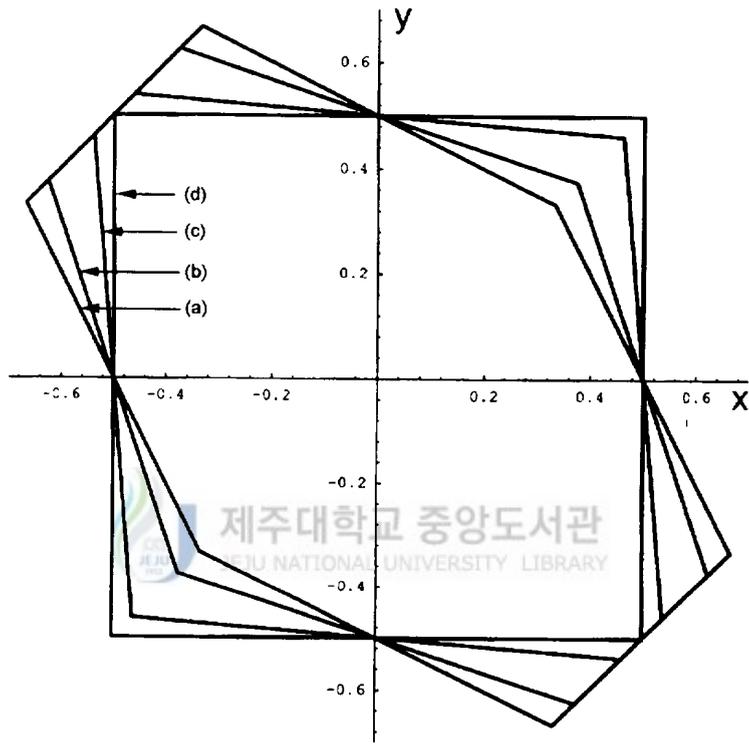


Fig. 11. The stability diagram of a symmetric pump for  $3N=3$ :  
 (a)  $\alpha=0$ , (b)  $\alpha=1$ , (c)  $\alpha=10$ , and (d)  $\alpha=\infty$ .

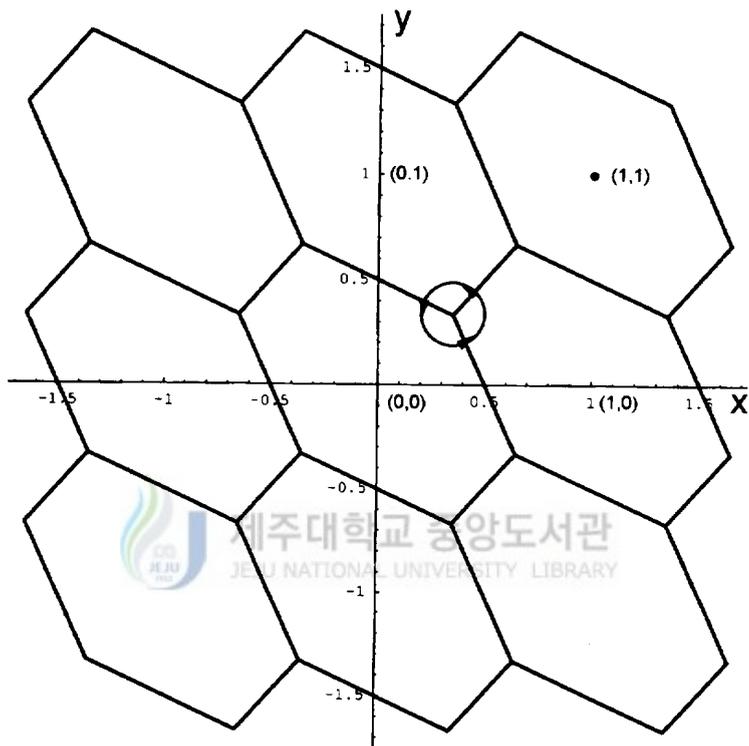


Fig. 12. The global view of stability diagram of a symmetric pump at  $\alpha=0$ .

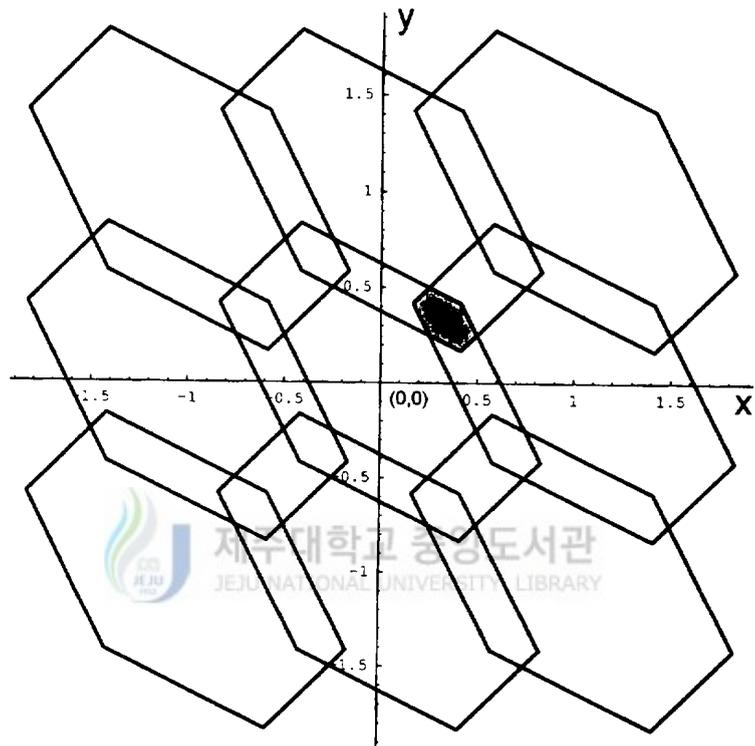


Fig. 13. The global view of stability diagram of a symmetric pump at  $\alpha=0.5$ , where three neighboring domains share a hexagonal region.

1이다). 결과적으로  $a/\beta$ 값이 작아지면  $y$ 의 함수로 주어지는 쿨롱봉쇄 진동의 전도도 정점의 주기가 빈번하게 나타난다. 이것은  $C_g^{(2)} \gg C_g^{(1)}$  ( $a/\beta \rightarrow 0$ )의 한계에 서 두 번째 섬이 외부 접합선으로 작용하여 더 이상 쿨롱봉쇄가 일어나지 않기 때문이다.  $y$ 방향에 따른  $a/\beta$ 의 주기성에 대한 중요한 특징을 조사할 수 있다. 다시 말해  $a/\beta$ 의 특정한 값에서  $x = y$ 선을 따라 전도도가 다른 형태의 진동을 하게 된다는 것이다. 그림 15에서 보는 바와 같이, 만약  $a/\beta$ 가 유리수인 경우는 전도도는 주기적으로 진동을 하지만  $a/\beta$ 가 무리수인 경우에는 전도도는 국소적으로는 비주기적인 마구잡이 정점이 나타나고 전체적으로는 주기적인 성질이 나타나게 된다.

## 2. 비대칭 3N-펌프 ( $f \neq g, f = g \neq 1$ )

다음으로 비대칭 3N-펌프에 대한 안정영역을 조사하기로 한다. 먼저  $3N = 3$ 이고  $\alpha = \beta = 0$ 인 경우,  $(1, f, g)$ 의 계수 값이 각각  $(1, 1, 1)$ ,  $(1, 0.1, 1)$ ,  $(1, 10, 1)$ ,  $(1, 1, 0.1)$ ,  $(1, 1, 10)$ 일 때의 결과를 그림 16에 제시하였고  $3N = 6$ 이고,  $\alpha, \beta = 0$ 인 경우, 계수값이  $(1, 0.1, 1)$ 와  $(1, 1, 0.1)$ 일 때의 결과를 그림 17과 그림 18에 각각 나타내었다. 그림에서 보는 것처럼, 비대칭성 인자들로 인해서 다양한 형태의 안정영역이 나타남을 알 수 있다.  $3N = 3$ 이고  $\alpha = \beta = 0$ 인 경우에는 쿨롱봉쇄영역들은  $(x, y)$  평면내 주기적인 격자형태를 띄면서 세 개의 이웃하는 영역을 공유하는 공통점인 삼중점을 형성하게 되지만,  $3N = 6$ 이고  $\alpha = \beta = 0$ 인 경우에는 삼중점이 나타나지 않고 세 영역이 접치는 삼중영역을 형성한다. 또한  $3N = 3$ 이고  $\alpha = \beta = 1$ 인 경우,  $g$ 와  $f$ 값이 다양한 값을 가질 때의 결과를 그림 19, 20, 21 및 22에 나타내었다.  $1 = g \gg f$ 와  $1 \ll f = g$ 에 대한

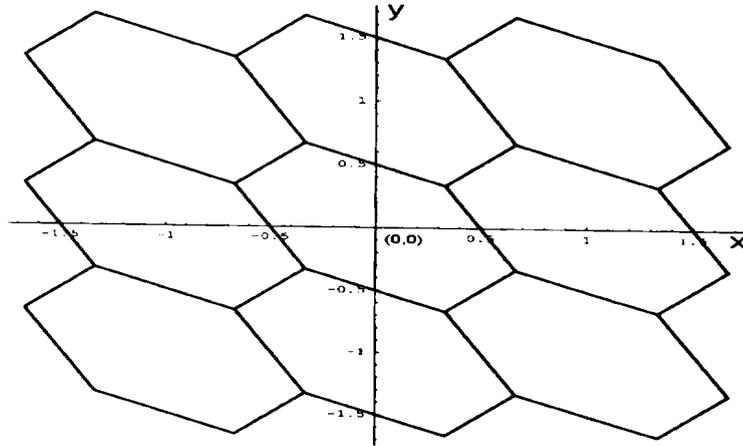


Fig. 14a. The global view of stability diagram of a symmetric pump at  $\alpha=0.1$  and  $\beta=0.25$ .

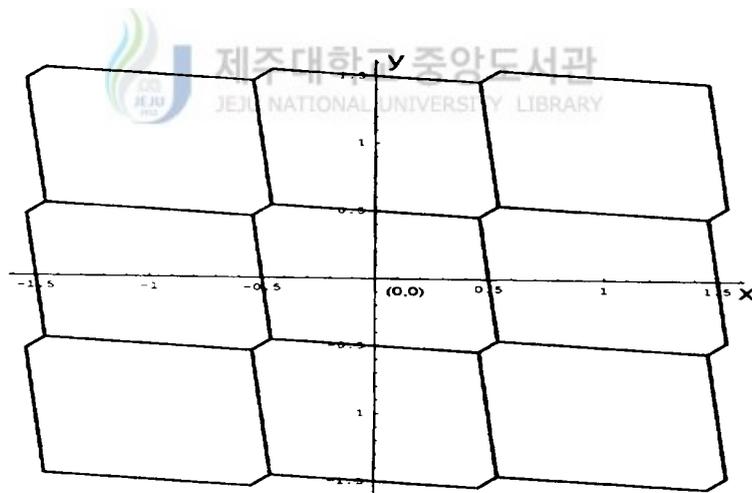


Fig. 14b. The global view of stability diagram of a symmetric pump at  $\alpha=10$  and  $\beta=25$ .

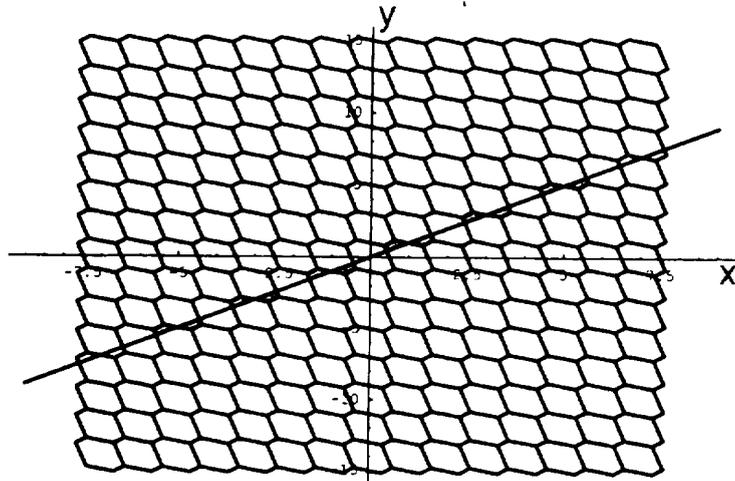


Fig. 15a. The stability diagram of a symmetric pump at  $\alpha/\beta=2$ .

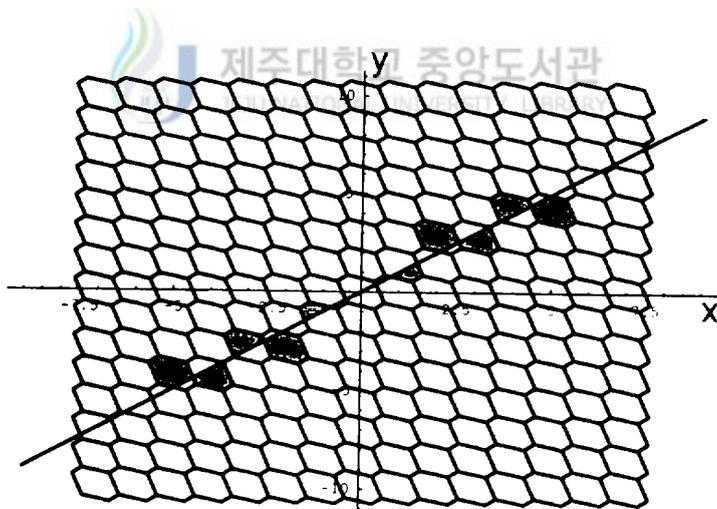


Fig. 15b. The stability diagram of a symmetric pump at  $\alpha/\beta=\sqrt{2}$ .

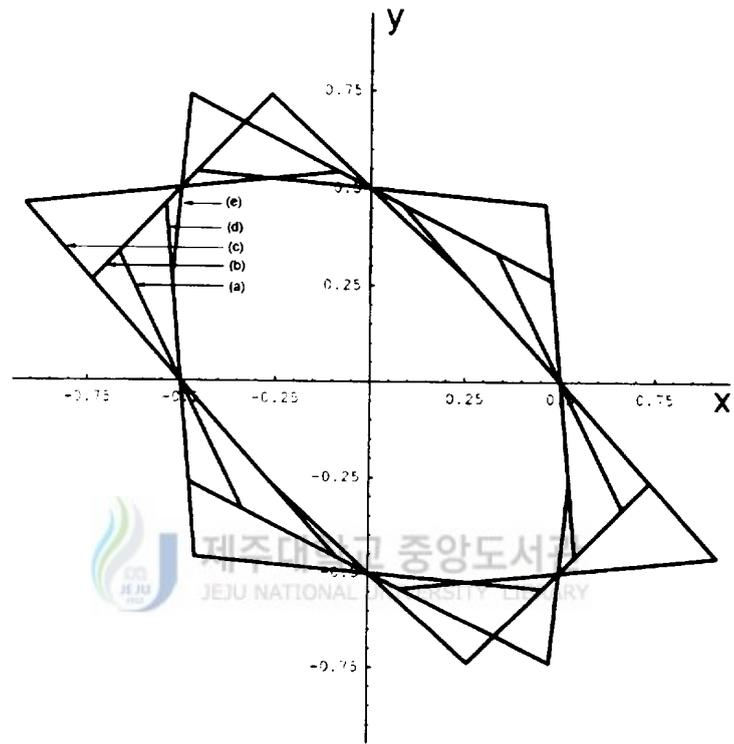


Fig. 16. The stability diagram of an asymmetric pump at  $\alpha = \beta = 0$ : (a)  $f=1, g=1$ , (b)  $f=10, g=1$ , (c)  $f=1, g=0.1$ , (d)  $f=0.1, g=1$ , and (e)  $f=1, g=10$ .

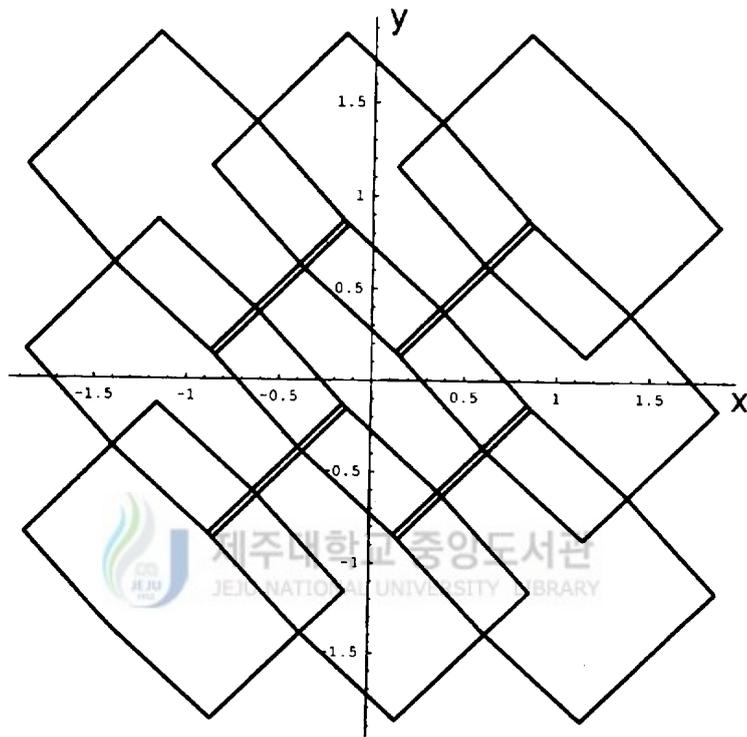


Fig. 17. The global view of stability diagram of an asymmetric  $3N$ -pump for  $3N=6$  at  $\alpha=\beta=0$ , in the case of  $f=0.1$  and  $g=1$ .

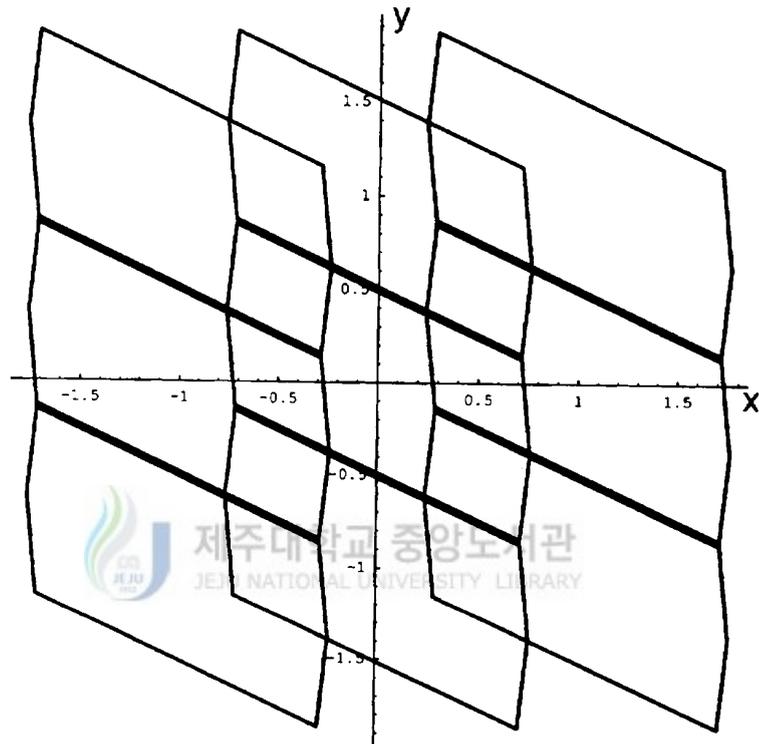


Fig. 18. The global view of stability diagram of an asymmetric  $3N$ -pump for  $3N=6$  at  $\alpha=\beta=0$ , in the case of  $f=1$  and  $g=0.1$ .

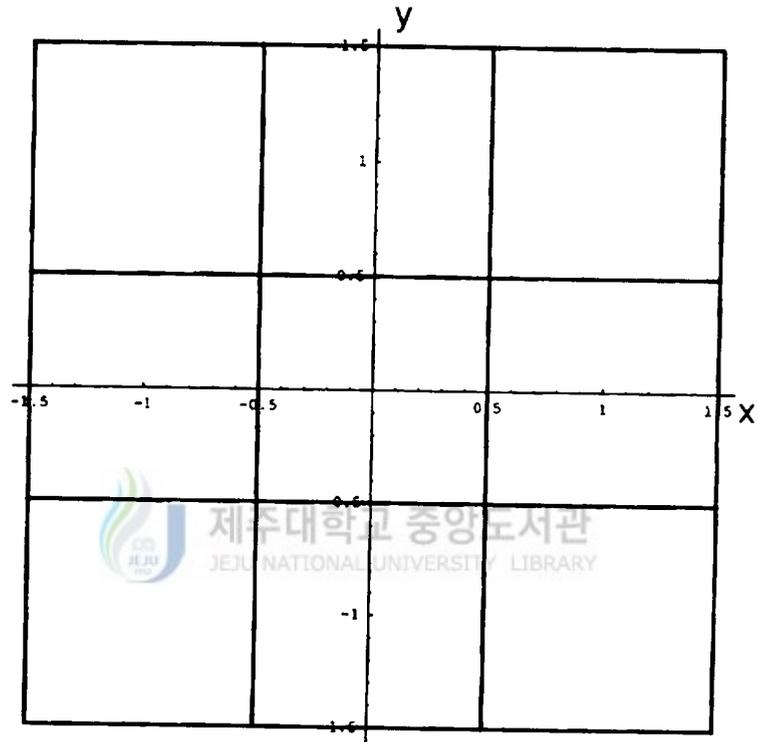


Fig. 19. The global view of stability diagram of an asymmetric pump at  $\alpha = \beta = 1$ , in the case of  $f \ll g = 1$ .

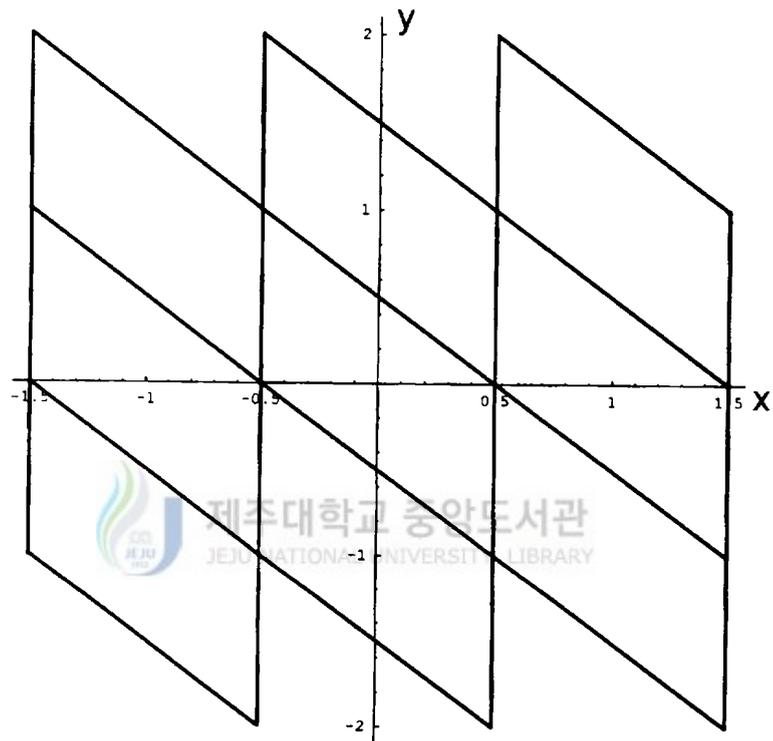


Fig. 20. The global view of stability diagram of an asymmetric pump at  $\alpha = \beta = 1$ , in the case of  $g = f \gg 1$ .

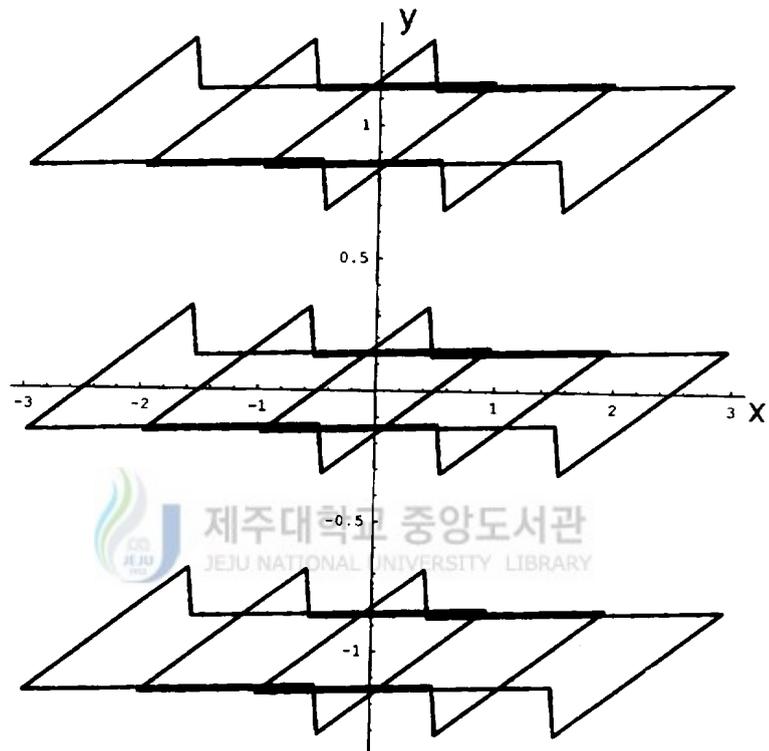


Fig. 21. The global view of stability diagram of an asymmetric pump at  $\alpha = \beta = 1$ , in the case of  $g > f > 1$ .

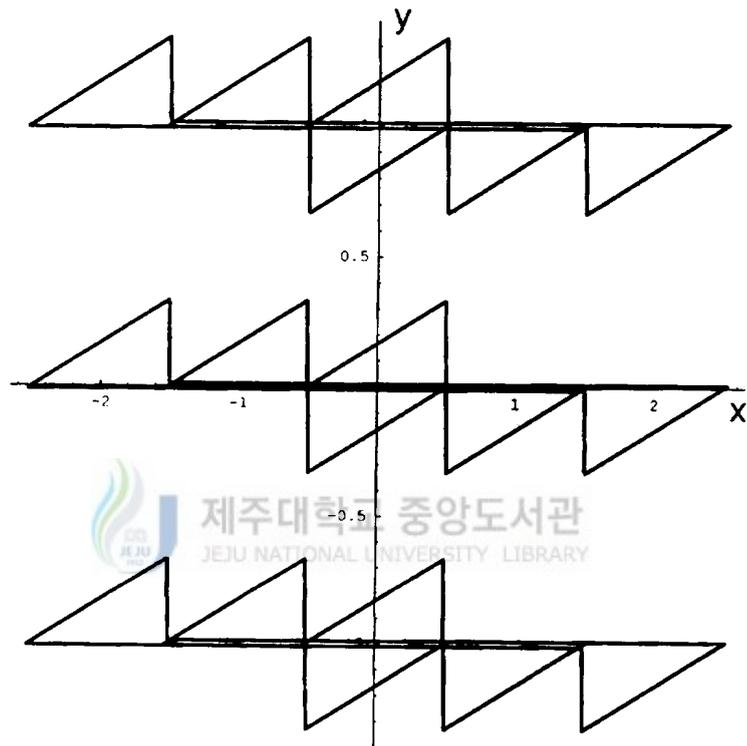


Fig. 22. The global view of stability diagram of an asymmetric pump at  $\alpha = \beta = 1$ , in the case of  $g \gg f \gg 1$ .

그림 19와 그림 20에서 주목할 점은 전자의 결과는 대칭  $3N$ -펌프에서  $\alpha \rightarrow \infty$ 의 결과와 동일하게 나타나고 후자는 비대칭  $N$ -턴스타일에서처럼 비대칭 마름모꼴의 형태가  $(x, y)$ 공간에서 주기적인 격자형태를 가진다. 이러한 경우에는 네 개의 이웃하는 영역을 공유하는 공통점인 사중점을 형성하게 된다.  $1 < f < g$ 과  $1 \ll f \ll g$ 에 대한 그림 21과 그림 22에서 주목할 점은 기존의 결과들과는 달리  $n_{2N}$ 의 과잉전자수에 따라  $y$ 축에 불연속적인 쿨롱봉쇄영역을 가지며  $x$ 에 대해서 턴스타일과 유사한 성질이 나타남을 알 수 있다.



#### IV. 결과 및 고찰

$N$ -턴스타일에서  $f = 1$ 인 대칭 경우의 안정영역은  $\alpha$ 와  $N$ 에 의존하고, 그 모양은 마름모꼴로 대칭적으로 유지된다는 것을 알 수 있다. 이러한 안정영역은  $\alpha$ 가 증가함에 따라 감소하게 되는데,  $\alpha$  값이 클 때는 게이트 전압의 함수로 나타나는 쿨롱봉쇄 진동의 전도도 정점이 더 많이 나타날 것으로 기대된다. 또한, 이러한 소자에 바이어스 전압  $V$ 가 걸리고 게이트에 rf 신호를 걸게 되면 교차된 선을 통해서 섬의 왼쪽 터널소자에서 게이트에 연결된 섬으로 단전자가 터널해 들어오고 그 섬에서 다시 오른쪽 터널소자로 단전자가 터널해 나가게 되는 과정을 거쳐서 단전자가 터널소자를 통과해 이동하게 된다. 중요한 점은 역으로 걸린 바이어스 전압에 대해서도 단전자들이 동일한 게이트 전압에 의해서 터널링을 할 수 있다.

$f \neq 1$ 인 비대칭 경우의 안정영역은  $f$ 의 값에 따라 비대칭 마름모꼴의 형태를 형성한다는 것을 알 수 있다.  $N$ -턴스타일이 비대칭일때는 양 또는 음의 전압을 걸어주었을 때 단전자의 이동은 대칭일 때와는 다른 현상이 관측이 된다. 적당한 게이트의 주기가 주어졌을 때  $f$ 의 변화에 따라 단전자가 양 또는 음의 전압이 걸렸을 때만 이동할 수 있다는 것을 알 수 있었다. 다시 말하면,  $f$ 의 값에 따라 역 바이어스 전압에서는 적절한 게이트 전압의 진폭이 완전히 쿨롱봉쇄영역 내에 놓이게 되기 때문에 전자의 터널링은 일어나지 않는다. 즉, 비대칭  $N$ -턴스타일은 오직 한 방향으로만 전자가 이동할 수 있다.

$f = g = 1$ 인 대칭  $3N$ -펌프에서  $\alpha = \beta$ 인 경우에  $(x, y)$ 평면내의 안정영역은 대칭이동을 한다.  $3N = 3$ 이고  $\alpha \rightarrow 0, \infty$ 와  $\alpha = 1, 10$ 인 경우,  $(n_N, n_{2N}) = (0, 0)$ 에서의 안정영역은 일반적으로 육각형이다( $\alpha \rightarrow \infty$ 일 때는 제외).  $3N = 3$ 일 때만  $(x, y)$ 평면내 세 개의 이웃하는 영역을 공유하는 공통점인 삼중

점을 형성하고 두 개의 이웃하는 삼중점사이의 거리는  $x_p = 1/(3 + \alpha)$ 로 주어지며, 이 결과는 Hu와 O'Connell(1993)의 결과와 일치한다. 그러나  $3N > 3$ 와  $\alpha > 0$ 일 때는  $(x, y)$  평면내 세 개의 이웃하는 영역을 공유하는 공통점인 삼중점이 나타나지 않고 삼중영역이 겹치는 곳이 생긴다. 여기서 또 한가지 특이할 만한 점은  $\alpha \rightarrow 0$ 일 때는  $N \rightarrow \infty$ 가 되더라도 쿨롱봉쇄영역의 크기는 일정한 크기 이상 커지지 않는다는 것이다.

$\alpha \neq \beta$ 의 경우,  $\alpha = 0.1, \beta = 0.25$ 와  $\alpha = 10, \beta = 25$ 에 대해서는  $(x, y)$  평면에서  $y$ 방향에 따른 이웃하는 영역사이의 거리가  $\alpha/\beta$ 로 주어진다 ( $\alpha = \beta$ 인 경우는 1이다).  $\alpha/\beta$ 값이 작아지면  $y$ 의 함수로 주어지는 쿨롱봉쇄진동의 전도도 정점의 주기가 빈번하게 나타나고,  $\alpha/\beta$ 의 특정한 값에서  $x = y$  선을 따라 전도도가 다른 형태의 진동을 하게 된다. 만약  $\alpha/\beta$ 가 유리수인 경우는 전도도가 주기적으로 진동을 하지만  $\alpha/\beta$ 가 무리수인 경우에는 전도도가 국소적으로 비주기성인 마구잡이정점이 나타나고, 전체적으로는 주기적인 성질이 나타나게 된다. 또한,  $3N = 3$ 이고  $\alpha = \beta = 0$ 인 경우,  $f \neq g \neq 1$ 와  $f = g \neq 1$ 인 비대칭  $3N$ -펌프의 안정영역은  $(x, y)$ 평면내 주기적인 격자 형태를 띄면서 세 개의 이웃하는 영역을 공유하는 공통점인 삼중점을 형성하게 되지만,  $3N = 6$ 이고  $\alpha = \beta = 0$ 인 경우에는 삼중점이 나타나지 않고 세 영역이 겹치는 삼중영역을 형성한다. 또한  $3N = 3$ 이고  $\alpha = \beta = 1$ 인 경우,  $1 = g \gg f$ 일 때의 안정영역은 대칭  $3N$ -펌프에서  $\alpha \rightarrow \infty$ 의 결과와 동일하게 나타나고  $1 \ll f = g$ 일 때는 비대칭  $N$ -턴스타일에서처럼 비대칭 마름모꼴의 형태가  $(x, y)$ 공간에서 주기적인 격자형태를 가진다. 이러한 경우에는 네 개의 이웃하는 영역을 공유하는 공통점인 사중점을 형성하게 된다. 또한,  $1 < f < g$  과  $1 \ll f \ll g$ 에 대해서는 기존의 결과들과는 달리  $n_{2N}$ 의 과잉전자수에 따라  $y$ 축에 불연속적인 쿨롱봉쇄영역을 가지며  $x$ 축에 대해서 턴스타일과 유사한 성질이 나타남을 알 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 일차원 배열소자계에 대한 전하보존방정식과 키르호프 법칙을 사용하여,  $i$  번째 터널소자를 통해 단전자가 터널함으로써 야기되는 에너지 변화  $\Delta E_i^{(i)}$ 로부터  $T = 0$ 에서의 쿨롱봉쇄 현상에 대한 표현을 고찰하였다. 이것을 이용하여  $N$ -터스타일과  $3N$ -펌프의 일반적인 식을 도출하고 이러한 계에 대한 쿨롱봉쇄 현상이 일어나는 안정영역에 대한 결과를 얻었다.  $N=2$ 인 경우에 대한 결과는 Devoret와 Grabert(1991)의 결과와 일치하였고,  $N=4$ ,  $\alpha=1/2$ ,  $f=1$ 인 경우에는 단전자 터스타일의 안정영역에 대한 Esteve(1991)의 결과와 일치했으며  $N$ -터스타일의 안정영역은 터널소자의 개수, 게이트 전기용량과 터널소자 전기용량의 비, 그리고 소자계의 비대칭성에 관련된 인자  $f$ 에 밀접하게 의존하게 된다. 특히,  $f$ 는 안정영역의 비대칭을 결정하는 중요한 요소라는 것을 알 수 있었다.

$3N$ -펌프의 결과는  $3N = 3$ 인 경우에 대해서는 Hu 등(1993)의 결과와 일치하였고  $3N$ -펌프의 안정영역은 터널소자의 개수, 게이트 전기 용량, 그리고 소자계의 비대칭성과 관련된 인자  $f$ ,  $g$ 에 밀접하게 연관되어 있는 것을 알 수 있었다. 특히  $f$ 와  $g$ 에 의해서  $3N$ -펌프의 안정영역은 사중점과  $y$ 축에 따라 불연속적인 쿨롱봉쇄영역을 가지는 특이한 결과들을 보여주고 있다. 사중점의 터널링 메커니즘은 삼중점의 터널링 메커니즘과는 다르며,  $y$ 축에 불연속적인 쿨롱 봉쇄영역을 가지는 결과의 터널링 메커니즘은 터스타일의 터널링 메커니즘과 비슷하기는 하지만 이것에 대한 더 많은 연구가 필요하다고 생각되어진다.

## VI. 참고 문헌

- [1] H. Grabert and M. H. Devoret, Single Charge Tunneling (NATO ASI Ser. B: Physics) (New York: Plenum) 1991.
- [2] G. L. Ingold and Yu. V. Nazarov, Single Charge Tunneling (New York: Plenum) p. 21, 1991.
- [3] D. Esteve, Single Charge Tunnelling (New York: Plenum) p. 109, 1991.
- [4] P. Delsing, Single Charge Tunneling (New York: Plenum) p. 249, 1991.
- [5] T. A. Fulton and G. J. Dolan, Phys. Rev. Lett. 59, 109 (1987).
- [6] L. S. Kuz'min and K. K. Likharev, Pis. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 45,389 (1987) (Engl. Transl. JETP Lett. 45 495).
- [7] P. Lafrage, H. Pothier, E. R. Williams, D. Esteve, C. Urbina, and M. H. Devoret, Z. Phys. B 85, 327 (1991).
- [8] L. J. Geerligs, V. F. Anderegg, P. Holweg, J. E. Mooij, H. Pothier, D. Esteve, C. Urbina, and M. H. Devoret, Phys. Rev. Lett. 64, 2691 (1990).
- [9] H. Pothier, P. Lafarge, P. F. Orfila, C. Urbina, D. Esteve, and M. H Devoret, Physica B169, 573 (1991).
- [10] H. D. Jensen and J. M. Martinis Phys. Rev. B46, 13407 (1992).
- [11] I. M. Ruzin, V. Chandrasekhar, E. I. Levin and L. 1. Glazman Phys. Rev. B45 13469 (1992).
- [12] M. Amman, E. Ben-Jacob, and K. Mullen, Phys. Lett. 142A 431 (1989).
- [13] G. Y. Hu, R. F. O'Connell, Y. B. Kang, and J. Y. Ryu, Int. J. Mod. Phys. B10, 2441 (1996).

- 
- [14] G. Y. Hu and R. F. O'Connell, *J. Phys. C*5, 7259 (1993).
- [15] D. V. Averin, A. A. Odintsov and S. V. Vyshenskii, *J. Appl. Phys.*  
73, 1297 (1993).



## VII. 부 록

### ※ Mathematica Program List

턴스타일에 대한 프로그램

-Program List-

```
AsymmetryTurnstileN[f_,junctionN_,alpha_,arrayN_] :=  
Module[{},
```

```
colorR = Random[Real,{0,1},30];
```

```
colorG = Random[Real,{0,1},30];
```

```
colorB = Random[Real,{0,1},30];
```

```
p = f;
```

```
c = junctionN;
```

```
a = alpha;
```



```
f1[x_,p_,c_,a_,n_] := ((1 + p + (c a) / 2)/a) (1 / (1 + p)) * ((2*p)/c + ((1  
- p)*a)/(2*(1 + p) + c*a))x + ((1 + p + (c*a)/2)/a) (1 / (2 + (c a)/(p +  
1))) ((2/(1 + p))n + ((1 + p - (2 p)/c)/(1 + p)) + (((c / 2) - 1)/(1 +  
p))a);
```

```
f2[x_,p_,c_,a_,n_] := ((1 + p + (c a) / 2)/a) (1 / (1 + p)) * ((2*p)/c + ((1  
- p)*a)/(2*(1 + p) + c*a))x + ((1 + p + (c*a)/2)/a) (1 / (2 + (c a)/(p +  
1))) ((2/(1 + p))n - ((1 + p - (2 p)/c)/(1 + p)) - (((c / 2) - 1)/(1 +  
p))a);
```

```
f3[x_,p_,c_,a_,n_] := -(p / (1 + p)) ((1 + p + (c a) / 2) / (p a)) (2 / c -  
(((1 - p)a) / (2(1 + p) + c a)))x + ((1 + p + (c a) / 2) / (p a)) (1 / (2 +  
(c a) / (p + 1))) ((2 p) n / (1 + p) - (1 + p - 2 / c) / (1 + p) + (1 - c
```

```

/ 2) a / (1 + p));
f4[x_,p_,c_,a_,n_] := -(p / (1 + p))((1 + p + (c a) / 2) / (p a))(2 / c -
(((1 - p)a) / (2(1 + p) + c a)))x + ((1 + p + (c a) / 2) / (p a))(1 / (2 +
(c a / (p + 1))))((2 p) n / (1 + p) + (1 + p - 2 / c) / (1 + p) - (1 - c
/ 2) a / (1 + p));

```

```

labeldata = Table[

```

```

  ly1 = f1[x,p,c,a,0];
  ly2 = f2[x,p,c,a,0+1];
  ly3 = f3[x,p,c,a,0+1];
  ly4 = f4[x,p,c,a,0];

```

```

  lxp = x /. FindRoot[ly3 == ly1,{x, -100, 100}];
  lxm = x /. FindRoot[ly4 == ly2,{x, -100, 100}];

```

```

  lyp = cy1 /. x -> lxp;
  lym = cy2 /. x -> lxm;

```

```

  List[{lym,lxm},{lyp,lxp}],

```

```

{n, -arrayN, arrayN - 1 ,1}];

```

```

graph = Table[

```

```

  y1 = f1[x,p,c,a,n];
  y2 = f2[x,p,c,a,n];
  y3 = f3[x,p,c,a,n];
  y4 = f4[x,p,c,a,n];

```

```

  px1 = x /. FindRoot[y1 == y3,{x, -100, 100}];
  px2 = x /. FindRoot[y3 == y2,{x, -100, 100}];
  px3 = x /. FindRoot[y2 == y4,{x, -100, 100}];

```

```

px4 = x /. FindRoot[y4 == y1,{x, -100, 100}];

py1 = y1 /. x -> px1;
py2 = y3 /. x -> px2;
py3 = y2 /. x -> px3;
py4 = y4 /. x -> px4;

ListPlot[{{py1,px1},{py2,px2},
          {py3,px3},{py4,px4},
          {py1,px1}},
          PlotJoined -> True,
          PlotRange -> All,
          AspectRatio -> 1/GoldenRatio,
          PlotStyle -> {RGBColor[colorR,colorG,colorB]},
          DisplayFunction -> Identity],

{n, -arrayN, arrayN,1}];

Show[graph,
      PlotRange -> All,
      AspectRatio -> 1/GoldenRatio,
      DisplayFunction -> $DisplayFunction,
      Frame -> True]

]
- END -

3N-펌프에 대한 프로그램

- Program List -

AsymmetryPump3N[f_,g_,junctionN_,alpha_,beta_,arrayNX_,arrayNY_] :=

```

Module[{},

colorR = Random[Real,{0,1},30];

colorG = Random[Real,{0,1},30];

colorB = Random[Real,{0,1},30];

m = f;

r = g;

h = 1 + 1/m + 1/r;

p0 = r / (1 + ((h - 1)(1 - r))(c a)/h );

p1 = (h - 1 + (c b)/(m r));

p2 = r / (1 + (h + (h - 1)(1 - r))(c a)/h);

p3 = (1 + (c b)/r);

p4 = - r / (1 - (h r) + (2 - (h r) + (r - 1)/h)(c a));

c = junctionN;

a = alpha;

b = beta;

f1[x\_,m\_,r\_,c\_,a\_,b\_,n1\_,n2\_] :=  
(a / b)(-(p0)(p1)x + (p0)(p1)n1 + n2  
- (1/2)(p0)(h - 1/c + (h - 1)(c - 1)a + (b/(m r))(c + (c m) - m)  
+ ((a b)/(m r))(c^2 - c));

f2[x\_,m\_,r\_,c\_,a\_,b\_,n1\_,n2\_] :=  
(a / b)(-(p0)(p1)x + (p0)(p1)n1 + n2  
+ (1/2)(p0)(h - 1/c + (h - 1)(c - 1)a + (b/(m r))(c + (c m) - m)  
+ ((a b)/(m r))(c^2 - c));

f3[x\_,m\_,r\_,c\_,a\_,b\_,n1\_,n2\_] :=  
(a / b)((p2)(p3)x -(p2)(p3)n1 + n2  
- (1/2)(p2)(h - 1/(m c) + (a/m)((h m c)-(m c)-1)  
+ (b/(m r))(c + (c m) - 1) + ((a b)/(m r))(c^2 - c));

f4[x\_,m\_,r\_,c\_,a\_,b\_,n1\_,n2\_] :=  
(a / b)((p2)(p3)x -(p2)(p3)n1 + n2 +

```

(1/2)(p2)(h - 1/(m c) + (a/m)((h m c)-(m c)-1)
+ (b/(m r))(c + (c m) - 1) + ((a b)/(m r))(c^2 - c));
f5[x_,m_,r_,c_,a_,b_,n1_,n2_] :=
(a / b)(-(p4)x + (p4)n1 + n2
- (1/2)(p4)(h - 1/(r c) + a((c h) - c - 1/r)
+ b(1 + m)(c - 1)/(m r) + ((a b)/(m r))(c^2 - c));
f6[x_,m_,r_,c_,a_,b_,n1_,n2_] :=
(a / b)(-(p4)x + (p4)n1 + n2
+ (1/2)(p4)(h - 1/(r c) + a((c h) - c - 1/r)
+ b(1 + m)(c - 1)/(m r) + ((a b)/(m r))(c^2 - c));

```

```
graphp = Table[
```

```

y1 = f1[x,m,r,c,a,b,n1,n2];
y2 = f2[x,m,r,c,a,b,n1,n2];
y3 = f3[x,m,r,c,a,b,n1,n2];
y4 = f4[x,m,r,c,a,b,n1,n2];
y5 = f5[x,m,r,c,a,b,n1,n2];
y6 = f6[x,m,r,c,a,b,n1,n2];

```

```

px1 = x /. FindRoot[y1 == y4,{x,-100,100}];
px2 = x /. FindRoot[y4 == y6,{x,-100,100}];
px3 = x /. FindRoot[y6 == y2,{x,-100,100}];
px4 = x /. FindRoot[y2 == y3,{x,-100,100}];
px5 = x /. FindRoot[y3 == y5,{x,-100,100}];
px6 = x /. FindRoot[y5 == y1,{x,-100,100}];

```

```

py1 = y1 /. x -> px1;
py2 = y4 /. x -> px2;
py3 = y6 /. x -> px3;
py4 = y2 /. x -> px4;
py5 = y3 /. x -> px5;
py6 = y5 /. x -> px6;

```

```
ListPlot[{{px1,py1},{px2,py2},
          {px3,py3},{px4,py4},
          {px5,py5},{px6,py6},
          {px1,py1}},
PlotJoined -> True,
PlotRange -> All,
AspectRatio -> 1/GoldenRatio,
PlotStyle -> {RGBColor[colorR,colorG,colorB]},
DisplayFunction -> Identity],
{n1, -arrayNX, arrayNX,1},
{n2, -arrayNY, arrayNY,1}];
```

```
Show[graphp,
PlotRange -> All,
AspectRatio -> 1/GoldenRatio,
DisplayFunction -> $DisplayFunction,
Frame -> True]
```

]



- END -

## 감사의 글

이 논문이 나오기까지 밤을 새는것도 마다하지 않으신 저의 지도교수님이신 류재연 교수님께 깊은 감사의 말을 전하고 싶습니다. 더불어 저의 나태해진 마음을 질책해 주신 고정대 교수님께도 감사의 마음을 전하고 싶습니다. 그리고 저와 같이 많은 밤을 새우신 선배님들 그리고 동기인 지연, 영희, 경숙에게도 고맙다는 말을 전하고 싶습니다. 끝으로 옆에서 묵묵히 지켜봐주신 저희 부모님께 이 모든 것을 바칩니다.

